

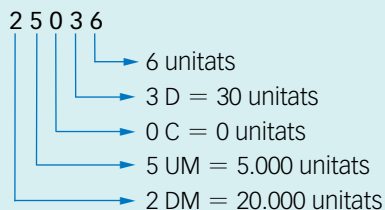


Valor d'una xifra en un nombre

El **valor** de cada xifra en un nombre depèn de la posició que ocupa dins del nombre.

EXEMPLE

Calcula el valor de cada xifra en el nombre 25.036.



ACTIVITAT

1 Determina el valor de la xifra 3 en aquests nombres.

a) 1.256.003

b) 237.215

c) 4.231

Operacions amb nombres naturals

Suma

$$\begin{array}{r} 5806 \\ + 2479 \\ \hline 8285 \end{array}$$

← Sumand
← Sumand
← Suma o total

Resta

$$\begin{array}{r} 9423 \\ - 7561 \\ \hline 1862 \end{array}$$

← Minuend
← Subtrahend
← Diferència

Multiplicació

$$\begin{array}{r} 2457 \\ \times 603 \\ \hline 7371 \\ 147420 \\ \hline 1481571 \end{array}$$

← Factor
← Factor
← Producte

Divisió

$$\begin{array}{r} 46957 \overline{) 43} \\ 395 \\ \hline 087 \\ 087 \\ \hline 000 \end{array}$$

Dividend → 4 6 9 5 7 | 43 ← Divisor
← Quocient
Residu → 0 1

ACTIVITAT

2 Calcula el terme que falta.

a) $62.734 + \square = 68.251$

c) $584 \cdot \square = 179.288$

b) $\square - 5.397 = 8.406$

d) $\square : 143 = 572$



1857

Antonio Meucci va construir el primer telèfon, per connectar la seva oficina amb el dormitori de casa seva, situat al segon pis, per causa del reumatisme de la seva muller.



1876

Alexander Graham Bell va construir i patentar poques hores abans que el seu compatriota Elisha Gray el que fins fa pocs anys es pensava que era el primer telèfon.



Nombres naturals

1



SABER

- Sistemes de numeració
- Propietats de les operacions amb nombres naturals
- Potències. Operacions amb potències
- Arrel quadrada
- Operacions combinades

SABER FER

- Expressar productes i quocients de potències com una sola potència
- Calcular l'arrel quadrada d'un nombre
- Efectuar operacions combinades amb potències i arrels



? VIDA QUOTIDIANA

El telèfon

Fa més de 150 anys que es va inventar el telèfon i només hi ha una cosa que no ha canviat des de l'origen: cada línia telefònica té un número associat.

- Les línies de la xarxa fixa tenen nou dígit i els primers indiquen a quina província pertanyen. Si el 972 indica que el telèfon és de Girona, quantes línies hi pot haver en aquesta demarcació?

1878

Als EUA s'estableix la primera connexió per mitjà d'una centraleta de funcionament manual que feia possible distribuir les trucades entre els usuaris.



Marcació per pulsació

Els telèfons incorporen un disc rotatori per prescindir de l'operadora manual, d'aquesta manera augmenten la rapidesa i la privacitat.



Marcació per tons

Els telèfons incorporen un teclat que conté els dígit del 0 al 9 i algunes tecles especials: *, #, ...

Aquestes tecles amb combinacions numèriques donen accés a funcions com ara el contestador, la retrucada, etc.



2002

L'11 de juny de 2002 el Congrés dels Estats Units va aprovar una resolució per la qual es reconeix que l'inventor del telèfon va ser Antonio Meucci.



1

Sistemes de numeració



La xifra 0 s'utilitza per indicar que un nombre no té unitats de l'ordre que ocupa.

107 → No té desenes.

1.1. Sistema de numeració decimal

En el **sistema de numeració decimal** s'utilitzen deu xifres diferents: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. A més, és un **sistema posicional**; cada xifra té un valor segons la seva posició dins del nombre.

Cada 10 unitats formen una unitat de l'ordre immediatament superior.

Centena de milió	Desena de milió	Unitat de milió	Centena de miler	Desena de miler	Unitat de miler	Centena	Desena	Unitat
------------------	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	-----------------	---------	--------	--------

EXEMPLES

- Descompon el nombre 13.460.090 en els ordres d'unitats.

$$13.460.090 = 1 \text{ D. de milió} + 3 \text{ U. de milió} + 4 \text{ CM} + 6 \text{ DM} + 9 \text{ D}$$

- Calcula el valor posicional de les xifres del nombre 129.098.105.

Centena de milió	Desena de milió	Unitat de milió	Centena de miler	Desena de miler	Unitat de miler	Centena	Desena	Unitat
1	2	9	0	9	8	1	0	5

1 2 9 0 9 8 1 0 5

- 5 Unitats
- 0 Desenes
- 1 Centena = 100 unitats
- 8 Unitats de miler = 8.000 unitats
- 9 Desenes de miler = 90.000 unitats
- 0 Centenes de miler
- 9 Unitats de milió = 9.000.000 unitats
- 2 Desenes de milió = 20.000.000 unitats
- 1 Centena de milió = 100.000.000 unitats

1.2. Sistema de numeració romà

El **sistema de numeració romà** utilitza set lletres diferents:

I = 1 V = 5 X = 10 L = 50 C = 100 D = 500 M = 1.000

És un **sistema additiu**, és a dir, cada lletra val sempre el mateix.

ACTIVITATS

- Descompon en ordres d'unitats.

a) 342.531 = U. de milió + CM + DM + UM + C + D + U

 SABER FER

 Lectura de nombres romans

Escriu en el sistema numèric decimal els nombres romans següents:

a) XXVII

b) $\overline{\text{IVCXCVI}}$ **Passos que cal seguir**

1. Transformem cada lletra en l'equivalent que té en el sistema numèric decimal; hem de tenir en compte que la ratlleta que apareix a sobre de les lletres en multiplica el valor per 1.000.

2. Examinem els nombres: si un nombre és més gran que l'anterior, del segon restem el primer.

3. Sumem els nombres resultants.

$$\text{a) } \begin{array}{ccccccc} \overline{\text{X}} & \overline{\text{X}} & \overline{\text{V}} & \overline{\text{I}} & \overline{\text{I}} \\ 10 & 10 & 5 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{ccccccc} \overline{\text{I}} & & \overline{\text{V}} & & \overline{\text{C}} & \overline{\text{X}} & \overline{\text{C}} & \overline{\text{V}} & \overline{\text{I}} \\ 1 \cdot 1.000 & & 5 \cdot 1.000 & & 100 & 10 & 100 & 5 & 1 \end{array}$$

$$\text{a) } \begin{array}{ccccccc} \overline{\text{X}} & \overline{\text{X}} & \overline{\text{V}} & \overline{\text{I}} & \overline{\text{I}} \\ 10 & 10 & 5 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{ccccccc} \overline{\text{I}} & & \overline{\text{V}} & & \overline{\text{C}} & \overline{\text{X}} & \overline{\text{C}} & \overline{\text{V}} & \overline{\text{I}} \\ 1 \cdot 1.000 & & 5 \cdot 1.000 & & 100 & 10 & 100 & 5 & 1 \\ 5.000 - 1.000 & & & & 100 - 10 & & & & \end{array}$$

$$\text{a) } \begin{array}{ccccccc} \overline{\text{X}} & \overline{\text{X}} & \overline{\text{V}} & \overline{\text{I}} & \overline{\text{I}} \\ 10 & 10 & 5 & 1 & 1 \end{array} \rightarrow 10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 27$$

$$\text{b) } \begin{array}{ccccccc} \overline{\text{I}} & & \overline{\text{V}} & & \overline{\text{C}} & \overline{\text{X}} & \overline{\text{C}} & \overline{\text{V}} & \overline{\text{I}} \\ 1 \cdot 1.000 & & 5 \cdot 1.000 & & 100 & 10 & 100 & 5 & 1 \\ 4.000 & & & & 90 & & & & \end{array}$$

$$4.000 + 100 + 90 + 5 + 1 = 4.196$$

Regla de la multiplicació en els nombres romans

Si un nombre romà té una ratlla a sobre, el seu valor es multiplica per mil.

$$\overline{\text{LI}} = 51.000$$

ACTIVITATS

2. Escriu aquests nombres romans en el sistema de numeració decimal.

a) II →

b) VIII →

c) XI →

d) XXVII →

e) LXXV →

f) CXXXIII →

g) CLXXI →

h) DCCLXVIII →

i) MCCXII →

j) MMDLXXVIII →

k) MDCCCLXXXVI →

l) MMMCCLXXIV →

3. Expressa en el sistema de numeració decimal.

a) IV →

g) XCVI →

b) IX →

h) CXLII →

c) XIV →

i) CDIX →

d) XL →

j) CDXLI →

e) IL →

k) CMXLI →

f) IC →

l) MCMXXXIV →

4. Escriu els nombres següents en el sistema de numeració decimal.

a) $\overline{\text{IXCCXXII}}$ →

e) $\overline{\text{IC}}$ →

b) $\overline{\text{XXCCXLI}}$ →

f) $\overline{\text{VXXII}}$ →

c) $\overline{\text{LCDLXXXVII}}$ →

g) $\overline{\text{XIV}}$ →

d) $\overline{\text{XLCDXLIV}}$ →

h) $\overline{\text{IVV}}$ →

HAS DE SABER FER...



Com s'anomenen els termes de la suma, del producte, de la resta i de la divisió?

$$\begin{array}{lcl}
 \underbrace{24 + 36}_{\text{Sumands}} = 60 \rightarrow \text{Suma} & & \underbrace{34 \cdot 10}_{\text{Factors}} = 340 \rightarrow \text{Producte} \\
 \underbrace{28 - 22}_{\text{Minuend} \rightarrow \text{Subtrahend}} = 6 \rightarrow \text{Diferència} & & \begin{array}{l} \text{Dividend} \rightarrow 43 \quad \overline{)14} \rightarrow \text{Divisor} \\ \text{Residu} \rightarrow 01 \quad 3 \rightarrow \text{Quocient} \end{array}
 \end{array}$$



2.1. Propietats de la suma i de la multiplicació

- **Propietat commutativa.** L'ordre dels sumands o dels factors no en varia el resultat.
- **Propietat associativa.** L'ordre en què es facin les sumes no n'afecta el resultat. Passa el mateix amb les multiplicacions.
- **Propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma.** Un nombre per una suma és igual a la suma dels productes d'aquest nombre per cadascun dels sumands.

EXEMPLE

3. Identifica la propietat que hem utilitzat en cada cas.

- $8 + 9 = 9 + 8 \rightarrow$ Propietat commutativa de la suma
- $(6 \cdot 2) \cdot 4 = 6 \cdot (2 \cdot 4) \rightarrow$ Propietat associativa de la multiplicació
- $5 \cdot (3 + 9) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 9 \rightarrow$ Propietat distributiva

2.2. Propietats de la resta i de la divisió

En una resta: el subtrahend més la diferència és igual al minuend.

En una divisió: el dividend és igual al divisor pel quocient més el residu, i el residu ha de ser més petit que el divisor.

$$D = d \cdot q + r \quad r < d$$



T'HI ATREVEIXES?

Per quina raó Bart Simpson diu:

«Multiplica't per zero!»?

EXEMPLE

4. Calcula i comprova que has fet bé l'operació.

- $170 - 90 = 80$ Comprovació: $90 + 80 = 170$
- $32 \overline{)5}$ Comprovació: $d = 5, q = 6, r = 2 \rightarrow 32 = 5 \cdot 6 + 2$
I a més, $2 < 5$

ACTIVITATS

- 5 Completa i indica les propietats que s'apliquen a cada igualtat.

a) $14 + 35 = \square + 14 \rightarrow$ Propietat _____

b) $96 + \square = 45 + 96 \rightarrow$ Propietat _____

c) $12 \cdot 7 = \square \cdot 12 \rightarrow$ Propietat _____

d) $24 \cdot \square = 8 \cdot 24 \rightarrow$ Propietat _____

e) $(15 + 27) + 23 = 15 + (\square + 23) \rightarrow$ _____

f) $\square + (85 + 37) = (25 + 85) + 37 \rightarrow$ _____

g) $12 \cdot (7 \cdot 10) = (\square \cdot 7) \cdot 10 \rightarrow$ _____

h) $(24 \cdot \square) \cdot 45 = 24 \cdot (2 \cdot 45) \rightarrow$ _____

- 6 Aplica la propietat distributiva i calcula.

a) $2 \cdot (5 - 3) = \square$

b) $(14 - 6) \cdot 4 = \square$

c) $5 \cdot (9 + 4 - 2) = \square$

d) $(12 - 7 + 3) \cdot 8 = \square$

e) $16 \cdot (5 + 6) = \square$

f) $(8 - 6 + 9) \cdot 6 = \square$

- 7 **CÀLCUL MENTAL.** Detecta l'error d'aquestes expressions i escriu-les correctament.

a) $4 \cdot (9 - 6) = 4 \cdot 9 + 4 \cdot 6$

$\square$

b) $(7 + 8) \cdot 5 = 7 \cdot 8 + 7 \cdot 5$

$\square$

c) $(3 + 12) \cdot 2 = 3 + 12 \cdot 2$

$\square$

d) $5 \cdot (10 - 3) = 5 \cdot 10 - 5 - 3$

$\square$

- 8 Si D és el dividend; d , el divisor; q , el quocient i r , el residu, calcula si són correctes les divisions següents.

a) $D = 436 \quad d = 7 \quad q = 61 \quad r = 9$

$\square$

La divisió és correcta: Sí ☐ NO ☐

b) $D = 10.583 \quad d = 28 \quad q = 37 \quad r = 27$

$\square$

La divisió és correcta: Sí ☐ NO ☐

- 9 Sense fer la divisió, indica quines d'aquestes divisions tenen residu igual a 0.

a) $D = 6.099 \quad d = 19 \quad q = 321 \quad r = ?$

Té residu zero: Sí ☐ NO ☐

b) $D = 986 \quad d = 17 \quad q = 58 \quad r = ?$

Té residu zero: Sí ☐ NO ☐

c) $D = 438 \quad d = 18 \quad q = 24 \quad r = ?$

Té residu zero: Sí ☐ NO ☐

- 10 Calcula el dividend d'aquestes divisions si saps que el residu és igual a 0.

a) Quocient: 14 Divisor: 8

Dividend: $\square$

b) Quocient: 25 Divisor: 12

Dividend: $\square$

c) Quocient: 363 Divisor: 42

Dividend: $\square$

d) Dividend: 148 Divisor: 17

Dividend: $\square$

e) Quocient: 4.020 Divisor: 10

Dividend: $\square$

SABER FER



Calcular el divisor d'una divisió de la qual coneixem el dividend, el quocient i el residu

- 11 Calcula el divisor d'una divisió de la qual el dividend és 324, el quocient, 21 i el residu, 9.

