



Equacions

Elements de l'equació

Els membres d'una equació són les expressions algebraiques que hi ha a cada costat de la igualtat, i cada sumand es diu terme.

Les lletres que apareixen a cada terme són les incògnites i anomenem coeficients els nombres pels quals estan multiplicades.

Els termes sense lletres són els termes independents.

Solucions d'una equació amb dues incògnites

Els valors de les incògnites que fan certa la igualtat es diuen solucions.

Per comprovar si un valor és solució d'una equació substituïm les incògnites per aquests valors i operem.

El valor és solució si obtenim el mateix resultat a tots dos membres.

El valor $x = 2$ és solució de l'equació $x - 5 = -3$ perquè:

$$x - 5 = -3 \xrightarrow{x=2} 2 - 5 = -3 \rightarrow -3 = -3$$

S'obté una igualtat ($-3 = -3$), per tant 2 és solució de l'equació.

En canvi, $x = 3$ no és solució de l'equació $x - 5 = -3$ perquè:

$$x - 5 = -3 \xrightarrow{x=3} 3 - 5 = -3 \rightarrow -2 \neq -3$$

S'obté una desigualtat ($-2 \neq -3$); per tant, 3 no és solució de l'equació.

ACTIVITATS

- 1** Determina els membres, els termes, les incògnites, els seus coeficients i els termes independents d'aquestes equacions.

a) $4x + 5 = -3y$

b) $4x + 5y = -3x + 2y$

- 2** Troba per a quines equacions és solució $x = -1$

a) $x + 5 = -1$ c) $x + 5 = -2x + 2$

b) $x + 5 = -4x$ d) $x + 5 = x + 3$

- 3** Avalua quins dels valors següents són solució de l'equació $-2x - 5 = 3x + 15$.

a) $x = -1$ c) $x = 0$

b) $x = -4$ d) $x = -10$



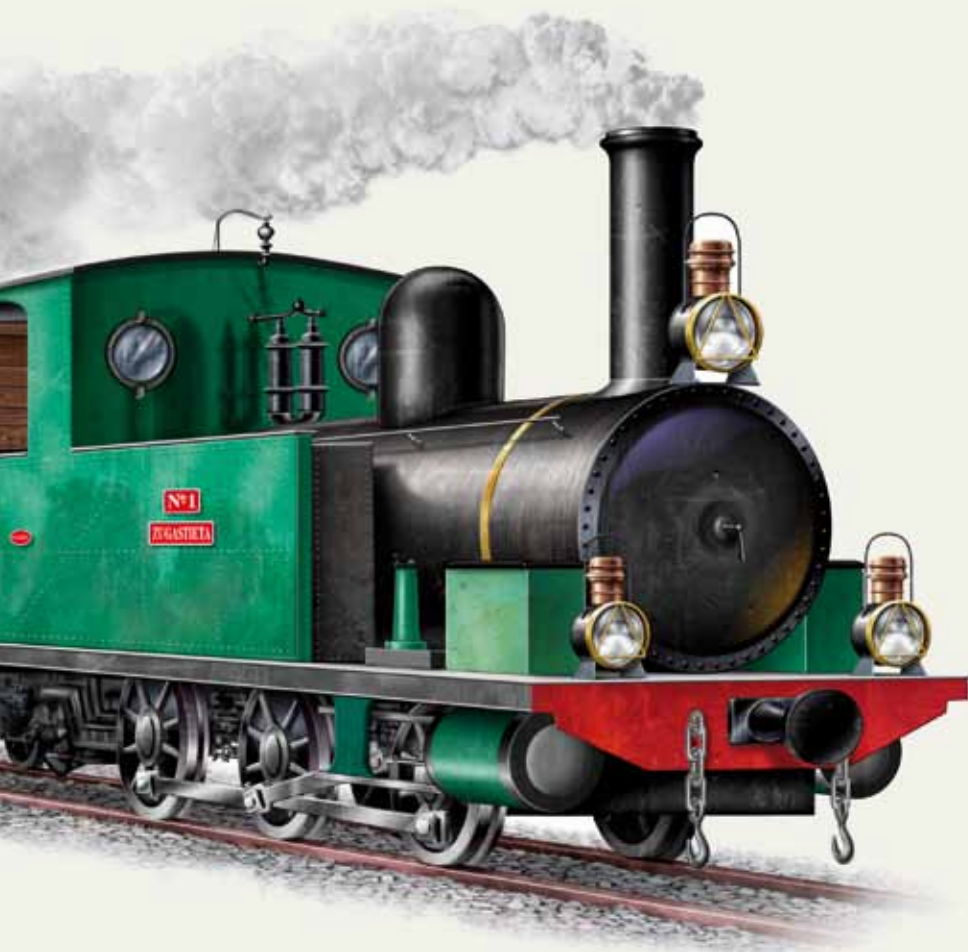
1804

Richard Trevithick adapta la màquina de vapor i crea un mitjà de transport que fa servir rodes muntades sobre uns rails.



