PROYECTO
SABER HACER

Matemáticas
Enseñanzas académicas

SERIE **RESUELVE**

ESO 3

El libro Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas para 3.er curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:
César de la Prida Almansa
Ana María Gaztelu Villoria
Augusto González García
Pedro Machín Polaina
Carlos Pérez Saavedra
Domingo Sánchez Figueroa

EDICIÓN
César de la Prida Almansa
Laura Sánchez Fernández

EDITOR EJECUTIVO
Carlos Pérez Saavedra

DIRECCIÓN DEL PROYECTO
Domingo Sánchez Figueroa

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

SANTILLANA

Índice

Esquema de la unidad

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

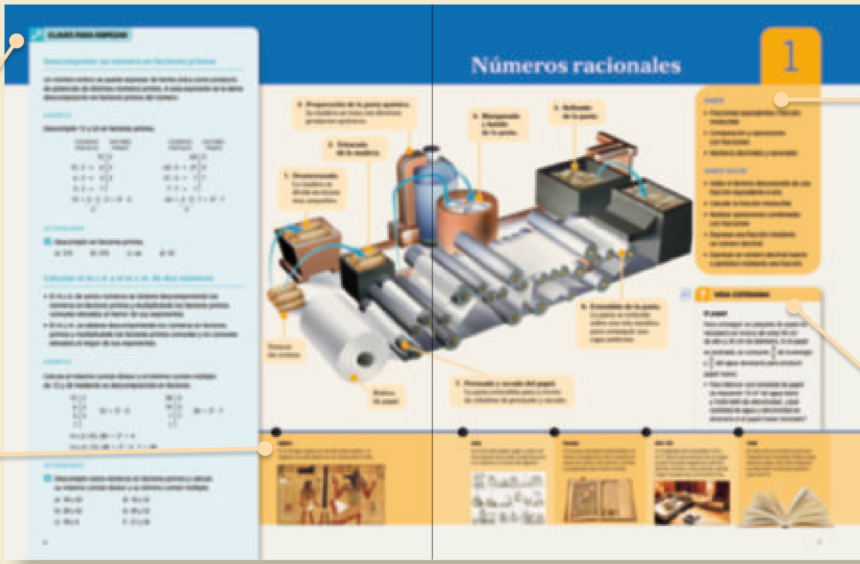
A lo largo de toda la unidad marcamos con iconos aquellos contenidos o actividades en los que se trabajan de manera particular las competencias básicas.

- Competencia matemática, científica y tecnológica
- Competencia social y cívica
- Conciencia y expresión artística
- Iniciativa y emprendimiento
- Comunicación lingüística
- Competencia digital
- Aprender a aprender

Introducción a la unidad: dos elementos básicos, una base sólida y una motivación adecuada.

Las **Claves para empezar** te permitirán recordar aquellos contenidos que te serán útiles para la unidad.

Comenzamos la unidad en torno a la historia, utilidades y curiosidades de algún invento.



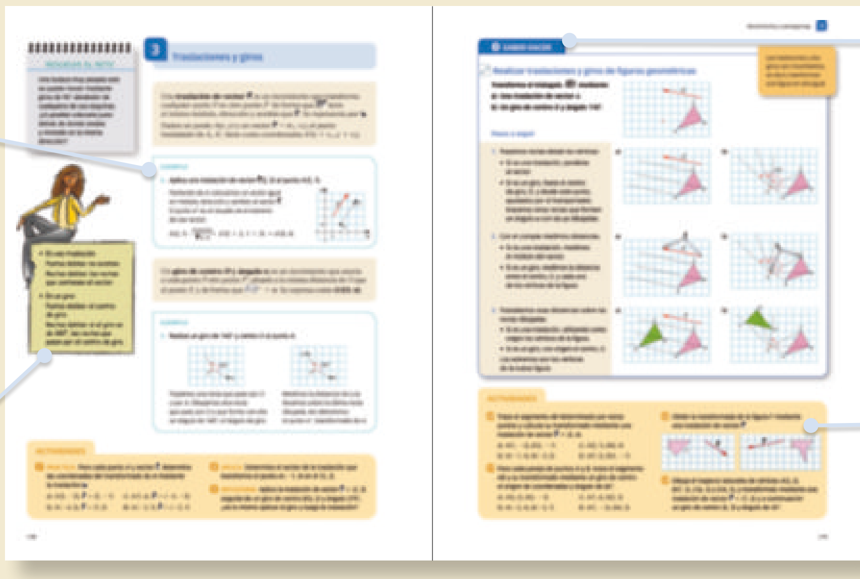
Se especifican los contenidos (**Saber**) y los procedimientos (**Saber hacer**) de la unidad.