PRIMER. Restem el dividend menys el residu.

$$D - r = 324 - 9 = 315$$

SEGON. Dividim el resultat pel quocient i obtenim el divisor.

$$315 : 21 = 15$$

El divisor de la divisió és 15.

- 12 Troba el divisor.

a) $D = 279 \quad q = 23 \quad r = 3$

Divisor: $\square$

b) $D = 1.320 \quad q = 47 \quad r = 4$

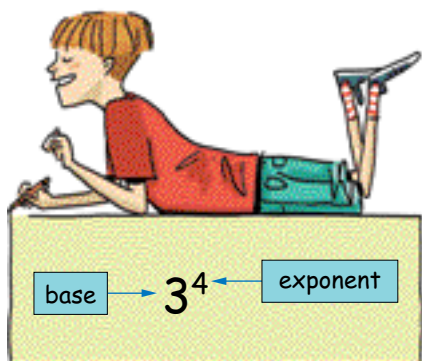
Divisor: $\square$

c) $D = 310 \quad q = 23 \quad r = 11$

Divisor: $\square$

3

Potències de nombres naturals



CALCULADORA

Per calcular potències amb la calculadora utilitzem la tecla $x^{\square}$.

$4^6 \rightarrow 4$ $x^{\square}$ 6 $=$ **4096**

Una **potència** és una manera abreujada d'escriure una multiplicació de factors iguals:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ vegades}}$$

a és la **base**, el factor que es repeteix.

n és l'**exponent**, el nombre de vegades que es repeteix la base.

$2 \cdot 2 = 2^2 \longrightarrow$ ho llegim «2 elevat a 2» o «2 al quadrat».

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 \longrightarrow$ ho llegim «4 elevat a 3» o «4 al cub».

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 \rightarrow$ ho llegim «3 elevat a 4» o «3 a la quarta».

EXEMPLES

5. Escriu en forma de potència les multiplicacions següents:

Multiplicació	Potència	Ho llegim
$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$	5^6	«5 elevat a 6» o «5 a la sisena»
$14 \cdot 14 \cdot 14$	14^3	«14 elevat a 3» o «14 al cub»

6. Troba el valor de les potències de base 10 següents:

a) $2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ vegades}} = 8$ b) $9^2 = \underbrace{9 \cdot 9}_{2 \text{ vegades}} = 81$ c) $3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ vegades}} = 81$

Potències de base 10

Una **potència de base 10 i exponent un nombre natural** és igual a la unitat seguida de tants zeros com indica l'exponent.

EXEMPLE

7. Troba el valor de les potències de base 10 següents:

a) $10^3 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{3 \text{ vegades}} = \underbrace{1000}_{3 \text{ zeros}}$ b) $10^5 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{5 \text{ vegades}} = \underbrace{100000}_{5 \text{ zeros}}$

ACTIVITATS

13 Expressa en forma de potència i indica'n la base i l'exponent.

a) Quatre al cub $\rightarrow$ b) Tres a la sisena $\rightarrow$

14 Calcula.

a) $2^4 =$ b) $10^3 =$

4

Operacions amb potències

HAS DE SABER FER



Com expressem un nombre com una potència amb exponent 1?

Qualsevol nombre és igual a una potència amb base aquest mateix nombre i exponent 1.

$$2 = 2^1 \quad 5 = 5^1 \quad 16 = 16^1$$

Abans de fer les operacions, comprova si les dues potències tenen la mateixa base.



4.1. Producte i quocient de potències amb la mateixa base

- Per **multiplicar** dues o més **potències amb la mateixa base**, mantenim la mateixa base i sumem els exponents.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- Per **dividir** dues **potències amb la mateixa base**, mantenim la mateixa base i restem els exponents.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

EXEMPLES

8. Calcula aquests productes.

a) $7^4 \cdot 7^2 = 7^{4+2} = 7^6$

b) $8^3 \cdot 8^5 = 8^{3+5} = 8^8$

9. Calcula aquests quocients.

a) $9^5 : 9^3 = 9^{5-3} = 9^2$

b) $6^7 : 6^2 = 6^{7-2} = 6^5$

4.2. Potències d'exponent 1 i 0

- Una **potència d'exponent 1** és igual a la base $\rightarrow a^1 = a$.
- Una **potència d'exponent 0** és igual a 1 $\rightarrow a^0 = 1$.

EXEMPLE

10. Calcula.

a) $2^1 = 2$

b) $3^0 = 1$

c) $23^1 = 23$

d) $185^0 = 1$

ACTIVITATS

15 Resol aquestes operacions i escriu-ne el resultat amb una sola potència.

a) $2^7 \cdot 2^4 = \square$

c) $10^4 \cdot 10 = \square$

e) $4^6 \cdot 4^4 = \square$

g) $5^2 \cdot 5^3 = \square$

b) $3^5 : 3^2 = \square$

d) $5^6 : 5 = \square$

f) $7^3 : 7 = \square$

h) $2^8 : 2^5 = \square$

T'HI ATREVEIXES?

Quin és el nombre més gran que es pot escriure amb tres xifres?



Utilitzant aquestes propietats podem simplificar els càlculs.

$$5^4 \cdot 2^4 = (5 \cdot 2)^4 = 10^4$$

$$6^3 : 2^3 = (6 : 2)^3 = 3^3$$

4.3. Potència d'una potència

Per elevar una **potència a una altra potència**, mantenim la mateixa base i multipliquem els exponents.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EXEMPLE

11. Calcula.

a) $(6^5)^3 = 6^{5 \cdot 3} = 6^{15}$

b) $(8^2)^4 = 8^{2 \cdot 4} = 8^8$

4.4. Producte i quocient de potències amb el mateix exponent

- La **potència d'una multiplicació** és igual al producte de les potències dels seus factors.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- La **potència d'una divisió** és igual al quocient de les potències del dividend i el divisor.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

EXEMPLES

12. Expressa com a producte de dues potències.

a) $(7 \cdot 2)^3 = 7^3 \cdot 2^3$

b) $(12 : 4)^2 = 12^2 : 4^2$

13. Expressa aquestes operacions com una sola potència i calcula.

a) $15^3 : 5^3 = (15 : 5)^3 = 3^3 = 27$

b) $2^6 \cdot 5^6 = (2 \cdot 5)^6 = 10^6 = 1.000.000$

ACTIVITATS

16. Escriu el resultat amb una sola potència.

a) $(2^2)^3 = \square$

d) $(7^6)^4 = \square$

b) $(3^4)^5 = \square$

e) $(9^2)^4 = \square$

c) $(5^3)^3 = \square$

f) $(10^{10})^5 = \square$

17. Completa.

a) $(3^2)^{\square} = 3^6$

c) $(11^{\square})^3 = 11^{12}$

b) $(4^5)^{\square} = 4^{25}$

d) $(15^{\square})^2 = 15^{18}$

18. **CÀLCUL MENTAL.** Escriu amb una sola potència.

a) $2^4 \cdot 2^6 : 2^7 = \square$

d) $10^2 \cdot 10^6 : 10^3 = \square$

b) $3^5 : 3^3 \cdot 3^2 = \square$

e) $7^6 : 7^3 \cdot 7^4 = \square$

c) $5^3 \cdot 5^6 : 5^2 = \square$

f) $10^9 : 10 \cdot 10^5 = \square$

19. **CÀLCUL MENTAL.** Completa amb el nombre que falta.

a) $\square^7 : 5^3 = 5^4$

c) $9^5 : 9^{\square} = 9^3$

b) $12^{\square} : 12^6 = 12^9$

d) $3^9 : 3^{\square} = 3^2$

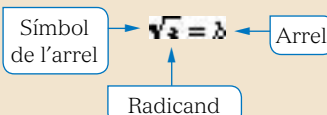
5

Arrel quadrada

L'**arrel quadrada exacta** d'un nombre a és un nombre b tal que, si l'elevem al quadrat, obtenim el nombre a .

$$\sqrt{a} = b, \text{ quan } b^2 = a$$

El **radicand** és el nombre a ,
 $\sqrt{\quad}$ és el símbol de l'arrel i diem
 que b és l'arrel quadrada de a .



Els nombres amb arrel quadrada exacta són **quadrats perfectes**.

EXEMPLE

14. Calcula les arrels d'aquests quadrats perfectes.

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt{1} = 1$, ja que $1^2 = 1$ | f) $\sqrt{36} = 6$, ja que $6^2 = 36$ |
| b) $\sqrt{4} = 2$, ja que $2^2 = 4$ | g) $\sqrt{49} = 7$, ja que $7^2 = 49$ |
| c) $\sqrt{9} = 3$, ja que $3^2 = 9$ | h) $\sqrt{64} = 8$, ja que $8^2 = 64$ |
| d) $\sqrt{16} = 4$, ja que $4^2 = 16$ | i) $\sqrt{81} = 9$, ja que $9^2 = 81$ |
| e) $\sqrt{25} = 5$, ja que $5^2 = 25$ | j) $\sqrt{100} = 10$, ja que $10^2 = 100$ |

÷ ×
- + CALCULADORA

Per calcular l'arrel d'un nombre utilitzem la tecla $\sqrt{\quad}$.

$$\sqrt{169} \rightarrow 169 \sqrt{\quad} 13$$

L'arrel quadrada d'un nombre i elevar al quadrat aquest nombre són operacions inverses.

$$\text{Si } \sqrt{49} = 7 \text{ llavors } 7^2 = 49$$

$$\text{Si } 7^2 = 49 \text{ llavors } \sqrt{49} = 7$$



ACTIVITATS

20 CÀLCUL MENTAL. Calcula aquestes arrels quadrades.

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{16} = \square$ | d) $\sqrt{64} = \square$ |
| b) $\sqrt{81} = \square$ | e) $\sqrt{9} = \square$ |
| c) $\sqrt{25} = \square$ | f) $\sqrt{100} = \square$ |

21 Completa.

- | |
|--|
| a) $\sqrt{225} = \square$, ja que $\square^2 = 225$ |
| b) $\sqrt{729} = \square$, ja que $\square^2 = 729$ |
| c) $\sqrt{1.296} = \square$, ja que $\square^2 = 1.296$ |
| d) $\sqrt{2.304} = \square$, ja que $\square^2 = 2.304$ |

22 Completa.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{1.024} = \square$ | d) $\sqrt{\square} = 25$ |
| b) $\sqrt{\square} = 13$ | e) $\sqrt{144} = \square$ |
| c) $\sqrt{361} = \square$ | f) $\sqrt{\square} = 29$ |

23 Completa.

- | |
|---|
| a) $35^2 = 1.225$, per tant $\sqrt{1.225} = \square$ |
| b) $95^2 = 9.025$, per tant $\sqrt{9.025} = \square$ |
| c) $26^2 = 676$, per tant $\sqrt{676} = \square$ |
| d) $31^2 = 961$, per tant $\sqrt{961} = \square$ |

24 Comprova si aquestes arrels estan ben fetes:

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $\sqrt{225} = 15$ | SÍ ☐ | NO ☐ |
| b) $\sqrt{225} = 16$ | SÍ ☐ | NO ☐ |
| c) $\sqrt{1.000} = 100$ | SÍ ☐ | NO ☐ |
| d) $\sqrt{121} = 11$ | SÍ ☐ | NO ☐ |

25 Digues si són correctes les afirmacions següents:

- | | | |
|--|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $\sqrt{784} = 28$, ja que $28^2 = 784$ | SÍ ☐ | NO ☐ |
| b) $\sqrt{324} = 17$, ja que $17^2 = 324$ | SÍ ☐ | NO ☐ |
| c) $\sqrt{519} = 23$, ja que $23^2 = 519$ | SÍ ☐ | NO ☐ |

HAS DE SABER FER...



Com es fan operacions combinades de suma i resta?

- Per calcular una sèrie de **sumes i restes sense parèntesis**, hem de fer les operacions d'esquerra a dreta.
- Per calcular una sèrie de **sumes i restes amb parèntesis**, hem de fer primer les operacions que hi ha dins dels parèntesis.



EXEMPLE

15. Resol aquestes operacions.

a) $15 + 23 - 2 - 12 + 8 =$

$$\begin{array}{rcl}
 & \swarrow & \searrow \\
 15 + 23 & = 38 & - 2 - 12 + 8 = \\
 & \swarrow & \searrow \\
 38 - 2 & = 36 & - 12 + 8 = \\
 & \swarrow & \searrow \\
 36 - 12 & = 24 & + 8 = \\
 & \swarrow & \searrow \\
 24 + 8 & = 32 &
 \end{array}$$

b) $(95 - 32) - (39 - 16) - 21 =$

$$\begin{array}{rcl}
 & \swarrow & \searrow \\
 95 - 32 & = 63 & - (39 - 16) - 21 = \\
 & \swarrow & \searrow \\
 63 - 23 & = 40 & - 21 = \\
 & \swarrow & \searrow \\
 40 - 21 & = 19 &
 \end{array}$$

Quan en una expressió apareixen operacions de suma, resta, multiplicació i divisió, l'ordre en el qual hem de fer les operacions és el següent:

- 1r Les operacions que hi ha entre parèntesis i claudàtors.
- 2n Les multiplicacions i les divisions, d'esquerra a dreta.
- 3r Les sumes i les restes, d'esquerra a dreta.

EXEMPLE

16. Resol aquestes operacions.

a) $9 - 5 : 5 + 3 \cdot 6 =$

$$\begin{array}{rcl}
 & \swarrow & \searrow \\
 9 - 5 : 5 & + 3 \cdot 6 = \\
 = 9 - 1 & + 18 = \\
 = 8 & + 18 = \\
 = 26 &
 \end{array}$$

b) $4 \cdot 9 + (9 - 8) - 12 : 6 =$

$$\begin{array}{rcl}
 & \swarrow & \searrow \\
 4 \cdot 9 + (9 - 8) & - 12 : 6 = \\
 = 4 \cdot 9 + 1 & - 2 = \\
 = 36 + 1 & - 2 = \\
 = 37 & - 2 = \\
 = 35 &
 \end{array}$$

ACTIVITATS

26 CÀLCUL MENTAL. Calcula.

a) $9 : 3 + 5 \cdot 7 =$

b) $(4 + 4 \cdot 5) \cdot 5 - 4 =$

 SABER FER

Efectuar operacions combinades amb potències i arrels

Calcula el resultat d'aquesta operació.

$$10 - (4 + 2)^2 : \sqrt[3]{16} + 5 \cdot (7 - 4) + 2^3$$

Passos que cal seguir

1. Efectuem les operacions que hi ha entre parèntesis.
2. Calculem les potències i les arrels.
3. Resolem les multiplicacions i les divisions, d'esquerra a dreta.
4. Efectuem les sumes i les restes, d'esquerra a dreta.

$$\begin{aligned}
 &10 - (4 + 2)^2 : \sqrt[3]{16} + 5 \cdot (7 - 4) + 2^3 = \\
 &= 10 - 6^2 : \sqrt[3]{16} + 5 \cdot 3 + 2^3 = \\
 &= 10 - 36 : 4 + 5 \cdot 3 + 8 = \\
 &= 10 - 9 + 15 + 8 = \\
 &= 1 + 15 + 8 = \\
 &= 16 + 8 = \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

Per poder treballar amb potències i arrels, primer n'hem de calcular el valor.