Sistemes d'equacions

5



SABER

- Equacions lineals amb dues incògnites
- Sistemes d'equacions lineals amb dues incògnites
- Mètodes de resolució de sistemes
- Resolució de problemes mitjançant sistemes

SABER FER

- Reconèixer sistemes d'equacions lineals
- Resoldre un sistema d'equacions lineals
- Resoldre problemes mitjançant sistemes d'equacions



? INTERPRETA LA IMATGE

El tren

La xarxa ferroviària catalana abasta un gran nombre de línies que connecten la majoria de comarques i les poblacions més importants.

El primer tren es va construir l'any 1848 i cobria el trajecte entre Barcelona i Mataró, amb una longitud total d'uns 28 km.

- Un tren surt de la ciutat A, amb una velocitat de 90 km/h, amb destinació a la ciutat B, que és a 200 km. Des de B, a la mateixa hora i amb una velocitat de 70 km/h, surt un altre tren amb destinació a A. Quant de temps trigaran a trobar-se?

Ferrocarrils a Catalunya
La primera línia de ferrocarril construïda a Catalunya es va inaugurar l'any 1848 i feia el trajecte entre Barcelona i Mataró. Aquesta línia també va ser la primera que es va fer a la península Ibèrica.



Mitjan segle XX
S'inicia l'era de les locomotores impulsades per motors dièsel, que requereixen menys temps de manteniment.



Final del segle XX
Es comencen a utilitzar locomotores mogudes per l'electricitat. Els trens aconsegueixen velocitats més altes.



Dècada de 1960
Al Japó es comencen a fer servir els trens de levitació magnètica; són trens que no fan contacte amb els rails.



HAS DE SABER FER...



Quins són el nombre d'incògnites i el grau d'una equació

- El **nombre d'incògnites** d'una equació és el nombre de lletres diferents que apareix a l'equació.

$$2x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \text{Equació amb 1 incògnita}$$

$$2x^2 - 3y + 2 = 0 \rightarrow \text{Equació amb 2 incògnites}$$

- El grau d'un terme d'una equació és la suma dels exponents de les lletres que el formen. El **grau d'una equació** és el grau més gran dels seus termes.

$$\underbrace{x}_{\text{Grau 1}} + \underbrace{3y}_{\text{Grau 1}} = \underbrace{5}_{\text{Grau 0}} \rightarrow \text{Equació de primer grau amb 2 incògnites}$$

$$\underbrace{2x^2}_{\text{Grau 2}} - \underbrace{3x}_{\text{Grau 1}} + \underbrace{0}_{\text{Grau 0}} = \underbrace{0}_{\text{Grau 0}} \rightarrow \text{Equació de segon grau amb 1 incògnita}$$



Les solucions d'una equació lineal amb dues incògnites es poden expressar com a punts del pla.

$x = 0$, $y = 1$ és solució de l'equació $x + y = 1$

$$0 + 1 = 1 \rightarrow 1 = 1$$

La solució $x = 0$, $y = 1$ es pot expressar com a $(0, 1)$.

Una equació de primer grau la denominem **equació lineal**.

- Una **equació lineal amb dues incògnites** és una equació que podem expressar de la forma $ax + by = c$, on x i y són les incògnites, i a , b i c són nombres coneguts. Diem que a i b són els coeficients de x i y , i que c és el terme independent.
- Una **solució d'una equació lineal** amb dues incògnites és una parella de valors, un per a cada incògnita, que fan certa la igualtat.
- Una equació lineal amb dues incògnites té infinites solucions.

EXEMPLE

1. Indica si aquestes equacions són lineals i determina'n les incògnites:

a) $2x = 5 - 4y \rightarrow 2x + 4y = 5 \rightarrow$ Lineal amb dues incògnites: x, y .

b) $3x^2 + 6z = 4 \rightarrow$ Grau 2, no és lineal.