La **Vida cotidiana** te propone un ejercicio sencillo, relacionado con la imagen de entrada.

Páginas de contenidos: SABER y SABER HACER como un todo integrado.

Nuestra propuesta para **Saber** son unos textos claros y estructurados. Los **Ejemplos** te ayudarán a afianzar esos saberes.

Junto a los textos encontrarás **informaciones complementarias**. Además, en **Resuelve el reto** pondremos a prueba tus conocimientos y tu razonamiento matemático.



En la parte **Saber hacer** aprenderás, paso a paso, los procedimientos necesarios para tu desarrollo matemático.

Las actividades te ayudarán a **practicar, aplicar y reflexionar** sobre los conocimientos. Las actividades que acompañan a **Saber hacer** tienen como objetivo afianzar y dominar estos procedimientos.

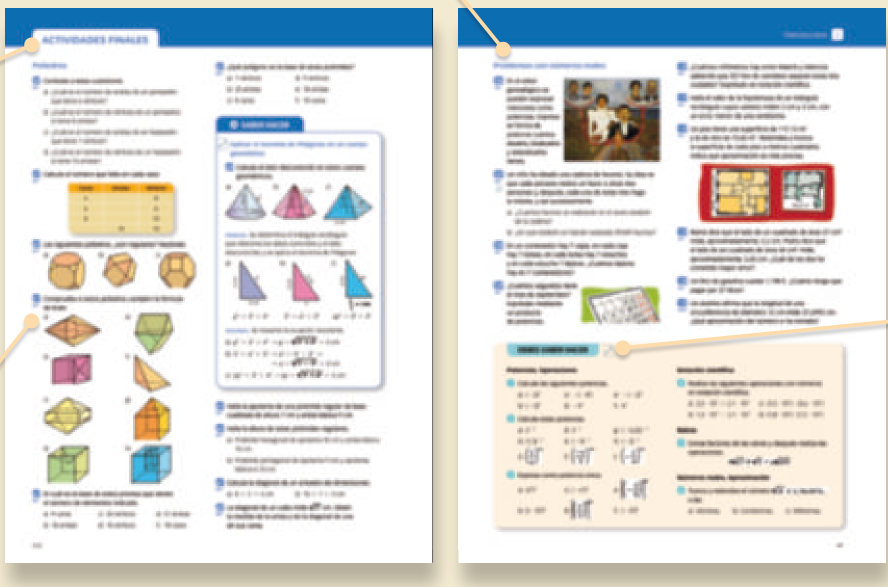
Páginas de actividades finales: una forma práctica de aprender a aprender.

Nuestras **Actividades finales** están **secuenciadas** para que aproveches de la mejor forma posible la aplicación de los contenidos estudiados.

Cada actividad te informa de la **dificultad** que tiene.

Los **Saber hacer** te ayudarán a seguir profundizando en los procedimientos.

Las actividades finales terminan con una gran cantidad de **Problemas** que te permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