ACTIVITATS

27 CÀLCUL MENTAL. Calcula el resultat d'aquestes operacions.

- | | |
|---|---|
| a) $4 \cdot 9 - 2^3 \cdot 3 =$ <input type="text"/> | d) $8 - (2^4 - 3 \cdot 4) \cdot 2 =$ <input type="text"/> |
| b) $5 \cdot (6 + 2^2) - 3^3 =$ <input type="text"/> | e) $13 + 6 : (2^2 - 2) \cdot 3^2 =$ <input type="text"/> |
| c) $25 : (6^2 - 11) + 18 =$ <input type="text"/> | f) $(2^2 \cdot 7 - 3) \cdot 4 =$ <input type="text"/> |

28 Calcula.

- | | |
|--|------------------------|
| a) $(15 - 3^2) \cdot 2^3 + \sqrt{9} : 2 =$ <input type="text"/> | = <input type="text"/> |
| b) $(\sqrt{25} + \sqrt{36} - 3^2) \cdot \sqrt{4} + 2 =$ <input type="text"/> | = <input type="text"/> |
| c) $(4^3 - \sqrt{169}) : (2^4 + 1) =$ <input type="text"/> | = <input type="text"/> |
| d) $\sqrt[3]{16} + \sqrt{25} : (2^3 - 3) =$ <input type="text"/> | = <input type="text"/> |
| e) $(8 - \sqrt{4}) \cdot 2^3 - (3^4 : 9) =$ <input type="text"/> | = <input type="text"/> |
| f) $(\sqrt[3]{36} - 5) \cdot 3^2 + \sqrt{64} : 2 =$ <input type="text"/> | = <input type="text"/> |

29 Determina els errors que s'han comès en aquesta operació i escriu-la bé.

$$(5 + \sqrt[3]{16}) \cdot \sqrt[3]{81} + 3 \cdot \sqrt{4} = (5 + 4) \cdot 9 + 3 \cdot 2 = 9 \cdot 12 \cdot 2 = 9 \cdot 12 + 9 \cdot 2 = 108 + 18 = 126$$

$$\text{ } = \text{ }$$

ACTIVITATS FINALS

- 30 Un edifici té planta baixa i quatre pisos. La planta baixa té 5 m d'alçada i cadascun dels pisos fa 3 m. Quina és l'alçada de l'edifici?

L'alçada de l'edifici és de m.

- 31 Un vaixell portava 502 passatgers i ha fet parades en tres ports. En el primer n'han baixat 256 passatgers, en el segon hi han pujat 162 passatgers i en el tercer n'han baixat 84. Quants passatgers queden a bord del vaixell després de les tres parades?



Queden a bord passatgers.

- 32 Per fer un pastís gran de poma es necessiten 3 pomes, i per fer-ne un de petit calen 2 pomes. Quantes pomes són necessàries per fer quatre pastissos grans i sis de petits?

Són necessàries pomes.

- 33 En una guardiola hi ha 246 € i en una altra, 114 €.

a) Si tots els diners són en monedes de 2 €, quantes monedes hi ha entre les dues guardioles?

Hi ha monedes.

b) I si tot fos en bitllets de 5 €, quants bitllets hi hauria?

Hi hauria bitllets.

- 34 Al taller han de canviar les rodes de 4 motos, 5 camions de 6 rodes i 6 cotxes. Quantes rodes han de canviar en total?

Han de canviar rodes.

- 35 Sis persones tenen 1.000 € per pagar les despeses d'un viatge. Han de viatjar en tren i en avió. El bitllet de tren els costa 38 € i el d'avió, 125 €. Tenen prou diners per fer el viatge?



tenen prou diners per fer el viatge.

SABER FER



Resoldre problemes en els quals les dades estan relacionades

- 36 En una botiga de regals hi ha tres quadres. El primer val 38 €, el segon costa 17 € més que el primer i l'últim val 19 € menys que el segon.

Si venen els tres quadres, quants diners obtindran?



PRIMER. Prenem la dada coneguda.

«El primer quadre val 38 €.»

SEGON. Calculem les altres dades a partir de la dada coneguda.

«El segon costa 17 € més que el primer.»

$$38 + 17 = 55 \text{ €}$$

«El tercer val 19 € menys que el segon.»

$$55 - 19 = 36 \text{ €}$$

TERCER. Resolem el problema.

$$38 + 55 + 36 = 129 \text{ €}$$

Obtindran en total 129 €.

- 37 En un festival de música ètnica hi ha músics de tres continents. De l'Àsia han arribat 350 músics; de l'Àfrica, 157 músics més que de l'Àsia, i d'Europa, 98 músics menys que de l'Àsia. Determina el nombre total de músics que hi ha.



En total hi ha músics.

- 38 En la restauració d'un edifici treballen 45 homes i 37 dones. Al costat restauren un altre edifici en el qual treballen 17 homes menys i 24 dones més que en l'anterior. En quin edifici intervenen més persones?

Intervenien més persones en el edifici.

- 39 Per prevenir intoxicacions alimentàries han organitzat un seguit de conferències en un institut. A la primera xerrada han assistit 125 alumnes de 1r d'ESO, 100 alumnes de 2n d'ESO, 97 de 3r d'ESO, i la resta, de 4t d'ESO, fins a un total de 406 alumnes. Quants estudiants de 4t d'ESO han assistit a la conferència?

Han assistit a la conferència estudiants.

- 40 En Gerard té 6 anys, la seva germana Àngela té 3 anys més i el seu germà Enric té el doble de l'edat d'en Gerard. Quan la seva mare va tenir l'Enric, tenia el triple de l'edat actual de l'Àngela. Quina edat té ara mateix la mare?

La mare ara té anys.

- 41 Un taronger ha produït aquest any 40 kg de taronges i l'any anterior n'havia fet 27 kg. Si el quilo de taronges l'any passat anava a 3 € i aquest any va a 2 €, els guanys respecte de l'any passat han augmentat o han disminuït?



Els guanys han .

- 42 La Raquel tenia 12 €. N'ha gastat la meitat en una entrada de cinema i amb l'altra meitat ha comprat una participació de loteria, que ha resultat premiada amb 15 € per cada euro jugat. Quants diners ha guanyat?

Ha guanyat €.

- 43 Un conductor d'autobús ha conduït des de les 6 del matí fins a les 4 de la tarda, només ha descansat 2 hores per dinar. Si ha anat a una velocitat mitjana de 64 km/h, quants quilòmetres ha recorregut?

Ha recorregut km.

- 44 En una papereria tenen 5 paquets de 24 llapis de colors.

a) Quants llapis de colors hi ha?

Hi ha llapis de colors.

b) Si en cada paquet hi ha la mateixa quantitat de llapis de cada color i sabem que hi ha 8 colors diferents, quants llapis de cada color hi ha en els 5 paquets?

Hi ha llapis de cada color.



Divisió entre nombres naturals

Els termes de la divisió reben el nom de *dividend*, *divisor*, *quocient* i *residu*.

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividend} \rightarrow 58034 \overline{) 23} \leftarrow \text{Divisor} \\
 \underline{120} \\
 53 \\
 \underline{74} \\
 \text{Residu} \rightarrow 5
 \end{array}$$

ACTIVITAT

- 1 Calcula i completa la taula.

Dividend	Divisor	Quocient	Residu
2.346	4		
3.672	6		
8.425	7		
9.252	9		

La prova de la divisió

Donada una divisió: $\begin{array}{r} \text{Dividend} \\ \text{residu} \end{array} \overline{) \begin{array}{r} \text{divisor} \\ \text{quocient} \end{array}}$

Sempre es compleix que:

$$\text{Dividend} = \text{divisor} \cdot \text{quocient} + \text{residu} \quad D = d \cdot q + r$$

EXEMPLE

Comprova si es compleix la prova d'aquesta divisió.

$$\begin{array}{r}
 73 \overline{) 12} \\
 \underline{16} \\
 1
 \end{array}
 \quad D = 73, d = 12, q = 6, r = 1$$

$73 = 12 \cdot 6 + 1 = 72 + 1 = 73$. Sí, es compleix.

ACTIVITATS

- 2 Fes la prova de cada divisió i determina quines estan mal fetes.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{array}{r} 47 \overline{) 2} \\ 07 23 \\ \underline{1} \end{array} & \text{c) } \begin{array}{r} 68 \overline{) 6} \\ 08 11 \\ \underline{3} \end{array} & \text{e) } \begin{array}{r} 1.042 \overline{) 11} \\ 052 95 \\ \underline{03} \end{array} \\
 \boxed{} & \boxed{} & \boxed{}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{b) } \begin{array}{r} 54 \overline{) 3} \\ 24 15 \\ \underline{9} \end{array} & \text{d) } \begin{array}{r} 85 \overline{) 7} \\ 15 12 \\ \underline{1} \end{array} & \text{f) } \begin{array}{r} 2.475 \overline{) 12} \\ 0075 206 \\ \underline{03} \end{array} \\
 \boxed{} & \boxed{} & \boxed{}
 \end{array}$$

- 3 Troba el dividend d'aquestes divisions.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) Divisor} = 3, \text{quocient} = 8, \text{residu} = 0 & D = \boxed{} \\
 \text{b) Divisor} = 8, \text{quocient} = 15, \text{residu} = 6 & D = \boxed{} \\
 \text{c) Divisor} = 12, \text{quocient} = 7, \text{residu} = 3 & D = \boxed{}
 \end{array}$$



Segle XVIII

La primera grapadora coneguda la van fer per al rei Lluís XV de França.

Cada grapa estava feta a mà i s'hi gravava la insígnia de la cort reial.





SABER

- Divisibilitat. Múltiples i divisors
- Nombres primers i compostos
- Descomposició d'un nombre en factors
- Màxim comú divisor
- Mínim comú múltiple

SABER FER

- Calcular tots els divisors d'un nombre
- Determinar si un nombre és compost utilitzant els criteris de divisibilitat
- Factoritzar un nombre
- Resoldre problemes utilitzant el m.c.d. i el m.c.m.



? VIDA QUOTIDIANA

La grapadora

No és clar qui va inventar la grapadora, aquest instrument senzill que, mitjançant unes peces metàl·liques amb forma de U, les grapes, s'ha convertit en la manera més senzilla d'unir paper.

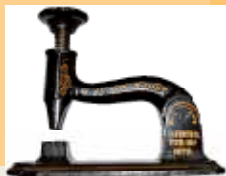
- Si una grapadora pot grapar fins a 15 fulls amb una sola grapa, quantes grapes necessitem per grapar 45 fulls?

1866

Joan Barbour va registrar la primera patent dels Estats Units per a una petita grapadora de llautó. L'any següent va obtenir una nova patent relacionada amb aquest invent, en el qual continuaria treballant alguns anys i desenvolupant-ne models nous.

1879

C.H. Gould va aconseguir la patent per a la que seria la primera grapadora que es va comercialitzar amb èxit, la McGill Single-Stroke Staple Press. Aquesta grapadora pesava un quilo.



1905

B. Jan Manufacturing Co. va construir la primera grapadora que podia contenir una tira de grapes, que va fer més ràpida la feina de grapar fulls.



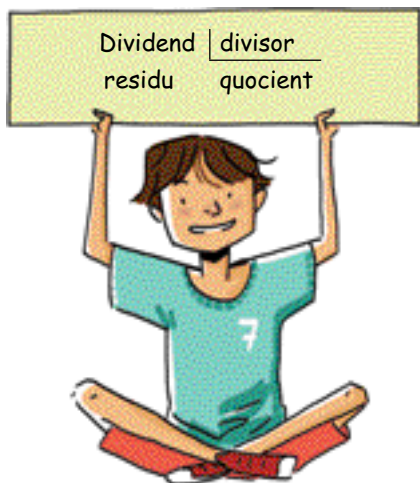
1912

Apareix la Clipless Standby Machine, que era una grapadora que no utilitzava grapes. Aquesta grapadora tallava un tros de paper del document i el doblegava cap enrere.

1920

La societat basca El Casco llança a la venda la grapadora model M-5, que de seguida va conquerir el mercat.





HAS DE SABER FER...



Quan és exacta una divisió?

- Una **divisió** és **exacta** quan el residu és zero.

$$\begin{array}{r} 54 \overline{) 6} \\ 0 \end{array}$$

Si una divisió és exacta es compleix que:

$$\text{Dividend} = \text{Divisor} \cdot \text{Quocient}$$

- Una **divisió** **no** és **exacta** quan el residu és diferent de zero.

$$\begin{array}{r} 56 \overline{) 6} \\ 2 \end{array}$$

En aquest cas, es compleix que:

$$\text{Dividend} = \text{Divisor} \cdot \text{Quocient} + \text{Residu}$$

Un nombre és **divisible** per un altre quan la divisió entre tots dos és exacta, és a dir, el residu és 0.

$$\begin{array}{r} D \overline{) d} \\ 0 \end{array}$$

- D és divisible per d .

- D conté un nombre exacte q de vegades d .

Si D és divisible per d , diem que entre D i d hi ha una **relació de divisibilitat**.

EXEMPLE

17. Comprova si hi ha relació de divisibilitat entre aquests nombres.

a) Entre 104 i 8

b) Entre 71 i 6

$$\begin{array}{r} 104 \overline{) 8} \\ 24 \quad 13 \\ 0 \end{array}$$

La divisió és exacta, perquè el residu és 0.

$$\text{Dividend} = \text{divisor} \cdot \text{quocient}$$

$$104 = 8 \cdot 13$$

Diem que:

- 104 és divisible per 8.
- 104 conté 13 vegades 8.
- Com que 104 és divisible per 8, entre 104 i 8 hi ha relació de divisibilitat.

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 6} \\ 11 \quad 11 \\ 5 \end{array}$$

La divisió no és exacta, perquè el residu és diferent de 0.

Diem que:

- 71 no és divisible per 6.
- 71 no conté un nombre exacte de vegades 6.
- Com que 71 no és divisible per 6, entre 71 i 6 no hi ha relació de divisibilitat.

ACTIVITATS

1 Escriu en termes de divisió els enunciats següents:

a) 42 conté exactament 3 vegades 14.

b) Entre 56 i 8 hi ha una relació de divisibilitat.

c) 34 és divisible per 2.

d) 5 està contingut exactament 4 vegades en 20.