ACTIVITATS

1 PRACTICA. Identifica quines d'aquestes equacions són lineals.

a) $5x - 7 = 4$ ☐

b) $2x^2 - 7y = 12$ ☐

c) $3x = 7 + 4y$ ☐

d) $4x + 2y = 5xy$ ☐

2 APLICA. Determina de quines d'aquestes equacions són solució els valors $x = 1$, $y = -2$.

a) $4x + 2y = 1$ ☐

b) $4x - 2y = 0$ ☐

c) $-4x + 2y = -8$

d) $4x + 2y = 0$ ☐

3 REFLEXIONA. Troba quatre solucions de l'equació $-x + 5y = 2$. Quantes solucions té?

2

Sistemes d'equacions lineals amb dues incògnites

Dues equacions lineals de les quals busquem una solució comuna formen un **sistema d'equacions lineals**.

Una **solució** d'aquest sistema és qualsevol parell de nombres que fan certes les dues equacions alhora. **Resoldre un sistema** és trobar-ne la solució.



HO ESCRIVIM AIXÍ

Els sistemes d'equacions lineals s'escriuen així:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

EXEMPLES

2. Determina quins dels sistemes d'equacions següents són sistemes d'equacions lineals.

- a) $\begin{cases} x^2 + y = 8 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow$ No és un sistema d'equacions lineals.
La primera equació és de segon grau.
- b) $\begin{cases} xy + 7 = 0 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow$ No és un sistema d'equacions lineals.
La primera equació és de segon grau.
- c) $\begin{cases} x + 7y = 0 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow$ És un sistema d'equacions lineals.

3. Avalua quins dels parells de valors són solució del sistema d'equacions lineals: $\begin{cases} x + y = 0 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$

- a) $x = 1, y = -1$ b) $x = 1, y = 3$

a) $\begin{cases} x + y = 0 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases} \xrightarrow{x=1, y=-1} \begin{cases} 1 + (-1) = 0 \\ 4 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ 7 = 7 \end{cases}$

Com que obtenim dues igualtats, $x = 1, y = -1$ és solució del sistema.

b) $\begin{cases} x + y = 0 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases} \xrightarrow{x=1, y=3} \begin{cases} 1 + 3 = 0 \\ 4 \cdot 1 - 3 \cdot 3 = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4 \neq 0 \\ -5 \neq 7 \end{cases}$

Com que obtenim dues desigualtats, $x = 1, y = 3$ no és solució.



Un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites pot tenir: una solució (compatible determinat), infinites solucions (compatible indeterminat) o bé no tenir solució (incompatible).

ACTIVITATS

4. Observa els sistemes d'equacions següents i determina quins són lineals:

- a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 8xy = 0 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x = 2y + 1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

- a) Sí ☐ NO ☐ c) Sí ☐ NO ☐

- b) Sí ☐ NO ☐ d) Sí ☐ NO ☐

5. Determina si els valors $x = -1, y = 3$ són solució d'aquests sistemes d'equacions.

- a) $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 2x - 3y = -11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -x + 4y = 13 \\ -2x + y = 8 \end{cases}$
- a) Sí ☐ NO ☐ b) Sí ☐ NO ☐

6. De quin dels sistemes següents és la solució (8, 4)? I (10, 2)? I (3, 1)?

- a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$ ☐ b) $\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$ ☐

3

Mètodes de resolució de sistemes

HAS DE SABER FER...



Com s'aïlla una incògnita en una equació de dues incògnites

EXEMPLES

4. Aïllar una incògnita en una equació amb diverses incògnites consisteix a aïllar una de les lletres en un membre, i la resta, lletres i nombres, en l'altre membre.

5. Aïlla x a les equacions següents:

a) $x + 2v = 5 \rightarrow x = 5 - 2v$

b) $3x + 2y = 5 \rightarrow 3x = 5 - 2y \rightarrow x = \frac{5 - 2y}{3}$

3.1. Mètode de substitució

Resoldre un sistema pel **mètode de substitució** consisteix a aïllar una incògnita en una de les equacions i substituir-ne el valor en l'altra equació.



Si haguéssim aïllat una incògnita en la segona equació, hauríem de treballar amb denominadors.

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \rightarrow x = \frac{10 - 2y}{3}$$

EXEMPLE

6. Resol mitjançant el mètode de substitució: $\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$

- Aïllem una de les incògnites.

És millor aïllar una incògnita que contingui coeficient 1 o -1 per estalviar-nos treballar amb denominadors: $x = 5 + y$.

- Substituïm en l'altra equació el valor que hem obtingut.

$$3x + 2y = 10 \xrightarrow{x = 5 + y} 3(5 + y) + 2y = 10$$

- Resolem l'equació de primer grau que en resulta.

$$\begin{aligned} 3(5 + y) + 2y &= 10 \rightarrow 15 + 3y + 2y = 10 \rightarrow 3y + 2y = 10 - 15 \\ &\rightarrow 5y = -5 \rightarrow y = \frac{-5}{5} = -1 \end{aligned}$$

- Calculem el valor de l'altra incògnita substituint el valor que hem obtingut en la incògnita que ja tenim aïllada: $x = 5 + (-1) = 4$. El sistema té com a solució $x = 4, y = -1$.

ACTIVITATS

- 7 APLICA. Efectua les operacions i després resol per substitució.

$$\begin{cases} 2 \cdot (x + 3) - (x - y) = 9 \\ -3 \cdot (x + y) + 4y = 11 \end{cases}$$

3.2. Mètode d'igualació

HAS DE SABER FER...



Com s'eliminen els denominadors d'una equació

Per eliminar els denominadors d'una equació multipliquem tota l'equació pel m.c.m. d'aquests denominadors.

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}x - y &= -\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3, 4)=3 \cdot 4=12} 12 \cdot \left(\frac{1}{4}x - y\right) = 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{12}{4}x - 12y = -\frac{24}{3} \rightarrow 3x - 12y = -8\end{aligned}$$

Resoldre un sistema pel **mètode d'igualació** consisteix a aïllar la mateixa incògnita en les dues equacions i igualar-ne els valors.



EXEMPLE

7. Resol aquest sistema per igualació:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$$

- Aïllem una de les incògnites en les dues equacions. Hem d'intentar escollir la incògnita que, quan l'aïllem, ens doni expressions més senzilles.

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 + y \\ x = \frac{10 - 2y}{3} \end{cases}$$

- Igualem les expressions que hem obtingut.

$$5 + y = \frac{10 - 2y}{3}$$

- Resolem l'equació de primer grau que en resulta.

$$\begin{aligned}3(5 + y) &= 10 - 2y \rightarrow 15 + 3y = 10 - 2y \rightarrow 3y + 2y = 10 - 15 \\ &\rightarrow 5y = -5 \rightarrow y = \frac{-5}{5} = -1\end{aligned}$$

- Calculem el valor de l'altra incògnita substituint el valor que hem obtingut en una de les expressions de la incògnita que ja tenim aïllada

$$x = 5 + y = 5 + (-1) = 4$$

El sistema té com a solució $x = 4, y = -1$.

Per resoldre una equació amb un sol denominador, es multipliquen tots els termes de l'equació pel denominador.

$$\begin{aligned}5 + y &= \frac{10 - 2y}{3} \\ 3(5 + y) &= 3 \cdot \frac{10 - 2y}{3} \\ 3(5 + y) &= 10 - 2y\end{aligned}$$

ACTIVITATS

8 APLICA. Efectua aquestes operacions i després resol per igualació:

$$\begin{cases} 4 \cdot (x + 2y) - x = -y \\ -3x = 2y - 4 - x \end{cases}$$

3.3. Mètode de reducció

Resoldre un sistema pel **mètode de reducció** consisteix a buscar un altre sistema, amb les mateixes solucions, en el qual els coeficients d'una de les incògnites siguin iguals.



Per restar dues equacions, sumem la primera equació més l'oposada de la segona.

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 10 \\ \downarrow \text{Oposada} \\ -3x - 2y = -10 \end{array}$$

EXEMPLE

8. Resol el sistema següent per reducció:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$$

- Igualem els coeficients d'una de les incògnites multiplicant les equacions pels nombres adequats. Si multipliquem la primera equació per 3, els coeficients de x seran iguals en les dues equacions.

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 3} \begin{cases} 3x - 3y = 15 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$$

- Restem les equacions per eliminar una incògnita.

$$\begin{cases} 3x - 3y = 15 \\ -3x + 2y = 10 \end{cases} \rightarrow + \begin{cases} 3x - 3y = 15 \\ -3x - 2y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3x - 3y = 15 \\ -3x - 2y = -10 \\ \hline -5y = 5 \end{array}$$

- Resolem l'equació de primer grau que en resulta.

$$-5y = 5 \rightarrow y = \frac{5}{-5} = -1$$

- Calculem el valor de l'altra incògnita substituint el valor que hem obtingut en qualsevol de les equacions del sistema.

$$x - y = 5 \xrightarrow{y = -1} x - (-1) = 5 \rightarrow x = 5 - 1 = 4$$

El sistema té com a solució $x = 4, y = -1$.