2 Digues si hi ha relació de divisibilitat entre els nombres següents.

a) 135 i 45

b) 172 i 43

c) 238 i 16

d) 225 i 25

3 Comprova si hi ha relació de divisibilitat entre aquests nombres.

a) 224 i 40

b) 450 i 50

c) 400 i 16

d) 654 i 32

e) 918 i 54

f) 568 i 46

4 Quin dels nombres següents està contingut un nombre exacte de vegades en 288?

a) 20

c) 42

e) 16

b) 36

d) 8

f) 24

5 Quin dels nombres següents està contingut un nombre exacte de vegades en 360?

a) 15

c) 18

e) 14

b) 26

d) 32

f) 24

6 Per quins dels nombres següents és divisible 144?

a) 2

d) 8

g) 288

b) 3

e) 10

h) 7

c) 6

f) 144

i) 1

7 Per quins dels nombres següents és divisible 210?

a) 2

d) 15

g) 8

b) 13

e) 6

h) 11

c) 4

f) 27

i) 14

8 Raona si aquestes afirmacions són certes o falses.

a) $51 = 3 \cdot 17$, per tant 3 i 17 són divisors de 51.

b) $3 \cdot 2 \cdot 17 + 3$ és divisible per 3, per 2 i per 17.

c) $5 \cdot 17 - 5$ conté exactament 16 vegades 5.

d) $18 + 18 + 18$ conté exactament 2 vegades 27.

e) $67 = 17 \cdot 3 + 16$, per tant 3 no és divisor de 67, però 17 sí.

9 Troba tots els nombres més petits que 15 que són divisibles per 2.

10 Troba tots els nombres més petits que 15 que són divisibles per 3.

11 Troba totes les parelles de nombres, més petits que 20, que tenen relació de divisibilitat.

Per exemple:

- 4 és divisible per 2.
- 12 és divisible per 3.
- 15 és divisible per 5.

2

Múltiples d'un nombre

Un nombre b és **múltiple** d'un nombre a si la divisió de b entre a és exacta.

Si b és múltiple de a , llavors b és divisible per a .

EXEMPLE

18. Determina si 35 és múltiple de 5. I de 6?

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 5} \\ 0 \end{array}$$

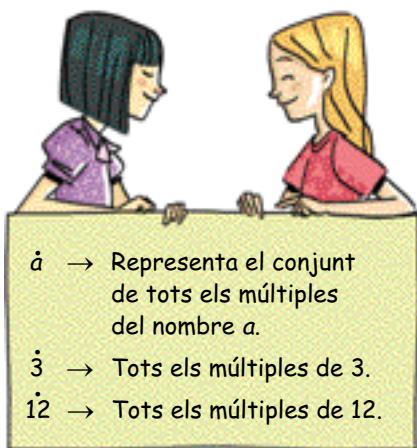
La divisió $35 : 5$ és exacta.

35 és múltiple de 5 $\rightarrow$ 35 és divisible per 5.

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 6} \\ 5 \end{array}$$

La divisió $35 : 6$ no és exacta.

35 no és múltiple de 6 $\rightarrow$ 35 no és divisible per 6.



Els múltiples d'un nombre s'obtenen multiplicant aquest nombre pels successius nombres naturals.

Múltiples de $a \rightarrow a \cdot 1, a \cdot 2, a \cdot 3, a \cdot 4, a \cdot 5, a \cdot 6, a \cdot 7 \dots$

Ho escrivim així: $\dot{a} = \{a \cdot 1, a \cdot 2, a \cdot 3, a \cdot 4, a \cdot 5, a \cdot 6, a \cdot 7 \dots\}$

EXEMPLES

19. Calcula els múltiples de 3.

Múltiples de 3 $\rightarrow 3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, 3 \cdot 4, 3 \cdot 5, 3 \cdot 6, 3 \cdot 7 \dots$

$$\dot{3} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 \dots\}$$

Els múltiples de 3 són un conjunt il·limitat de nombres.

20. Determina els sis primers múltiples de 12.

Múltiples de 12 $\rightarrow 12 \cdot 1, 12 \cdot 2, 12 \cdot 3, 12 \cdot 4, 12 \cdot 5, 12 \cdot 6$

Els sis primers múltiples de 12 són: 12, 24, 36, 48, 60 i 72.

Cal tenir en compte que qualsevol nombre és múltiple de si mateix i de la unitat.

EXEMPLE

21. Comprova que 5 és múltiple de si mateix i de la unitat.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 0 \end{array}$$

La divisió $5 : 5$ és exacta.

5 és múltiple de 5 $\rightarrow$ 5 és divisible per 5.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$$

La divisió $5 : 1$ és exacta.

5 és múltiple d'1 $\rightarrow$ 5 és divisible per 1.

ACTIVITATS

12 Completa.

- a) Com que $36 : 4$ és una divisió exacta,
aleshores 36 és _____ de 4 .
- b) Com que $45 : 9$ _____,
aleshores 45 és múltiple de 9 .
- c) Com que $51 : 18$ no és _____,
aleshores 51 no és _____ de 18 .

13 Indica els sis primers múltiples de 12 .

14 Digues quins d'aquests nombres són múltiples de 6 .

- a) 18 ☐ b) 260 ☐ c) 84 ☐ d) 136 ☐

15 CÀLCUL MENTAL. Quina d'aquestes sèries està formada per múltiples de 4 ? I per múltiples de 5 ?

- a) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$ ☐ d) $4, 8, 16, 24, 32, 40, \dots$ ☐
- b) $5, 10, 15, 20, \dots$ ☐ e) $1, 5, 10, 20, 30, \dots$ ☐
- c) $8, 10, 12, 14, 16, \dots$ ☐ f) $0, 10, 20, 40, 60, 80, \dots$ ☐

16 Escribe els deu primers múltiples de 5 que siguin també múltiples de 2 . Quina característica comuna tenen?

17 Troba tres nombres que siguin múltiples de 6 i de 5 alhora. Són múltiples de 10 ?

18 CÀLCUL MENTAL. Observa la taula següent i relaciona els nombres de la primera columna amb els que siguin múltiples seus de la segona columna.

Nombre	Múltiple
2	12
3	15
5	27
6	36
7	40
8	51
9	80
10	20
18	90

SABER FER



Calcular un múltiple d'un nombre comprès entre dos nombres

19 Troba un múltiple de 26 que estigui comprès entre 660 i 700 .

PRIMER. Dividim el més petit dels dos nombres, 660 , entre el nombre del qual volem trobar el múltiple, 26 .

$$\begin{array}{r} 660 \overline{) 26} \\ 10 \quad 25 \end{array}$$

SEGON. Augmentem una unitat el quocient i el multipliquem pel nombre el múltiple del qual volem obtenir.

$$\text{MÚLTIPLE} = (25 + 1) \cdot 26 = 676$$

Comprovem que el nombre obtingut compleix la premissa donada: el nombre 676 és múltiple de 26 i està comprès entre 660 i 700 .

20 Escribe els múltiples indicats en cada cas.

- a) Múltiples de 2 compresos entre 105 i 130 .

- b) Múltiples de 3 compresos entre 241 i 265 .

- c) Múltiples de 3 però que no ho siguin de 2 , compresos entre 50 i 70 .

- d) Múltiples de 5 però que no ho siguin de 10 , compresos entre 42 i 90 .

- e) Múltiples de 9 però que no ho siguin de 3 , compresos entre 50 i 100 .

- f) Múltiples d' 11 compresos entre 50 i 130 .

21 Escribe el primer múltiple de 36 que sigui més gran que 2.000 .

22 Troba un nombre entre 800 i 820 que sigui múltiple de 23 .

3

Divisors d'un nombre



Un nombre a és **divisor** d'un nombre b si la divisió de b entre a és exacta.

Si a és divisor de b , llavors b és divisible per a .

EXEMPLES

22. Determina si 3 i 5 són divisors de 72.

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 3} \\ 12 \\ 0 \end{array}$$

La divisió $72 : 3$ és exacta.

3 és divisor de 75 $\rightarrow$ 75 és divisible per 3.

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 5} \\ 22 \\ 2 \end{array}$$

La divisió $72 : 5$ no és exacta.

5 no és divisor de 72 $\rightarrow$ 72 no és divisible per 5.

23. Determina si 3 i 4 són divisors de 24.

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 3} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 4} \\ 0 \end{array}$$

Les dues divisions són exactes; per tant, 3 i 4 són divisors de 24.



HO ESCRIVIM AIXÍ

Div (a) $\rightarrow$ Representa el conjunt de tots els divisors del nombre a .

Div (8) $\rightarrow$ Tots els divisors de 8.

Div (12) $\rightarrow$ Tots els divisors de 12.

Els divisors s'obtenen dividint el nombre entre els successius nombres naturals, fins que el quocient de la divisió sigui més petit que el divisor.

És a dir, el nombre de divisors de a és limitat. A més, qualsevol nombre té com a divisors el mateix nombre i la unitat.

EXEMPLE

24. Comprova si 18 i 1 són divisors de 18.

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 18} \\ 0 \end{array}$$

La divisió $18 : 18$ és exacta.

18 és divisor de 18 $\rightarrow$ 18 és divisible per 18.

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$$

La divisió $18 : 1$ és exacta.

1 és divisor de 18 $\rightarrow$ 18 és divisible per 1.

ACTIVITATS

23 **CÀLCUL MENTAL.** Digues si és cert o fals, i raona les respostes.

a) 12 és divisor de 48. ☐ _____

b) 15 és divisor de 3. ☐ _____

c) 9 és divisor de 720. ☐ _____

24 De quins nombres és divisor 8? Encercla'ls.

a) 144 b) 56 c) 18 d) 24 e) 120 f) 112

25 Encercla els nombres següents que siguin divisors de 36.

2 7 12 36 15 20 1 4 40 9

SABER FER

Calcular tots els divisors d'un nombre

Calcula tots els divisors de 45.

Passos que cal seguir

1. Dividim el nombre entre els nombres naturals: 1, 2, 3..., fins que el quocient sigui més petit que el divisor.

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 4} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 7} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 3} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

→ El quocient, 6, és més petit que el divisor, 7.

2. De cada divisió exacta extraïem dos divisors: el divisor i el quocient.

$45 : 1 = 45 \rightarrow 1$ i 45 són divisors de 45.

$45 : 3 = 15 \rightarrow 3$ i 15 són divisors de 45.

$45 : 5 = 9 \rightarrow 5$ i 9 són divisors de 45.

Les altres divisions no són exactes.

Els divisors de 45 són:

$$\text{Div}(45) = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

Si multipliquem els divisors d'un nombre que estan situats als extrems, el resultat és el nombre del qual hem calculat els divisors.

$$\text{Div}(45) = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$\begin{array}{c} 45 \\ 45 \\ 45 \end{array}$$

ACTIVITATS

- 26 Indica si les afirmacions següents són certes o falses i raona la resposta.

- a) Els únics divisors de 12 són 2 i 4. ☐
- b) 2, 5 i 10 són divisors de 40. ☐
- c) Els divisors de 63 són 3 i 6. ☐

- 27 Donada la relació $104 = 4 \cdot 26$, quines afirmacions són certes?

- a) 104 és divisible per 4. ☐
- b) 104 és múltiple de 4. ☐
- c) 26 és divisor de 104. ☐
- d) 104 és divisible per 26. ☐

- 28 **CÀLCUL MENTAL.** Completa els divisors de 24, 16, 36 i 54.

$$\text{Div}(24) = \{1, 2, \square, 4, \square, 8, \square, \square\}$$

$$\text{Div}(16) = \{1, 2, \square, \square, 16\}$$

$$\text{Div}(36) = \{1, 2, \square, \square, \square, \square, \square, 36\}$$

$$\text{Div}(54) = \{1, 2, \square, \square, \square, \square, \square, 54\}$$

- 29 Troba tots els divisors dels nombres següents:

- a) 10 _____
- b) 25 _____
- c) 12 _____
- d) 26 _____
- e) 49 _____
- f) 20 _____
- g) 33 _____
- h) 121 _____
- i) 45 _____
- j) 28 _____

- 30 Completa la taula següent amb *sí* o *no*.

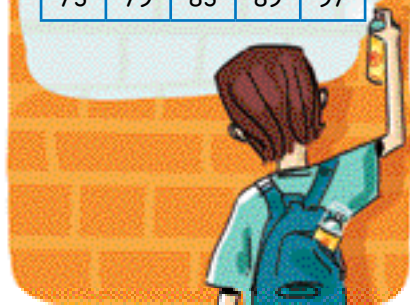
Divisible per	2	3	5	10	11
128					
251					
495					
968					
11.616					
5.610					
1.760					
3.168					

4

Nombres primers i nombres compostos

Nombres primers fins al 100

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97



- Un **nombre** a és **primer** si només té dos divisors: ell mateix i la unitat.

$$a \text{ és primer si } \text{Div}(a) = \{1, a\}$$

- Un **nombre** és **compost** si té més de dos divisors.
- El nombre 1 no és ni primer ni compost.

EXEMPLE

25. Esbrina si 17 i 27 són nombres primers o compostos.

- Calculem tots els divisors de 17:

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 1} \\ 7 17 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 2} \\ 1 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 3} \\ 2 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 4} \\ 1 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 5} \\ 2 3 \end{array}$$

► El quocient, 3, és més petit que el divisor, 5.

Per tant, no continuem dividint.

L'única divisió exacta és $17 : 1 = 17$, n'extraïem el divisor i el quocient.

$\text{Div}(17) = \{1, 17\} \rightarrow 17$ només té dos divisors.

17 és un nombre primer.

- Calculem tots els divisors de 27:

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 1} \\ 7 27 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 2} \\ 7 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 3} \\ 0 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 4} \\ 3 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 5} \\ 2 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 6} \\ 3 4 \end{array}$$

► Com que 4 és més petit que 6, no continuem dividint.

Extraïem el divisor i el quocient de les divisions exactes:

$27 : 1 = 27 \rightarrow 1$ i 27 són divisors de 27.

$27 : 3 = 9 \rightarrow 3$ i 9 són divisors de 27.

$\text{Div}(27) = \{1, 3, 9, 27\} \rightarrow 27$ té més de dos divisors.

27 és un nombre compost.



T'HI ATREVEIXES?

Després de l'11, quins són els tres nombres primers capicues següents?

ACTIVITATS

31 Encercla els nombres següents que siguin primers.

3 9 23 35 47 53 65 73 81 96

32 Indica tots els nombres primers inclosos entre 100 i 110.

4.1. Criteris de divisibilitat

Els **criteris de divisibilitat** són regles que ens permeten reconèixer, sense fer la divisió, si un nombre és divisible per un altre.

Els criteris de divisibilitat més importants són els següents:

Divisible per	Criteri de divisibilitat	Exemple
2	Si l'última xifra és 0 o parella.	$18 : 2$ és exacta, perquè 18 acaba en nombre parell.
3	Si la suma de les seves xifres és divisible per 3.	$81 : 3$ és exacta, perquè $8 + 1 = 9$, i 9 és divisible per 3.
5	Si l'última xifra és 0 o 5.	$65 : 5$ és exacta, perquè 65 acaba en 5.
10	Si l'última xifra és 0.	$100 : 10$ és exacta, perquè 100 acaba en 0.