ACTIVITATS

9 PRACTICA. Resol els sistemes següents amb les operacions adequades per poder aplicar el mètode de reducció:

a) $\begin{cases} x - 2y = -11 \\ -x + y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 6 \\ x + y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 7y = -19 \\ -5x + 6y = 13 \end{cases}$

10 APLICA. Efectua i resol per reducció.

$$\begin{cases} (x - 4y) - 2 \cdot (3x + y) = -2 \\ -x + 3 \cdot (y - x) = 14 \end{cases}$$

11 REFLEXIONA. Resol per reducció.

$$\begin{cases} \frac{x - 2y}{2} + \frac{x}{4} = 0 \\ -x + 5 \cdot \left(\frac{2x + y + 1}{6} \right) = 6 \end{cases}$$

 SABER FER


Resoldre un sistema d'equacions lineals

Resol aquest sistema pel mètode més adequat:

$$\begin{cases} \frac{7x-3y}{2} = 9-4x \\ 5(y-x) = 9y-1 \end{cases}$$

Passos que cal seguir

1. Expressem les dues equacions en la forma general $ax + by = c$.

$$\begin{cases} \frac{7x-3y}{2} = 9-4x \\ 5(y-x) = 9y-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x-3y = 2(9-4x) \\ 5y-5x = 9y-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x-3y = 18-8x \\ 5y-5x = 9y-1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 15x-3y = 18 \\ 5y-5x-9y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15x-3y = 18 \\ -5x-4y = -1 \end{cases}$$

2. Escollim el mètode adequat:

- **Substitució.** Si alguna de les incògnites té com a coeficient 1 o -1.
- **Reducció.** Si els coeficients són iguals o un és múltiple d'un altre.
- **Igualació.** En la resta de casos.

En aquest cas, utilitzarem el mètode de reducció, perquè els coeficients de x són múltiple l'un de l'altre.

Multipliquem la segona equació per 3 i obtenim coeficients iguals de signe contrari.

$$\begin{cases} 15x-3y = 18 \\ -5x-4y = -1 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 3} \begin{cases} 15x-3y = 18 \\ -15x-12y = -3 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 15x-3y = 18 \\ -15x-12y = -3 \end{cases}$$

$$-15y = 15 \rightarrow y = \frac{15}{-15} = -1$$

Calculem el valor de x substituint la y en la segona equació.

$$5(y-x) = 9y-1 \xrightarrow{y=-1} 5(-1-x) = 9 \cdot (-1) - 1 \rightarrow -5-5x = -9-1$$

$$\rightarrow -5+9+1 = 5x \rightarrow 5 = 5x \rightarrow x = 1$$

La solució és $x = 1, y = -1$.

Un sistema es pot resoldre per qualsevol dels tres mètodes: substitució, igualació o reducció. S'acostuma a escollir-ne un o un altre segons el tipus d'equacions que formen el sistema.

ACTIVITATS

- 12 Resol aquests sistemes d'equacions pel mètode que consideris més adequat:

a) $\begin{cases} 2x+3y = 5+x+2y \\ x-2y-3 = 3-42y \end{cases}$

d) $\begin{cases} (x+4) + 2(y-2) = 18-x-y \\ x+y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x-y}{2} + x = -1 \\ 3(y-x) = 6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{2x-y}{3} + 2x = 4+y \\ x = 4+y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3y+3 = x-2(x+y) \\ \frac{2x+3y}{2} = 18 \end{cases}$

- 13 Resol els sistemes següents pel mètode que trobis més adient:

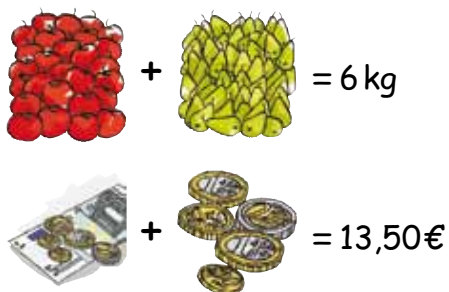
a) $\begin{cases} \frac{x+2y}{5} = 5 \\ 2(x+y) + 4y = 40 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x-y}{3} + y = 1 \\ 4(-x+y) - 3y = 6 \end{cases}$

4

Resolució de problemes
mitjançant sistemes

Resoldre un problema per mitjà d'un sistema d'equacions consisteix a traduir al llenguatge algebraic les condicions de l'enunciat i, després, trobar-ne la solució mitjançant la resolució del sistema.



T'HI ATREVEIXES?

Un nombre té dues xifres.
Si multipliquem la suma de
les seves xifres per 6, obtenim
el nombre. Quin nombre és?

EXEMPLE

9. Expressa aquest enunciat mitjançant equacions amb dues incògnites:

Entre pomes i peres, he comprat 6 kg de fruita. Les pomes m'han costat 2,20 €/kg, i les peres, 2,35 €/kg. En total he pagat 13,50 €. Quants quilos de fruita he comprat?