➔ SABER FER



Determinar si un nombre és compost utilitzant els criteris de divisibilitat

Determina si aquests nombres són primers o compostos.

a) 33

b) 91

c) 61

Passos que cal seguir

1. Apliquem els criteris de divisibilitat dels nombres primers 2, 3 i 5 per trobar divisors de cada nombre.

Si es compleix que és divisible per algun d'aquests nombres, és un nombre compost.

2. Dividim pels nombres primers 7, 11, 13, 17..., fins que el quocient sigui més petit que el divisor.

- Si el nombre és divisible per algun d'aquests nombres, és un nombre compost.
- Si no és divisible per cap, el nombre és primer.

a) 33 no és divisible per 2 perquè no acaba en 0 ni en xifra parella.

33 és divisible per 3 perquè la suma de les seves xifres és divisible per 3.

$3 + 3 = 6$ Per tant, 33 és un nombre compost.

b) 91 no és divisible per 2 perquè no acaba en 0 ni en xifra parella.

91 no és divisible per 3 perquè la suma de les seves xifres no és divisible per 3.

91 no és divisible per 5 perquè no acaba en 0 ni en 5.

c) 61 no és divisible per 2 perquè no acaba en 0 ni en xifra parella.

61 no és divisible per 3 perquè la suma de les seves xifres no és divisible per 3.

61 no és divisible per 5 perquè no acaba en 0 ni en 5.

b) $91 \overline{) 7}$ 91 és divisible per 7 → És un nombre compost.

21 13
0

c) $61 \overline{) 7}$ $61 \overline{) 11}$ → El quocient, 5, és més petit que el divisor, 11.

5 8

6 5

61 és un nombre primer.

Els nombres primers per als quals no tenim un criteri de divisibilitat són: 7, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47...

ACTIVITATS

33 Digues si aquests nombres són primers o compostos aplicant-hi els criteris de divisibilitat.

a) 39 _____

b) 440 _____

HAS DE SABER FER...



Com expressem un producte de factors iguals per mitjà d'una potència?

Una **potència** és un producte de factors iguals.

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ vegades}} = 3^4$$

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ vegades}} = 2^3$$

$$5^5 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{5 \text{ vegades}}$$

$$7^2 = \underbrace{7 \cdot 7}_{2 \text{ vegades}}$$

Descompondre un nombre en factors és expressar-lo com un producte de diversos factors.

- Un nombre primer només admet una descomposició en factors, el producte de si mateix per la unitat.
- Un nombre compost admet més d'una descomposició en factors.



En la factorització d'un nombre, sempre que puguem farem servir potències.

EXEMPLES

26. Descompon en factors el nombre 13.

13 és un nombre primer $\rightarrow \text{Div}(13) = \{1, 13\}$

$13 \cdot 1$ és l'única descomposició en factors de 13.

27. Descompon en factors el nombre 24.

24 és un nombre compost $\rightarrow \text{Div}(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$24 = 24 \cdot 1 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8$

$24 \cdot 1, 2 \cdot 12$ o $3 \cdot 8$ són descomposicions en factors de 24.

Factoritzar un nombre és descompondre'l en factors primers, és a dir, expressar-lo com a producte dels seus divisors primers.

ACTIVITATS

34 Escriu una descomposició en factors d'aquests nombres.

a) $30 =$

c) $38 =$

b) $65 =$

d) $72 =$

35 A quin nombre corresponen aquestes factoritzacions?

a) $2^4 \cdot 3 \cdot 5 =$

d) $2 \cdot 3 \cdot 5^2 =$

b) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 =$

e) $3 \cdot 5^2 \cdot 7 =$

c) $2^3 \cdot 3 \cdot 5 =$

f) $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 =$

 SABER FER
**Factoritzar un nombre**

Descompon el nombre 630 com a producte de factors primers.

Passos que cal seguir

1. Dividim el nombre entre els nombres primers successius (2, 3, 5, 7, 11...) tantes vegades com puguem fins que aconseguim la unitat.

- 630 és divisible per 2. $630 : 2 = 315$ $630 = 2 \cdot 315$
- 315 no és divisible per 2.
315 és divisible per 3. $315 : 3 = 105$ $315 = 3 \cdot 105$
- 105 no és divisible per 2.
105 és divisible per 3. $105 : 3 = 35$ $105 = 3 \cdot 35$
- 35 no és divisible per 2, ni per 3.
35 és divisible per 5. $35 : 5 = 7$ $35 = 5 \cdot 7$
- 7 és un nombre primer. $7 : 7 = 1$ $7 = 7 \cdot 1$

Aquesta descomposició es pot escriure d'una manera abreujada així:

$$\begin{array}{r|l} 630 & 2 \\ 630 : 2 \rightarrow & 315 \\ 315 : 3 \rightarrow & 105 \\ 105 : 3 \rightarrow & 35 \\ 35 : 5 \rightarrow & 7 \\ 7 : 7 \rightarrow & 1 \end{array}$$

La factorització de 630 és:

$$630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

La descomposició s'acaba quan arribem a un nombre primer. Quan dividim aquest nombre per si mateix obtenim la unitat.

2. Escrivim el nombre com a producte de tots els factors primers obtinguts, i si hi ha factors repetits els expresseu com una potència.

ACTIVITATS

- 36 Factoritza aquests nombres.

- a) $15 =$ e) $55 =$
 b) $16 =$ f) $72 =$
 c) $24 =$ g) $86 =$
 d) $29 =$ h) $99 =$

- 37 Descompon aquests nombres en factors primers.

- a) $270 =$ e) $405 =$
 b) $2.470 =$ f) $675 =$
 c) $400 =$ g) $943 =$

- 38 Completa perquè es compleixin les igualtats.

- a) $2^3 \cdot 3^2 \cdot \square = 360$
 b) $\square^2 \cdot 7^2 \cdot 11 = 4.851$

- 39 A quins nombres corresponen aquestes descomposicions en factors primers?

- a) $2^3 \cdot 3 \cdot 5 =$ e) $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 =$
 b) $2 \cdot 3^2 \cdot 7 =$ f) $3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 =$
 c) $5 \cdot 7^2 \cdot 11 =$ g) $3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 =$
 d) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 =$ h) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 =$

- 40 **CÀLCUL MENTAL.** A quin nombre corresponen les descomposicions en factors primers següents?

- a) $2^2 \cdot 3 =$ e) $3^2 \cdot 5 =$
 b) $2^3 \cdot 3^2 =$ f) $2^3 \cdot 3 =$
 c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5 =$ g) $3 \cdot 5^2 =$
 d) $3^2 \cdot 7 =$ h) $2^3 \cdot 5 =$

El màxim comú divisor de dos nombres pot ser 1.

Per exemple:

$$4 = 2^2 \quad 9 = 3^2$$

No hi ha factors comuns

$$\text{m.c.d.}(4, 9) = 1$$



El **màxim comú divisor** de dos o més nombres és el més gran dels seus divisors comuns.

El màxim comú divisor de dos o més nombres $a, b, c, \dots$ s'expressa **m.c.d. ($a, b, c, \dots$)**.

Per calcular el màxim comú divisor hem de seguir aquests passos:

- 1r Descomponem els nombres en factors primers.
- 2n Escollim els factors comuns, elevats a l'exponent més petit.
- 3r El producte d'aquests factors és el m.c.d. dels nombres.

EXEMPLES

28. Calcula el màxim comú divisor de 40 i 100.

Primer, descomponem 40 i 100 en factors primers.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 40 = 2^3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 100 = 2^2 \cdot 5^2$$

Els factors primers comuns són 2 i 5.

Els elevem a l'exponent més petit: 2^2 i 5.

Per tant, resulta que $\text{m.c.d.}(40, 100) = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$

29. Troba el màxim comú divisor de 24, 84 i 132.

Primer, descomponem els nombres en factors primers.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

Els factors primers comuns són 2 i 3.

Els factors primers comuns elevats a l'exponent més petit són 2^2 i 3.

Així, el màxim comú divisor és $\text{m.c.d.}(24, 84, 132) = 2^2 \cdot 3 = 12$

ACTIVITATS

41 Calcula el màxim comú divisor.

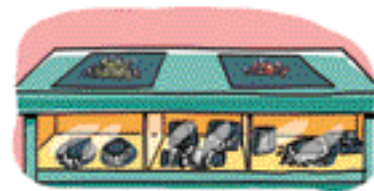
a) $\text{m.c.d.}(8, 10) =$

b) $\text{m.c.d.}(45, 54, 81) =$

 SABER FER

 Resoldre problemes utilitzant el màxim comú divisor

En una joieria tenen 96 brillants de color vermell i 144 de verds. Amb aquests brillants volen fer collarets d'un únic color i que tinguin tots la mateixa quantitat de pedres. Si els collarets han de tenir la quantitat més gran possible de brillants i que no en sobri cap, quants brillants han de posar a cada collaret?

**Passos que cal seguir**

- Decidim si es tracta d'un problema en què intervé el màxim comú divisor. Hem de comprovar:
 - Si hem de buscar un divisor comú.
 - Si ha de ser el més gran dels divisors comuns.

- Descomponem els nombres en factors primers.

- Calculem el màxim comú divisor dels nombres.

- Interpretem el resultat.

- Perquè no sobri cap brillant, la quantitat de pedres de cada collaret ha de ser un divisor de 96 i 144.
- Com que cada collaret ha de tenir la quantitat més gran possible de brillants, ha de ser el més gran dels divisors comuns de 96 i 144.

Es tracta d'un problema de màxim comú divisor.

96	2	144	2
48	2	72	2
24	2	36	2
12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

$$96 = 2^5 \cdot 3$$

$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

Factors comuns elevats al menor exponent $\rightarrow 2^4$ i 3

$$\text{m.c.d.}(96, 144) = 2^4 \cdot 3 = 48$$

Cada collaret ha de tenir 48 brillants. Així:

$$96 : 48 = 2 \rightarrow \text{Poden fer 2 collarets amb brillants vermells.}$$

$$144 : 48 = 3 \rightarrow \text{Poden fer 3 collarets amb brillants verds.}$$

En total, poden fer 5 collarets de 48 brillants cada un.

Els problemes de m.c.d. consisteixen a dividir en diversos grups diferents tipus d'elements sense que en sobri cap.

ACTIVITATS

- 42 En David té una col·lecció de vehicles en miniatura de 72 cotxes i 126 motos, que vol col·locar a la prestatgeria buida de la seva habitació.



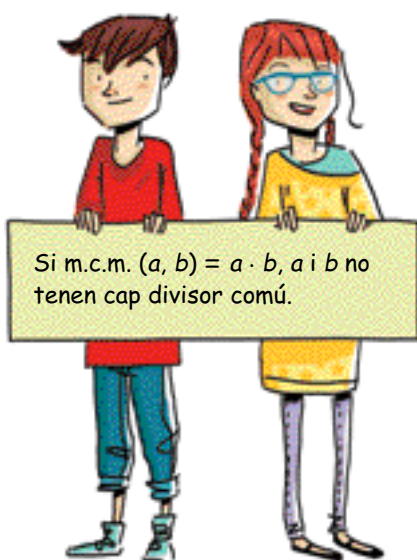
Vol que hi hagi la mateixa quantitat de cotxes i de motos a cada prestatge i, a més, per no utilitzar massa espai, vol col·locar el màxim nombre de vehicles en cada un. Si no vol que li sobri cap cotxe ni cap moto:

- a) Quants cotxes i motos ha de posar a cada prestatge?

N'ha de posar a cada prestatge.

- b) Quants prestatges necessita?

Necessita prestatges.



Si m.c.m. $(a, b) = a \cdot b$, a i b no tenen cap divisor comú.

El **mínim comú múltiple** de dos o més nombres és el més petit dels seus múltiples comuns.

El mínim comú múltiple de dos o més nombres $a, b, c, \dots$ s'expressa **m.c.m.** ($a, b, c, \dots$).

Per calcular el mínim comú múltiple seguim aquests passos:

- 1r Descomponem els nombres en factors primers.
- 2n Escollim els factors comuns i no comuns, elevats a l'exponent més gran.
- 3r El producte d'aquests factors és el m.c.m. dels nombres.

EXEMPLES

30. Calcula el mínim comú múltiple de 18 i 60.

Primer, descomponem 18 i 60 en factors primers.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 18 = 2 \cdot 3^2$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Els factors primers comuns són 2 i 3, i els no comuns, 5.

Els elevem a l'exponent més gran: $2^2, 3^2$ i 5.

Per tant, resulta que $\text{m.c.m.}(18, 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$

31. Calcula el mínim comú múltiple de 135, 315 i 175.

Primer, descomponem els nombres en factors primers.

$$\begin{array}{r|l} 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 135 = 3^3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

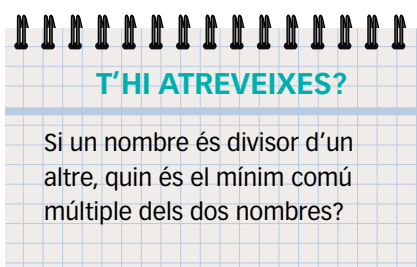
$$\begin{array}{r|l} 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$175 = 5^2 \cdot 7$$

Els factors primers comuns i no comuns són 3, 5 i 7.

Elevats a l'exponent més gran són $3^3, 5^2$ i 7.

Així, $\text{m.c.m.}(135, 175, 315) = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4.725$



T'HI ATREVEIXES?

Si un nombre és divisor d'un altre, quin és el mínim comú múltiple dels dos nombres?

ACTIVITATS

43 Calcula el mínim comú múltiple.

a) $\text{m.c.m.}(5, 12) =$

b) $\text{m.c.m.}(10, 20, 30) =$

 SABER FER

 Resoldre problemes utilitzant el mínim comú múltiple

En una parada d'autobusos coincideixen dues línies diferents. Els autobusos d'una de les línies passen cada 30 minuts i els de l'altra, cada 24 minuts. Si han coincidit a les 12.00 h, quina és l'hora següent a la qual tornaran a coincidir?

**Passos que cal seguir**

- Decidim si es tracta d'un problema en què intervé el mínim comú múltiple.
 - Hem de buscar un múltiple comú.
 - Ha de ser el més petit dels múltiples comuns.

- Descomponem els nombres en factors primers.

- Calculem el mínim comú múltiple dels nombres.

- Interpretem el resultat.

- Perquè els autobusos coincideixin ho han de fer en un múltiple de 30 i de 24.
- Com que volem saber quan tornaran a coincidir la propera vegada, ha de ser el més petit dels múltiples comuns.

Es tracta d'un problema de mínim comú múltiple.

$$\begin{array}{r|l}
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

Factors comuns i no comuns $\rightarrow 2, 3 \text{ i } 5$

Elevats a l'exponent més gran $\rightarrow 2^3, 3 \text{ i } 5$

$$\text{m.c.m. } (24, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Tornaran a coincidir, la propera vegada, al cap de 120 minuts; a les 14.00 h.

Els problemes de m.c.m. consisteixen a trobar el primer nombre que és múltiple de diferents nombres alhora.

ACTIVITATS

- 44** L'Alfons i en Màrius han coincidit avui a la barberia. L'Alfons es talla els cabells cada 42 dies i en Màrius ho fa cada 56 dies.

- a) Cada quants dies coincideixen a la barberia?

Coincideixen a la barberia cada dies.

- b) Si avui és 1 de febrer, quin dia tornaran a coincidir?

Tornaran a coincidir el dia de .

- 45** A la fira hi ha tres atraccions que funcionen alhora. El viatge en la roda dura 10 minuts, els autos de xoc duren 12 minuts i el tren de la bruixa, 18 minuts. Si han començat a funcionar totes tres alhora a les 17.45 h de la tarda, a quina hora es tornaran a posar en marxa al mateix temps?



Tornaran a funcionar alhora a les .

ACTIVITATS FINALS

46 En Josep fa una col·lecció de cromos.

••• Els cromos es venen en sobres de 5 cromos cadascun.



a) Pot comprar 15 cromos?

En Josep _____ pot comprar 15 cromos.

b) Pot comprar-ne 17?

En Josep _____ pot comprar 17 cromos.

47 En Rafael ha fet 40 croquetes.

••• a) Les pot repartir a parts iguals en 8 plats sense que n'hi sobri cap?

_____ les pot repartir.

b) I en 9 plats?

_____ les pot repartir.

48 L'Anna té un àlbum de 180 cromos. Els cromos es venen en sobres de 5 cromos cadascun. Si suposem que no es repeteix mai cap cromo, quants sobres haurà de comprar l'Anna, com a mínim, per acabar la col·lecció?

L'Anna haurà de comprar _____ cromos.

49 En Lluís ha d'enganxar les 49 fotos de les vacances en fileres de 3 fotos cadascuna.

a) Quantes fileres senceres li sortiran?

Li sortiran _____ fileres.

b) Li sobrarà cap fotografia? Raona la resposta.

Li sobran _____ fotografies.

SABER FER



Dividir una quantitat en grups iguals

50 Necessitem envasar 10 pastissos en capsos que continguin el mateix nombre de pastissos cadascuna. De quantes maneres els podem envasar?

PRIMER. Calculem tots els divisors de la quantitat.

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 1} \\ 0 \quad 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ 0 \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \overline{) 3} \\ 1 \quad 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \overline{) 4} \\ 2 \quad 2 \end{array}$$

El quocient, 2, és més petit que el divisor, 4. Per tant, no continuem dividint.

$10 : 1 = 10 \rightarrow$ Divisió exacta $\rightarrow$ Divisors: 1 i 10

$10 : 2 = 5 \rightarrow$ Divisió exacta $\rightarrow$ Divisors: 2 i 5

SEGON. Els divisors indiquen les maneres com podem agrupar la quantitat.

Divisors: 1 i 10

Els podem envasar en 1 capsos de 10 pastissos o en 10 capsos d'1 pastisset.

Divisors: 2 i 5

Els podem envasar en 2 capsos de 5 pastissos o en 5 capsos de 2 pastissos.

51 La Cristina té 24 cotxes de joguina i els vol col·locar en fila, de manera que totes les files tinguin el mateix nombre de cotxes. De quantes maneres ho pot fer?

Ho pot fer de _____ maneres.

52 La Maria ha fet 45 pastissos i els vol guardar en capsos. De quantes maneres ho pot fer perquè no en sobri cap?

Ho pot fer de _____ maneres.

- 53** L'Eduard treballa en una botiga d'animals. Hi ha 8 canaris i els ha de posar en gàbies, però totes les gàbies han de tenir el mateix nombre de canaris i no n'ha de sobrar cap. De quantes maneres pot col·locar els canaris a les gàbies?

Pot col·locar-los de maneres.

- 54** La Marta té 15 pinyes i les vol repartir en cistells. Tots els cistells han de tenir el mateix nombre de pinyes i no n'ha de sobrar cap. De quantes maneres diferents pot repartir les pinyes?



Pot repartir-les de maneres diferents.

- 55** En Cesc té 20 plaques de fusta i n'ha de fer piles amb el mateix nombre de plaques cadascuna, sense que en sobri cap. Quantes plaques pot posar a cada pila?

Pot posar plaques a cada pila.

- 56** La Sara té 16 targetes vermelles, 20 de grogues, 24 de blaves i 32 de verdes. Vol fer grups iguals de targetes i que no en sobri cap.

a) Quin és el nombre màxim de grups que pot fer?

Pot fer grups.

b) Quantes targetes de cada color hi haurà en cada grup?

En cada grup hi haurà ,
i targetes, respectivament.

- 57** La Maria ha regat avui els geranis i els cactus de la terrassa. Rega els geranis cada tres dies, i els cactus, cada 9. Quants dies han de passar com a mínim fins que la Maria torni a regar les dues plantes el mateix dia?

Han de passar dies.

- 58** En Quico i la Raquel van a patinar a la mateixa pista. En Quico hi va cada 4 dies, i la Raquel, cada 5 dies. Avui hi han anat tots dos. Quants dies han de passar perquè tornin a coincidir tots dos a la pista de patinatge?



Han de passar dies.

- 59** La Mercè i la Beatriu munten a cavall. La Mercè ho fa cada 3 dies i la Beatriu, cada 4 dies. Si coincideixen el 24 de febrer, quan tornaran a coincidir?

Tornaran a coincidir el de .

- 60** En la il·luminació d'un arbre de Nadal hi ha llums verds, vermells i grocs. Els verds s'encenen cada 12 segons, els vermells, cada 15 segons i els grocs, cada 9 segons;

a) Cada quants segons coincideixen els tres tipus de llums?

Coincideixen cada segons.

b) En una hora, quantes vegades coincideixen encesos?

En una hora coincideixen vegades.



Operacions amb nombres naturals

Per fer operacions de **suma** i **resta** es resolten les operacions d'esquerra a dreta:

$$10 - 7 + 8 - 3 - 2 = 3 + 8 - 3 - 2 = 11 - 3 - 2 = 8 - 2 = 6$$

Per fer operacions de **suma**, **resta**, **multiplicació** i **divisió** primer es calculen les multiplicacions i les divisions, d'esquerra a dreta, i després, les sumes i les restes, d'esquerra a dreta:

$$4 + 3 \cdot 2 - 15 : 3 = 4 + 6 - 15 : 3 = 4 + 6 - 5 = 10 - 5 = 5$$

ACTIVITAT

1 Troba el resultat d'aquestes operacions.

a) $4 + 7 - 5 + 3 - 6 =$ c) $4 + 3 \cdot 2 - 7 + 10 : 2 =$

b) $12 - 5 + 6 - 7 =$ d) $12 + 18 \cdot 2 - 3 \cdot 2 + 1 =$

Operacions combinades amb nombres naturals

Per resoldre operacions combinades de suma, resta, multiplicació i divisió entre nombres naturals, hem de seguir l'ordre següent:

- 1r Resolem les operacions que hi ha entre parèntesis i claudàtors.
- 2n Efectuem les multiplicacions i les divisions en l'ordre en què apareixen, d'esquerra a dreta.
- 3r Calculem les sumes i les restes, també en l'ordre en què apareixen.

EXEMPLE

$$\begin{aligned} & (16 - 6) : 2 + 12 : (6 - 4) = \\ & = 10 : 2 + 12 : 2 = \\ & = 5 + 6 = 11 \end{aligned}$$

ACTIVITAT

2 Fes aquestes operacions.

a) $(14 - 6) : 4 + 7 =$

b) $(5 + 4) \cdot (3 - 1) + 12 : 6 =$

c) $2 + (7 + 4) \cdot 3 - 12 : (5 + 1) =$

d) $5 - (6 - 4) : 2 + (4 + 3) \cdot 2 =$

PART SUPERIOR

(5 °C a 4 °C)

Lactis i embotits

PART CENTRAL (2 °C)

Carn i peix

PORTES (15 °C a 10 °C)

Salses, begudes, ous...

CALAIXOS (10 °C)

Fruïtes i verdures soltes
o en bosses foradades

CONGELADOR (-18 °C)

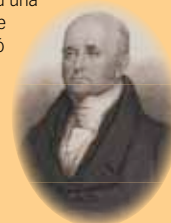
Aliments congelats



1834

Jacob Perkins rep la patent a Londres d'una màquina de compressió de vapor.

Aquesta màquina va ser l'origen del que és el frigorífic o la nevera.



1874

Charles Tellier nolieja el primer vaixell frigorífic de carn congelada entre Buenos Aires i Le Havre. La travessa va durar 105 dies.



Nombres enters

3



SABER

- Nombres enters
- Comparació de nombres enters
- Operacions amb nombres enters

SABER FER

- Ordenar nombres enters
- Sumar i restar diversos nombres enters
- Efectuar sumes i restes amb parèntesis
- Multiplicar i dividir diversos nombres enters
- Fer operacions combinades amb parèntesis i claudàtors



? VIDA QUOTIDIANA

La nevera

Les primeres neveres eren un simple armari en el qual hi havia un compartiment superior on es posava neu, i a la part inferior es col·locaven els aliments perquè es conservessin.

Les actuals són força més sofisticades i solen estar organitzades per temperatures.

- Si en una nevera com la de la imatge posem una bossa al congelador, a quina temperatura estarà?

1879

Surt al mercat la primera nevera domèstica de característiques mecàniques.

Aquesta nevera la va inventar i fabricar l'alemany Carl von Linde i utilitzava un circuit d'amoniac.

1922

Clarence Birdseye prova que, com més ràpidament es produeix la congelació de l'aliment fresc, millor conserva el sabor i la textura originals.



1923

Baltzar von Platen i Carl Munters inventen el frigorífic elèctric. La patent per fabricar-lo i comercialitzar-lo la compra l'empresa Kelvinator, que fins a dos anys després no el fabrica en sèrie.



1930

Es comença a fer servir com a líquid de refrigeració el freó o R-12.

Però des del 1987 se'n restringeix l'ús perquè és un dels responsables de la destrucció de la capa d'ozó.



1

Nombres enters

Hi ha situacions quotidianes que no podem expressar amb nombres naturals. En aquests casos utilitzem un altre tipus de nombres, els **nombres enters**.

Els nombres enters porten al davant el signe $+$ o $-$, segons si la quantitat expressada està per sobre o per sota de zero.



En el conjunt dels nombres enters, que representem amb $\mathbb{Z}$, podem diferenciar:

- Nombres **enters positius**: $+1, +2, +3, +4$, que són els nombres naturals.
- El nombre 0.
- Nombres **enters negatius**: $-1, -2, -3, -4, \dots$

EXEMPLE

1. Escribe ejemplos de situaciones en què fem servir els nombres enters.

Dec 25 € al meu germà $\rightarrow -25$ €

Aquesta nit la temperatura ha baixat a 9 graus sota zero $\rightarrow -9$ °C

L'ocell vola a 12 m d'altura $\rightarrow +12$ m



HO ESCRIVIM AIXÍ

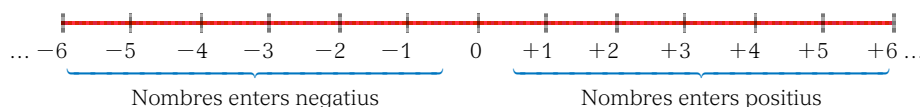
En els nombres enters positius no acostumem a escriure el signe $+$:

$$+5 = 5 \quad +17 = 17$$

1.1. Representació en la recta numèrica

Els nombres enters es representen ordenats en la recta numèrica:

- El zero, 0, divideix la recta en dues parts iguals.
- Fixem l'1 i escollim com a unitat la distància que té fins al 0.
- Desplacem aquesta unitat a la dreta del 0 per representar els enters positius, i a l'esquerra per representar els negatius.

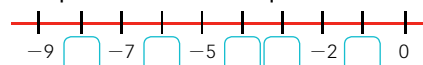


ACTIVITATS

- 1 Expressa amb un nombre enter.

- El submarí ha baixat a 100 m sota el nivell del mar.
- En Ramon deu 3.000 € al banc.
- El nou edifici de la ciutat on viu la Sara té 288 m d'alçada.
- En Marc ha de pagar 156 € en la declaració de la renda.

- 2 Completa els nombres que falten.



- 3 Indica el nombre enter que correspon a cada punt marcat en la recta numèrica.



1.2. El valor absolut d'un nombre enter

El **valor absolut** d'un nombre enter és la distància, en unitats, que el separa del zero en la recta numèrica. És igual al nombre sense el seu signe.

$$|+a| = a \quad |-a| = a$$



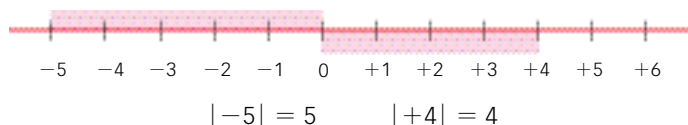
HO ESCRIVIM AIXÍ

El valor absolut d'un nombre enter a s'escriu posant-lo entre dues barres verticals.

$$|a|$$

EXEMPLE

2. Escriu el valor absolut de -5 i $+4$.



El valor absolut de 0 és 0, $|0| = 0$.

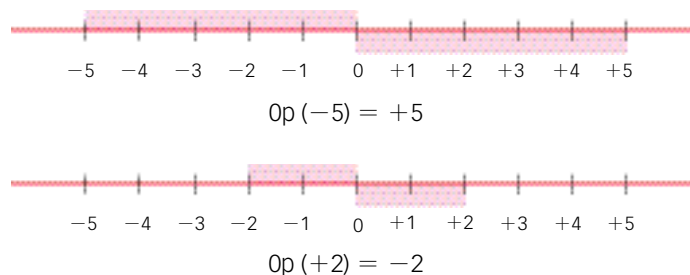
1.3. L'oposat d'un nombre enter

Dos nombres enters són **oposats** si estan situats a la mateixa distància del zero.

$$\text{Op } (+a) = -a \quad \text{Op } (-a) = +a$$

EXEMPLE

3. Troba l'oposat de -5 i $+2$.



Per calcular l'oposat d'un enter, en canviem el signe.

$$\text{Op } (-3) = 3$$

$$\text{Op } (+2) = -2$$

ACTIVITATS

4. Calcula el valor absolut dels nombres següents:

a) $|+3| =$ c) $|-5| =$

b) $|-2| =$ d) $|-12| =$

5. Determina els oposats d'aquests nombres.

a) $\text{Op } (+2) =$ b) $\text{Op } (-8) =$

6. Indica quants nombres enters estan inclosos entre els següents:

a) $+5$ i el seu oposat

b) -7 i el seu oposat

c) Els oposats de -3 i $+2$

2

Comparació de nombres enters

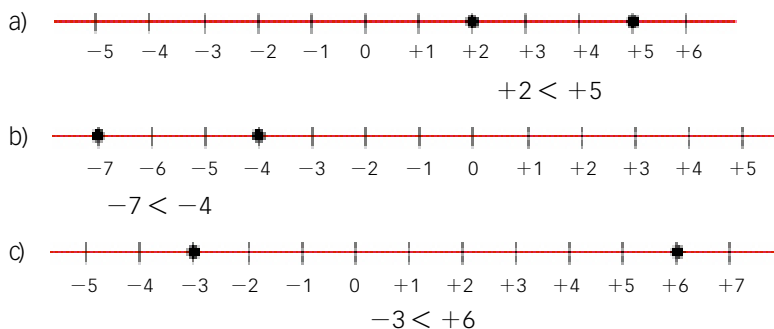
El més gran de dos nombres enters és el que està situat més a la dreta en la recta numèrica.