El que sabem	El que no sabem
Entre pomes i peres he comprat 6 kg.	Els quilos de pomes que he comprat.
1 kg de pomes costa 2,20 €/kg.	Els quilos de peres que he comprat.
1 kg de peres costa 2,35 €/kg.	
M'he gastat 13,50 € en total.	

Les dades desconegudes les anomenem x i y .

Quilos comprats de pomes = x

Quilos comprats de peres = y

Entre pomes i peres he comprat 6 kg.

$$x + y = 6$$

1 kg de pomes costa 2,20 €/kg.

Preu dels quilos de pomes comprats = $2,20x$

1 kg de peres costa 2,35 €/kg.

Preu dels quilos de peres comprats = $2,35y$

M'he gastat 13,50 € en total.

Preu de les pomes + Preu de les peres = 13,50

$$2,20x + 2,35y = 13,50$$

La traducció d'aquest problema a llenguatge algebraic és el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2,20x + 2,35y = 13,50 \end{cases}$$

Resolem aquest sistema i obtenim la solució del problema.

	kg	€/kg	€
pomes	x	2,20	$2,20x$
peres	y	2,35	$2,35y$
Total	6		13,5

ACTIVITATS

14 PRACTICA. Expressa aquests enunciats com a equacions amb dues incògnites:

a) La suma de dos nombres és 50.

b) La diferència d'edat de dos germans és de 5 anys.

15 APLICA. Les edats d'en Pep i el seu pare sumen 40 anys; l'edat del pare és 7 vegades la del fill. Expressa el problema amb un sistema d'equacions.

 SABER FER

Resoldre problemes mitjançant sistemes d'equacions

En un gimnàs hi ha 150 socis entre adults i nens.

Cada adult paga una quota mensual de 30 €, i cada nen, de 8 €.

Aquest mes han recaptat 3.400 €. Quants socis adults i nens hi ha?

Passos que cal seguir

1. Identifiquem les incògnites.

El que sabem	El que no sabem
Hi ha 150 socis entre adults i nens. Cada adult paga 30 €, i cada nen, 8 €. La recaptació d'aquest mes són 3.400 €.	El nombre de socis adults. El nombre de socis nens.

Nombre de socis adults $\rightarrow x$

Nombre de socis nens $\rightarrow y$

	socis	€/soci	€
adults	x	30	$30x$
nens	y	8	$8y$
Total	150		3.400

2. Plantegem el sistema.

Hi ha 150 socis entre adults i nens $\rightarrow x + y = 150$

Cada adult paga 30 € mensuals $\rightarrow$ Recaptació per adults = $30x$

Cada nen paga 8 € mensuals $\rightarrow$ Recaptació per nens = $8y$

La recaptació d'aquest mes són 3.400 €.

Recaptació per adults + Recaptació per nens = 3.400

$$30x + 8y = 3.400$$

El sistema és:
$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 30x + 8y = 3.400 \end{cases}$$

3. Resolem el sistema.

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 30x + 8y = 3.400 \end{cases} \xrightarrow{(-30)} \begin{cases} -30x - 30y = -4.500 \\ 30x + 8y = 3.400 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & -30x - 30y = -4.500 \\ & + \quad 30x + 8y = 3.400 \\ \hline & -22y = -1.100 \rightarrow y = 50 \end{aligned}$$

$$x + y = 150 \xrightarrow{y=50} x + 50 = 150 \rightarrow x = 100$$

És necessari comprovar la solució, perquè de vegades la solució del sistema no té sentit en el context del problema.

ACTIVITATS

- 16 Un hotel té 120 habitacions, entre dobles i individuals. Si la quantitat de llits és de 195, quantes habitacions dobles hi ha? I d'individuals?

- 17 Sabem que 3 pantalons i 1 samarreta costen 123 €. Uns pantalons i 3 samarretes com els anteriors costen 105 €. Quant val 1 samarreta?

Equacions lineals amb dues incògnites

- 18** Comprova si el parell de valors $x = -1, y = 3$ és solució d'alguna d'aquestes equacions:

- a) $x + y = 4$ c) $-x + 3y = 10$
b) $x - y = -4$ d) $2x + 5y = 8$

- 19** Escriu en cada cas una equació lineal amb dues incògnites de manera que una de les solucions sigui el parell de valors que es dona.

- a) $x = 2, y = -1$ c) $x = 0, y = 1$
b) $x = -3, y = 0$ d) $x = y = -1$

- 20** Troba el valor desconegut perquè aquests parells de valors siguin solució de l'equació $3x - 2y = 10$.