El zero és més gran que qualsevol nombre negatiu i més petit que qualsevol nombre positiu.



EXEMPLE

4. Compara aquests nombres. a) $+5i + 2$ b) $-4i - 7$ c) $+6i - 3$



2.1. Comparació a partir del valor absolut

- De dos nombres enters positius, és més gran el que té el valor absolut més gran.
- De dos nombres enters negatius, és més gran el que té el valor absolut més petit.

EXEMPLE

5. Compara aquests nombres. a) $+3i + 5$ b) $-4i - 2$

a) $\left. \begin{array}{l} +3i = 3 \\ +5i = 5 \end{array} \right\} 5 > 3 \rightarrow +5 > +3$ b) $\left. \begin{array}{l} -4i = 4 \\ -2i = 2 \end{array} \right\} 2 < 4 \rightarrow -2 > -4$

ACTIVITATS

7. Escribe i representa gràficament en una recta numèrica.

- a) Tres nombres més grans que -2 .
b) Tres nombres més petits que $+1$.

8. Escribe el signe $<$ o $>$, segons correspongui.

- a) -3 -12 c) -3 0
b) -2 2 d) -5 -3

9. Troba un nombre enter que estigui comprès entre aquests nombres.

- a) $-3 < \square < 0$ c) $-8 < \square < -5$
b) $7 < \square < 10$ d) $-4 < \square < 1$

 SABER FER

 Ordenar nombres enters

Ordena de més gran a més petit aquests nombres enters.

-10 +4 +9 0 -6 -8 +3

Passos que cal seguir

1. Agrupem d'una banda els nombres positius i, de l'altra, els negatius.
2. Ordenem els **enters positius** com si fossin nombres naturals.
3. Ordenem els **negatius** tenint en compte que és més gran el que té menys valor absolut.
4. Per ordenar tots els nombres tenim en consideració que els nombres positius són més grans que els negatius, i que el 0 és més gran que els negatius, però més petit que els positius.

$$\begin{array}{r} +4 \quad +9 \quad +3 \\ \hline \downarrow \\ +9 > +4 > +3 \end{array}$$

$$0 \quad -10 \quad -6 \quad -8$$

$$\begin{array}{r} -10| = 10 \\ -6| = 6 \\ -8| = 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} -10| = 10 \\ -6| = 6 \\ -8| = 8 \end{array}} \right\} \rightarrow -6 > -8 > -10$$

$$+9 > +4 > +3 > 0 > -6 > -8 > -10$$

Per ordenar de més gran a més petit, col·loquem primer els nombres positius. Si és de més petit a més gran, hem d'escriure primer els nombres negatius.

ACTIVITATS

- 10 Ordena de més petit a més gran els nombres enters següents:

+7 -6 -8 +2 0 +13
+3 -4 +5 -9 +6 -12

- 11 Ordena de més gran a més petit aquests nombres enters.

+10 -9 +3 -4 +6 -7

- 12 Situa en una recta numèrica.

- a) Cinc nombres més petits que +2.

- b) Cinc nombres més grans que -4.

- 13 Troba quatre nombres en cada cas.

- a) Més grans que -10 i més petits que -3.

- b) Més grans que -4 i més petits que +2.

- c) Més grans que -8 i més petits que -1.

- 14 Determina el nombre que es descriu en cada cas.

- a) És 4 unitats més petit que +8.
- b) És 4 unitats més gran que -8.
- c) És 4 unitats més petit que -8.
- d) És 8 unitats més gran que -4.
- e) És 8 unitats més petit que +4.

- 15 Esbrina, en cada cas, quin nombre enter compleix la característica indicada.

- a) Està situat 8 unitats a la dreta de -6.
- b) Està situat 10 unitats a l'esquerra de +7.
- c) Està situat 5 unitats a l'esquerra de +5.

3

Suma i resta de nombres enters

T'HI ATREVEIXES?

Quin és el nombre que s'ha de sumar a un nombre enter per obtenir-ne l'oposat?

3.1. Suma de dos nombres enters

Per sumar dos nombres enters amb el **mateix signe**:

1r En sumem els valors absoluts.

2n Afegim al resultat el mateix signe dels nombres.

EXEMPLE

6. Resol aquestes sumes de nombres enters.

a) $(+3) + (+4) = +7$

$$\begin{array}{l} +3| = 3 \\ +4| = 4 \end{array} \rightarrow 3 + 4 = 7$$

c) $(+8) + (+4) = +12$

$$\begin{array}{l} +8| = 8 \\ +4| = 4 \end{array} \rightarrow 8 + 4 = 12$$

b) $(-2) + (-7) = -9$

$$\begin{array}{l} -2| = 2 \\ -7| = 7 \end{array} \rightarrow 2 + 7 = 9$$

d) $(-5) + (-3) = -8$

$$\begin{array}{l} -5| = 5 \\ -3| = 3 \end{array} \rightarrow 5 + 3 = 8$$

Per sumar dos nombres enters amb **signe diferent**:

1r En restem els valors absoluts (el més petit del més gran).

2n Afegim al resultat el signe del nombre de valor absolut més gran.

EXEMPLE

7. Resol aquestes sumes de nombres enters.

a) $(-7) + (+5) = -2$

$$\begin{array}{l} -7| = 7 \\ +5| = 5 \end{array} \rightarrow 7 - 5 = 2$$

c) $(+5) + (-4) = +1$

$$\begin{array}{l} +5| = 5 \\ -4| = 4 \end{array} \rightarrow 5 - 4 = 1$$

b) $(-5) + (+9) = +4$

$$\begin{array}{l} -5| = 5 \\ +9| = 9 \end{array} \rightarrow 9 - 5 = 4$$

d) $(+8) + (-11) = -3$

$$\begin{array}{l} +8| = 8 \\ -11| = 11 \end{array} \rightarrow 11 - 8 = 3$$

ACTIVITATS

16 **CÀLCUL MENTAL.** Efectua les operacions següents:

a) $(+9) + (-3) = \square$ c) $(+7) + (-8) = \square$

b) $(-5) + (-3) = \square$ d) $(-7) + (-10) = \square$

17 **CÀLCUL MENTAL.** Completa aquestes sumes.

a) $(-11) + \square = +4$ c) $\square + (-20) = -12$

b) $(+13) + \square = +12$ d) $\square + (+5) = -13$

3.2. Resta de dos nombres enters

Per **restar dos nombres enters**, sumem al primer l'oposat del segon.

EXEMPLE

8. Resol aquestes restes de nombres enters.

a) $(+3) - (+4) = (+3) + \text{Op } (+4) = (+3) + (-4) = -1$

$$\begin{array}{l} +3| = 3 \\ -4| = 4 \end{array} \rightarrow 4 - 3 = 1$$

b) $(+8) - (-11) = (+8) + \text{Op } (-11) = (+8) + (+11) = +19$

$$\begin{array}{l} +8| = 8 \\ +11| = 11 \end{array} \rightarrow 8 + 11 = 19$$

c) $(-3) - (-7) = (-3) + \text{Op } (-7) = (-3) + (+7) = +4$

$$\begin{array}{l} -3| = 3 \\ +7| = 7 \end{array} \rightarrow 7 - 3 = 4$$

d) $(+11) - (-8) = (+11) + \text{Op } (-8) = (+11) + (+8) = +19$

$$\begin{array}{l} +11| = 11 \\ +8| = 8 \end{array} \rightarrow 11 + 8 = 19$$

e) $(-6) - (+5) = (-6) + \text{Op } (+5) = (-6) + (-5) = -11$

$$\begin{array}{l} -6| = 6 \\ -5| = 5 \end{array} \rightarrow 6 + 5 = 11$$

f) $(-5) - (+6) = (-5) + \text{Op } (+6) = (-5) + (-6) = -11$

$$\begin{array}{l} -5| = 5 \\ -6| = 6 \end{array} \rightarrow 5 + 6 = 11$$



Quan sumem o restem 0 a qualsevol nombre, obtenim el mateix nombre.

$$\begin{array}{ll} (+7) + 0 = +7 & (+6) - 0 = +6 \\ 0 + (-5) = -5 & (-4) - 0 = -4 \end{array}$$

ACTIVITATS

18 Resol les restes següents:

a) $(+5) - (-6) = \square$ e) $(-3) - (+9) = \square$

b) $(+5) - (+6) = \square$ f) $(-3) - (-9) = \square$

c) $(-5) - (-6) = \square$ g) $(+3) - (+9) = \square$

d) $(-5) - (+6) = \square$ h) $(+3) - (-9) = \square$

19 Completa aquestes restes.

a) $(+3) - \square = -7$ c) $\square - (+8) = +7$

b) $(-15) - \square = +9$ d) $\square - (-4) = -11$

e) $\square - (+4) = +9$ g) $\square - (-9) = +2$

f) $\square - (-9) = +16$ h) $\square - (+4) = -1$

20 CÀLCUL MENTAL. Completa les sumes i restes següents:

a) $\square + (+4) = +9$ e) $\square + (-9) = +2$

b) $\square + (-9) = +16$ f) $\square + (+4) = -1$

c) $(-16) - \square = -11$ g) $(+8) - \square = +13$

d) $\square - (-3) = -5$ h) $\square - (+7) = 0$

Per simplificar les sumes i les restes de diversos nombres enters, seguim aquestes regles:

REGLA 1. Eliminem els parèntesis del primer sumand i, si té signe positiu, l'escrivim sense signe.

$$(+3) + (-7) = 3 + (-7) \quad (-9) + (-1) = -9 + (-1)$$

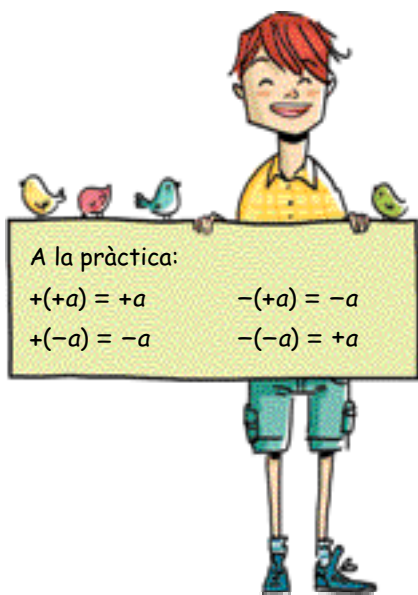
REGLA 2. Quan traiem els parèntesis precedits del signe +, el signe que es manté és el del nombre.

$$(-5) + (+1) = -5 + 1 \quad (-4) + (-8) = -4 - 8$$

REGLA 3. Quan traiem els parèntesis precedits del signe -, el signe que escrivim és el del seu oposat.

$$(-7) - (+6) = -7 - 6 \quad (+3) - (-4) = +3 + 4$$

Després d'aplicar aquestes regles, l'expressió queda escrita de **manera abreujada**.



EXEMPLE

9. Escriu de manera abreujada les expressions següents:

a) $(+6) + (-4) - (+8) =$

Regla 1 → $= 6 + (-4) - (+8) =$

Regla 2 → $= 6 - 4 - (+8) =$

Regla 3 → $= 6 - 4 - 8$

b) $(+8) - (+4) + (+5) + (-7) - (-3) =$

Regla 1 → $= 8 - (+4) + (+5) + (-7) - (-3) =$

Regla 2 → $= 8 - (+4) + 5 - 7 - (-3) =$

Regla 3 → $= 8 - 4 + 5 - 7 + 3$

ACTIVITATS

21. Escriu de manera abreujada les operacions següents:

a) $(+12) + (-3) + (+2) =$

b) $(-15) + (+6) - (-5) =$

c) $(+4) - (+3) + (-8) =$

d) $(-16) - (-2) + (+3) =$

e) $(+5) - (+6) + (-7) =$

22. Escriu de manera abreujada aquestes operacions.

a) $(+3) - (+4) + (+8) =$

b) $(-14) + (-13) - (-10) =$

c) $(+20) - (+18) - (-9) =$

d) $(-16) + (-4) + (+12) =$

e) $(-21) - (-12) + (+9) =$

 SABER FER

 Sumar i restar diversos nombres enters

Efectua aquesta operació.

$$(-7) - (+5) + (+3) + (+9) - (-4) + (-2)$$

Passos que cal seguir

1. Escrivim l'operació de manera abreujada.

$$\begin{aligned} (-7) - (+5) + (+3) + (+9) - (-4) + (-2) &= \\ &= -7 - (+5) + (+3) + (+9) - (-4) + (-2) = \\ &= -7 - (+5) + 3 + 9 - (-4) - 2 = \\ &= -7 - 5 + 3 + 9 + 4 - 2 \end{aligned}$$

2. Sumem els nombres que porten signe +.

$$3 + 9 + 4 = 16$$

3. Sumem els nombres que porten signe -.

$$7 + 5 + 2 = 14$$

4. Restem el primer resultat menys el segon.

$$16 - 14 = 2$$

$$(-7) - (+5) + (+3) + (+9) - (-4) + (-2) = 2$$

Recorda que un nombre sense signe és igual a un enter positiu, $16 = +16$

ACTIVITATS

- 23 Determina el resultat d'aquestes operacions.

- a) $(-9) + (-4) - (+5) =$
- b) $(+7) + (-3) - (+15) =$
- c) $(-6) - (-9) + (+13) =$
- d) $(+25) + (-6) - (+8) =$
- e) $(-14) + (+23) - (+25) =$

- 24 Calcula les operacions següents:

- a) $(-5) + (+18) - (-3) - (-5) =$
- b) $(+7) - (-19) - (+17) + (+6) =$
- c) $(+16) + (-8) - (+8) - (-4) =$
- d) $(-14) - (-2) - (+13) - (-7) =$
- e) $(+34) + (-28) - (-12) - (-2) =$
- f) $(-19) - (+21) - (+32) - (+22) =$

- 25 Efectua aquestes operacions.

- a) $(+14) - (-37) - (+46) - (+39) - (+62) =$
- b) $(-25) + (-16) - (-29) + (+52) - (+10) =$
- c) $(-35) + (-48) - (-53) - (+30) + (+50) =$
- d) $(+18) + (-21) - (+36) - (+4) - (+9) =$
- e) $(-33) - (-52) - (-6) - (-11) + (-31) =$

- 26 **CÀLCUL MENTAL.** Completa les operacions següents:

- a) $+ (-3) = 8$
- b) $(+6) -$ $= -1$
- c) $- (+4) = 6$
- d) $(-8) -$ $= -9$
- e) $- (-5) = 14$
- f) $(-15) +$ $= -7$

5

Multiplicació i divisió de nombres enters

5.1. Multiplicació de nombres enters

Per **multiplicar** dos **nombres enters**:

- 1r Multipliquem els valors absoluts dels dos nombres.
- 2n Al resultat, hi afegim el signe $+$ si tots dos nombres són del mateix signe, o el signe $-$ si són de signes diferents.

EXEMPLE

10. Calcula aquestes multiplicacions.

a) $(-3) \cdot (+5) = -15$

Signe diferent

c) $(+4) \cdot (+6) = +24$

Mateix signe

b) $(-7) \cdot (-2) = +14$

Mateix signe

d) $(+9) \cdot (-8) = -72$

Signe diferent



Regla dels signes:

$+$ $\cdot$ $+$ $=$ $+$	$+$ $:$ $+$ $=$ $+$
$-$ $\cdot$ $-$ $=$ $+$	$-$ $:$ $-$ $=$ $+$
$+$ $\cdot$ $-$ $=$ $-$	$+$ $:$ $-$ $=$ $-$
$-$ $\cdot$ $+$ $=$ $-$	$-$ $:$ $+$ $=$ $-$

5.2. Divisió de nombres enters

Per **dividir** dos **nombres enters**:

- 1r Dividim els valors absoluts dels dos nombres.
- 2n Al resultat, hi afegim el signe $+$ si tots dos nombres són del mateix signe, o el signe $-$ si són de signes diferents.

EXEMPLE

11. Calcula aquestes divisions. Aplica la regla dels signes.

a) $(-12) : (-4) = +3$

Mateix signe

c) $(-9) : (+9) = -1$

Signe diferent

b) $(+8) : (-2) = -4$

Signe diferent

d) $(+15) : (+3) = +5$

Mateix signe

ACTIVITATS

27 **CÀLCUL MENTAL.** Resol les operacions següents:

- | | |
|---|--|
| a) $(+4) \cdot (+6) =$ <input type="text"/> | e) $(+12) : (+3) =$ <input type="text"/> |
| b) $(-2) \cdot (-9) =$ <input type="text"/> | f) $(+15) : (-3) =$ <input type="text"/> |
| c) $(-3) \cdot (+5) =$ <input type="text"/> | g) $(-20) : (-4) =$ <input type="text"/> |
| d) $(+4) \cdot (-8) =$ <input type="text"/> | h) $(-28) : (-7) =$ <input type="text"/> |

28 Completa les operacions següents:

- | | |
|--|--|
| a) $(-4) \cdot$ <input type="text"/> $= +36$ | e) <input type="text"/> $: (-4) = +12$ |
| b) <input type="text"/> $\cdot (-8) = -48$ | f) <input type="text"/> $: (-5) = -18$ |
| c) <input type="text"/> $\cdot (+7) = -28$ | g) <input type="text"/> $: (-7) = -1$ |
| d) $(+6) \cdot$ <input type="text"/> $= -36$ | h) <input type="text"/> $: 8 = -3$ |

SABER FER

Multiplicar i dividir diversos nombres enters

Calcula el valor d'aquestes expressions.

a) $(-15) : (+5) \cdot (+2)$ b) $(-12) \cdot (-2) : (+3) : (-4)$

Passos que cal seguir

1. Calculem el signe del resultat de l'operació.

2. Multipliquem o dividim, d'esquerra a dreta, els valors absoluts dels nombres i hi afegim el signe del resultat.

a) $(-15) : (+5) \cdot (+2) = -$

Signe diferent

Signe diferent

$| -15 | : | +5 | \cdot | +2 | = 3 \cdot | +2 | = 6$

$(-15) : (+5) \cdot (+2) = -6$

b) $(-12) \cdot (-2) : (+3) : (-4) = -$

Mateix signe

Mateix signe

Signe diferent

$| -12 | \cdot | -2 | : | +3 | : | -4 | = 24 : | +3 | : | -4 | = 8 : | -4 | = 2$

$(-12) \cdot (-2) : (+3) : (-4) = -2$

Resol les operacions en l'ordre en què es donen, d'esquerra a dreta.

ACTIVITATS

29 Resol aquestes multiplicacions.

a) $(+3) \cdot (+9) \cdot (-4) =$

b) $(+2) \cdot (-5) \cdot (+4) =$

c) $(-4) \cdot (+8) \cdot (-3) =$

d) $(-7) \cdot (-1) \cdot (+5) =$

e) $(+2) \cdot (+11) \cdot (-1) =$

f) $(+9) \cdot (-12) \cdot (-6) =$

30 Determina el resultat d'aquestes operacions.

a) $(+36) : (-9) \cdot (-3) =$

b) $(+42) : (-7) \cdot (+2) =$

c) $(+38) : (+2) \cdot (-5) =$

d) $(+63) : (+9) \cdot (-4) =$

e) $(+54) : (+6) \cdot (-2) =$

f) $(+93) : (-3) \cdot (+7) =$

g) $(+88) : (-4) \cdot (-9) =$

31 Efectua aquestes operacions.

a) $(+20) \cdot (+5) : (-4) =$

b) $(+8) \cdot (-8) : (+16) =$

c) $(-12) \cdot (+5) : (-3) =$

d) $(+9) \cdot (-3) : (-9) =$

e) $(-10) : (+2) \cdot (-25) =$

f) $(-3) \cdot (+35) : (-7) =$

g) $(+4) \cdot (+15) : (-2) =$

32 Calcula el resultat.

a) $(-22) : (-11) \cdot (-1) : (+2) =$

b) $(+32) : (+8) \cdot (-5) : (+4) =$

c) $(-72) : (-6) : (-2) : (-3) =$

d) $(+48) \cdot (+11) : (+22) : (-6) =$

e) $(-27) \cdot (+12) \cdot (+14) : (+24) =$

f) $(-49) : (+7) \cdot (-18) : (-14) =$

6

Operacions combinades



NOTE N'OBLIDIS

És important respectar l'ordre de les operacions per obtenir el resultat correcte.

Igual que amb els nombres naturals, quan tenim operacions de suma, resta, multiplicació i divisió amb nombres enters en una mateixa expressió, l'ordre que hem de seguir és el següent:

- 1r Resolem les multiplicacions i les divisions, d'esquerra a dreta.
- 2n Calculem el resultat de les sumes i les restes, també d'esquerra a dreta.

EXEMPLES

12. Efectua aquestes operacions.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (-10) : (+2) - (-4) \cdot (+1) = \\ & \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ & = (-5) - (-4) = \quad \text{Multiplicacions i divisions} \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & = -1 \quad \text{Sumes i restes} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (+2) - (-3) \cdot (-4) - (+8) : (-2) = \\ & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ & = (+2) - (+12) - (-4) = \quad \text{Multiplicacions i divisions} \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & = (-10) - (-4) = \quad \text{Sumes i restes} \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & = -6 \end{aligned}$$

13. Calcula el resultat.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (-4) \cdot (-2) - (-5) + (+3) \cdot (-6) = (+8) - (-5) + (-18) = \\ & \quad \quad \quad = (+13) + (-18) = -5 \\ \text{b) } & 6 - (-3) \cdot (-2) \cdot (+4) = 6 - (+6) \cdot (+4) = 6 - (+24) = -18 \\ \text{c) } & -9 - 5 \cdot (-3) - 6 = -9 - (-15) - 6 = 6 - 6 = 0 \\ \text{d) } & (+10) : (-2) \cdot (+3) + 9 = (-5) \cdot (+3) + 9 = -15 + 9 = -6 \end{aligned}$$

ACTIVITATS

33 CÀLCUL MENTAL. Efectua aquestes operacions.

a) $(-10) : (+5) + (+2) \cdot (+3) =$

b) $(+4) : (-2) - (+6) : (+3) =$

c) $(+8) - (-9 + 5) : (-2) =$

d) $(-12) + (6 - 8) \cdot (-1) =$

34 Efectua aquestes operacions.

a) $3 \cdot (-5) - 8 : 2 - (-5) =$

b) $-7 - 9 \cdot 2 + 7 \cdot (-3) =$

c) $13 - 4 \cdot (-6) + 9 : (-3) =$

d) $25 : (-5) : (-1) + 6 : (-2) : 3 =$

 SABER FER


Fer operacions combinades amb parèntesis i claudàtors

Resol aquesta operació.

$$(-4) - [(-8) - (+2)] : (-5) + (-6) : [(+1) - (-2)]$$

Passos que cal seguir

1. Efectuem les operacions que hi ha dins dels claudàtors.
2. Resolem les multiplicacions i les divisions en l'ordre en què apareixen.
3. Calculem les sumes i les restes també d'esquerra a dreta.

$$\begin{aligned}
 & (-4) - [(-8) - (+2)] : (-5) + (-6) : [(+1) - (-2)] = \\
 & = (-4) - (-10) : (-5) + (-6) : (+3) = \\
 & = (-4) - (+2) + (-2) = \\
 & = (-6) + (-2) = \\
 & = -8
 \end{aligned}$$

Una vegada que hem resolt les multiplicacions i les divisions, podem escriure el resultat de manera abreujada.

$$\begin{aligned}
 & (-4) - (+2) + (-2) = \\
 & = -4 - 2 - 2 = -8
 \end{aligned}$$

ACTIVITATS

35 Calcula aquestes operacions.

- $[(+4) - (+16)] : (-4) =$
- $(+2) \cdot [(-5) - (+4)] =$
- $(-4) \cdot [(+8) + (-3)] =$
- $(-7) \cdot [(-1) - (+5)] =$
- $[(+2) + (+11)] \cdot (-1) =$
- $[(+9) - (-12)] : (-7) =$
- $[(-5) + (-15)] \cdot (-2) =$
- $(+10) \cdot [(-3) - (+3)] =$

36 Efectua les operacions següents:

- $(-28) : [(-11) - (-18)] : (+2) =$
- $(+32) : [(+8) + (-16)] : (+4) =$
- $(-72) : [(-6) - (-42)] : (-1) =$
- $(+44) : [(+11) - (+22)] : (-26) =$

37 Fes les operacions respectant la jerarquia.

- $5 + 3 \cdot (-4 + 8) =$
- $-7 - (6 + 3) : (-3) =$
- $15 - 12 : (-2 - 1) =$
- $-27 + 3 \cdot (10 - 13) =$
- $16 \cdot (9 - 17) - (-9) =$

38 Calcula el resultat.

- $5 \cdot (-6) - 8 \cdot 4 + 17 - 2 \cdot 9 =$
- $-8 : (-2) + 9 : 3 - 6 - (-15) : (-5) =$

39 Determina el resultat de les operacions.

- $9 \cdot (25 - 17) + (-5 + 18)$
- $(12 - 16) - 48 : (20 - 24)$
- $(-24 - 12) : (-4) - (28 - 16)$

ACTIVITATS FINALS

- 40 Un avió vola a 7.950 m i, en la mateixa vertical, un submarí navega a 275 m sota el nivell del mar. Quants metres els separen?

Els separen metres.

- 41 Un alpinista arriba al cim d'una muntanya de 2.532 m i un miner es troba sota terra a una profunditat de 180 m.

a) Expressa aquestes mesures amb nombres enters.

Es troben a m i m, respectivament.

b) Quants metres els separen? Calcula-ho amb una operació de nombres enters.



Els separen m.

- 42 La Sara aparca el cotxe al tercer soterrani i puja a la cinquena planta. Quantes plantes puja la Sara en total?

La Sara puja plantes.

- 43 El congelador de la Núria és a -18°C i la nevera, a $+8^{\circ}\text{C}$. Quina és la diferència en graus entre les temperatures dels dos electrodomèstics?

La diferència és de graus.

- 44 En una ciutat, a les sis del matí el termòmetre marcava -10°C i a les 12 hores marcava 4°C . Quina ha estat la variació de la temperatura en graus?

La variació ha estat de graus.

- 45 Un dia d'hivern la diferència entre la temperatura màxima i la mínima va ser de 8°C . Calcula la temperatura màxima si la mínima va ser:

a) 7°C sota zero

La temperatura màxima va ser de graus.

b) 0°C

La temperatura màxima va ser de graus.

c) 2°C

La temperatura màxima va ser de graus.

- 46 L'Alexandre treballa a la planta 23 d'un edifici i quan aparca el cotxe al pàrquing que l'empresa té als soterranis ha de pujar 27 plantes per arribar al lloc de treball. A quina planta aparca?



Aparca a la planta .

- 47 Quan arriba a la feina, l'Arlet aparca el cotxe al segon soterrani de l'edifici on treballa. Desenvolupa la seva activitat laboral a la sisena planta. Quantes plantes recorre des que aparca fins que torna a agafar el cotxe per marxar després d'acabar la jornada laboral?

Recorre plantes.

- 48 Quan l'Andreu va com a pacient a la consulta de l'hospital aparca el cotxe al tercer soterrani i puja cinc plantes, on hi ha la consulta del seu metge. A quina planta es troba la consulta?

Es troba a la planta .

- 49 El filòsof grec Sòcrates va néixer l'any 470 aC i va viure 71 anys. Quin any va morir?

Va morir l'any .

- 50 Euclides, geòmetra famós, va viure 60 anys i va morir el 265 aC.

a) Quin any va néixer?

EUCLIDES



Va néixer l'any .

b) Quin any va néixer una persona dos anys més gran que Euclides?

Va néixer l'any .

- 51 Una cambra frigorífica és capaç de refredar-se a un ritme de -2°C cada hora.

a) Quants graus menys hi haurà a l'interior al cap de tres hores?

Hi haurà graus menys.

b) Si la temperatura inicial és de 3°C sota zero, quina serà la temperatura passades 8 hores?

Serà de graus.

c) Si al cap de 6 hores l'interior està a -7°C , quina era la temperatura abans de les 6 hores?

Era de graus.

d) Quant triga a baixar 12°C la temperatura?

Triga hores.

- 52 L'ascensor d'una mina recorre de baixada sota terra 6 m en cada planta.



a) Si es troba a la setena planta de profunditat, quants metres ha baixat?

Ha baixat m.

b) Si ha baixat 54 m, a quina planta es troba si ha començat el recorregut a la segona?

Es troba a la planta .

c) Un miner que era a la planta vuitena utilitza l'ascensor i puja 24 m. A quina planta s'ha aturat?

S'ha aturat a la planta .

- 53 Aquest mes, en Daniel ha de pagar una factura de 1.650 € d'arreglar el cotxe, 1.380 € d'una reforma a casa i 480 € de la hipoteca. Si té estalviats 3.200 €, ho pot pagar tot?

ho pot pagar tot.