- a) $(a, -5)$ c) $(-2, c)$
b) $(b, 2)$ d) $(d, -14)$

- 21** Escriu cadascuna de les equacions lineals següents de la forma $ax + by = c$ i indica en cada cas els coeficients de x i y , i el terme independent:

- a) $3x - 8 = x + 5y$
b) $2(x - y) = 3(y - 2)$
c) $\frac{x+4}{3} = \frac{y-1}{2}$

Sistemes d'equacions lineals amb dues incògnites

- 22** Estudia aquests sistemes d'equacions i digues quins són lineals.

- a) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - 2y = 35 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 14y - x = 9 \\ 3x - 7xy = 4 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x - 6 = 0 \\ 3y - x = 32 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 9x - 3y^2 = 8 \\ 7x^2 - y = 24 \end{cases}$

- 23** Indica els coeficients i els termes independents dels sistemes.

- a) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$

- 24** Indica quin parell de valors és solució del sistema.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ -x + 4y = -6 \end{cases}$$

- a) $(2, 1)$ c) $(-2, 1)$
b) $(2, -1)$ d) $(-2, -1)$

- 25** Determina de quin sistema és solució el parell de valors $(3, -2)$.

- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ -x + 4y = -11 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$

- 26** Donada l'equació $x + 3y = 2$, escull entre les equacions següents aquella que, juntament amb l'anterior, formi el sistema que té de solució $(-4, 2)$:

- a) $x - y = 6$ c) $2(y-1) = x$
b) $-x + y = 6$ d) $1 - x = y + 3$

- 27** Escriu per a cadascun dels casos següents un sistema d'equacions lineals que tingui com a solució:

- a) $x = 2, y = -1$
b) $x = -3, y = 3$

- 28** Copia i completa aquests sistemes perquè tinguin com a solució $x = 0, y = -1$.

- a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - \square y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y - x = -1 \\ 3x - \square y = 4 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x - 6 = -6 \\ \square y - x = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x - \square y = -3 \\ 7x - \square y = 2 \end{cases}$

- 29** Completa els sistemes perquè el primer tingui com a solució $x = 2, y = -3$, i el segon, $x = -3, y = 2$.

- a) $\begin{cases} 3x - 5y = \square \\ \square x + 4y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x + \square y = 8 \\ \square x - 2y = -7 \end{cases}$

- 30** Calcula el valor de a i b en aquests casos:

- a) $(-1, 2)$ és solució del sistema $\begin{cases} ax + y = 5 \\ -x + by = -5 \end{cases}$
b) $(0, -2)$ és solució del sistema $\begin{cases} 3x + ay = 8 \\ -2x - by = -10 \end{cases}$
c) $(1, 3)$ és solució del sistema $\begin{cases} 5x - by = -1 \\ ax + 3y = 13 \end{cases}$
d) $(2, -1)$ és solució del sistema $\begin{cases} ax + 3y = 1 \\ bx + y = 5 \end{cases}$

Mètodes de resolució de sistemes

- 31** Resol pel mètode de substitució.

- a) $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$

- 32** Resol els sistemes d'equacions següents pel mètode d'igualació:

- a) $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$

- 33** Resol pel mètode de reducció.

- a) $\begin{cases} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$

➔ SABER FER

🔑 **Resoldre sistemes amb diversos denominadors**

- 34 Escriu aquest sistema amb equacions de la forma $ax + by = c$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 6 \\ \frac{2(2x-1)}{5} - \frac{3y+5}{7} = 8 \end{array} \right\}$$

PRIMER. Eliminem els denominadors: trobem el m.c.m. dels denominadors de cada equació i multipliquem els dos membres pel m.c.m.

Primera equació: m.c.m. (2, 3) = 6

$$6 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} \right) = 6 \cdot 6 \rightarrow 3x + 4y = 36$$

Segona equació: m.c.m. (5, 7) = 35

$$35 \cdot \left(\frac{2(2x-1)}{5} - \frac{3y+5}{7} \right) = 35 \cdot 8$$

$$7 \cdot 2(2x-1) - 5(3y+5) = 280$$

$$14(2x-1) - 5(3y+5) = 280$$

SEGON. Eliminem els parèntesis.

$$3x + 4y = 36$$

$$14(2x-1) - 5(3y+5) = 280 \rightarrow 28x - 14 - 15y - 25 = 280$$

TERCER. Agrupem les incògnites en un membre i els termes sense incògnita a l'altre membre.

$$3x + 4y = 36$$

$$28x - 14 - 15y - 25 = 280 \rightarrow$$

$$\rightarrow 28x - 15y = 280 + 14 + 25 \rightarrow 28x - 15y = 319$$

Sense parèntesis ni denominadors, el sistema és:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 4y = 36 \\ 28x - 15y = 319 \end{array} \right\}$$

- 35 Resol els sistemes pel mètode més adequat.

a) $\left\{ \begin{array}{l} 2y + 3 = x - 2(x - y) \\ \frac{2x - y}{3} = 18 \end{array} \right\}$

b) $\left\{ \begin{array}{l} x + y = 2 \\ 3(x + 4) - 2(y - 2) = 14 - x - y \end{array} \right\}$

- 36 Resol els sistemes d'equacions següents pel mètode que consideris més adequat:

a) $\left\{ \begin{array}{l} -5(y - 2) = x - 2 \\ x - 3y = -4 \end{array} \right\}$ b) $\left\{ \begin{array}{l} 3(x + 2) - 7(x + y) = 5 \\ 5(x + 1) - y = 14 \end{array} \right\}$

➔ SABER FER

🔑 **Igualar els coeficients d'una incògnita**

- 37 Transforma el sistema següent perquè la incògnita x tingui el mateix coeficient en les dues equacions:

$$\left\{ \begin{array}{l} 12x - 7y = 14 \\ 15x + 9y = 5 \end{array} \right\}$$

PRIMER. Calculem el m.c.m. dels coeficients que volem igualar.

$$\text{m.c.m. (12, 15)} = 60$$

SEGON. Dividim el m.c.m. entre cada coeficient i multipliquem el resultat per cada equació.

Primera equació: $12x - 7y = 14$

$$\frac{\text{m.c.m.}}{\text{coeficient}} = \frac{60}{12} = 5 \rightarrow 5 \cdot (12x - 7y) = 5 \cdot 14 \rightarrow 60x - 35y = 70$$

Segona equació: $15x + 9y = 5$

$$\frac{\text{m.c.m.}}{\text{coeficient}} = \frac{60}{15} = 4 \rightarrow 4 \cdot (15x + 9y) = 4 \cdot 5 \rightarrow 60x + 36y = 20$$

El sistema equivalent és:

$$\left\{ \begin{array}{l} 60x - 35y = 70 \\ 60x + 36y = 20 \end{array} \right\}$$

- 38 Resol pel mètode que consideris més adequat:

a) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{3x}{3} - \frac{2x}{4} = 2 \\ 3y + 5x = -1 \end{array} \right\}$ b) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -1 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{4} = 7 \end{array} \right\}$

- 39 Elimina els parèntesis i els denominadors en aquest sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 0 \\ \frac{5(x+1)}{7} - \frac{2(y+2)}{3} = -2 \end{array} \right\}$$

- 40 Resol aquests sistemes pel mètode d'igualació:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ x - 2y = -4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } \frac{x}{2} - \frac{y+2}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x-1)}{3} - \frac{y+2}{6} = -1 \end{array} \right\}$$

- 41 Resol els sistemes següents pel mètode de reducció:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ x - 2y = -4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } \frac{x}{2} - \frac{y+2}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x-1)}{3} - \frac{y+2}{6} = -1 \end{array} \right\}$$

- 42 Completa a la llibreta aquests sistemes perquè $x = 1$, $y = 2$ sigui la solució:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 3x - 2y = \square \\ \square x + 2y = 6 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } \square x + 2y = 3 \\ 2x + \square y = \square \end{array} \right\}$$

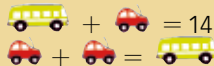
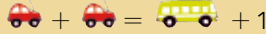
Resolució de problemes mitjançant sistemes

- 43 Expressa els enunciats següents mitjançant equacions lineals amb dues incògnites:

- a) La suma de dos nombres és 35.
b) El quàdruple d'un nombre menys el doble d'un altre nombre és 26.

- 44 Un cotxe i un autobús, situats un darrere l'altre, mesuren junts 14 m. El doble de la longitud del cotxe supera en 1 m la longitud de l'autobús. Quant mesura cada un?

PRIMER. Identifiquem la incògnita.

El que sabem	El que no sabem
 $\text{Autobús} + \text{Cotxe} = 14$  $\text{Cotxe} + \text{Cotxe} = \text{Autobús} + 1$	Longitud de l'autobús Longitud del cotxe

- 45 En una compra s'han fet servir monedes de 2 € i bitllets de 5 €. En total, entre monedes i bitllets són 13 i s'han pagat 33 €. Quantes monedes de 2 € s'han fet servir? I bitllets de 5 €?

- 46 En una granja crien porcs i gallines, i en total hi ha 252 animals i 668 potes. Determina quants animals de cada espècie hi ha a la granja.