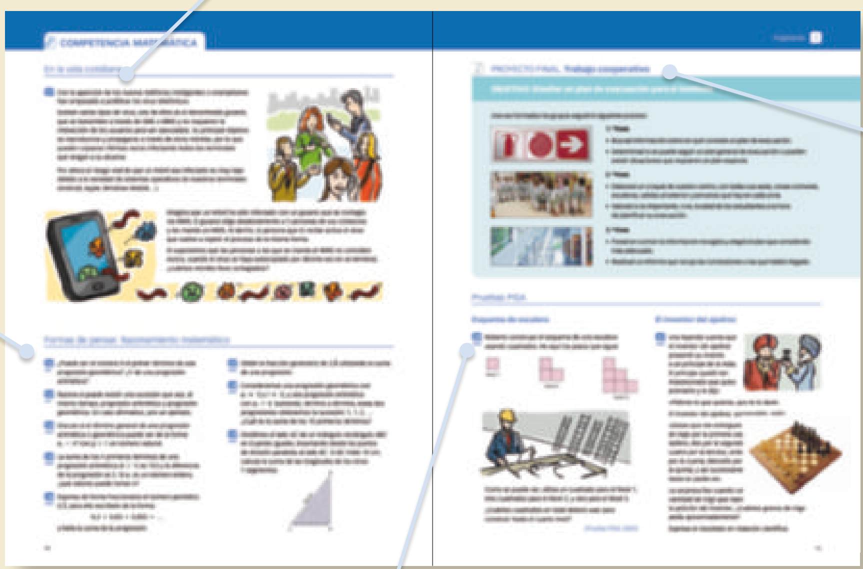


Para finalizar, **Debes saber hacer**. Esta autoevaluación básica te permitirá comprobar si has alcanzado los objetivos mínimos de la unidad.

Páginas de competencia matemática: un paso más en la aplicación de los contenidos aprendidos.

En la vida cotidiana es una actividad relacionada con el invento inicial, donde podrás trabajar con algunos contenidos de la unidad.

Con las **Formas de pensar** pondremos a prueba tu **razonamiento matemático**.



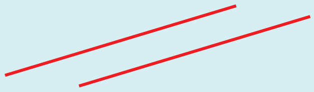
El **Proyecto final** te plantea objetivos que antes o después encontrarás en tu vida diaria. Con él mejorarás tus competencias para el **trabajo cooperativo**.

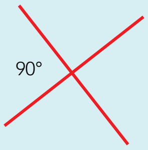
La unidad finaliza con las **Pruebas PISA**. Estas pruebas internacionales pretenden comprobar tu aprendizaje competencial y conviene que las conozcas.

CLAVES PARA EMPEZAR

Cómo trazamos rectas paralelas y perpendiculares que pasen por un punto

Dos rectas son **paralelas** cuando no tienen ningún punto en común.

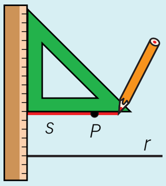




Dos rectas son **perpendiculares** cuando se cortan en un punto y los ángulos que forman al cortarse miden 90°.

EJEMPLO

- Para trazar una recta paralela a *r* que pase por *P*.



Apoyamos uno de los bordes perpendiculares de la escuadra sobre la recta *r*. Después, colocamos la regla pegada al otro borde.

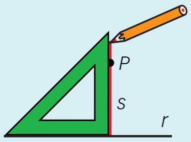
Deslizamos la escuadra sobre la regla, hasta que el borde coincida con el punto *P*.

La recta *s* es paralela a *r* y pasa por *P*.

- Para dibujar una recta perpendicular a *r* que pase por *P*.

Apoyamos uno de los bordes perpendiculares de la escuadra sobre la recta *r*.

Deslizamos la escuadra sobre la recta *r*, hasta que el otro borde coincida con el punto *P*.



La recta *s* es perpendicular a la recta *r* y pasa por *P*.

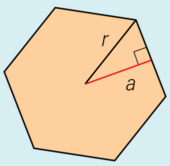
ACTIVIDADES

1 Dibuja una recta, *r*, y dos puntos exteriores a ella. Traza las rectas paralelas y perpendiculares a *r* que pasan por los puntos marcados.

Qué es un polígono regular

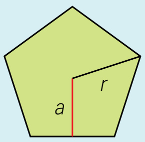
Un **polígono regular** es el que tiene todos sus lados y todos sus ángulos iguales.

- Apotema, *a*: segmento perpendicular a un lado, trazado desde el centro del polígono al punto medio del lado.
- Radio, *r*: segmento que une el centro del polígono con uno de los vértices.

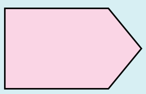


Cuando no es regular, el polígono es **irregular**.

EJEMPLO



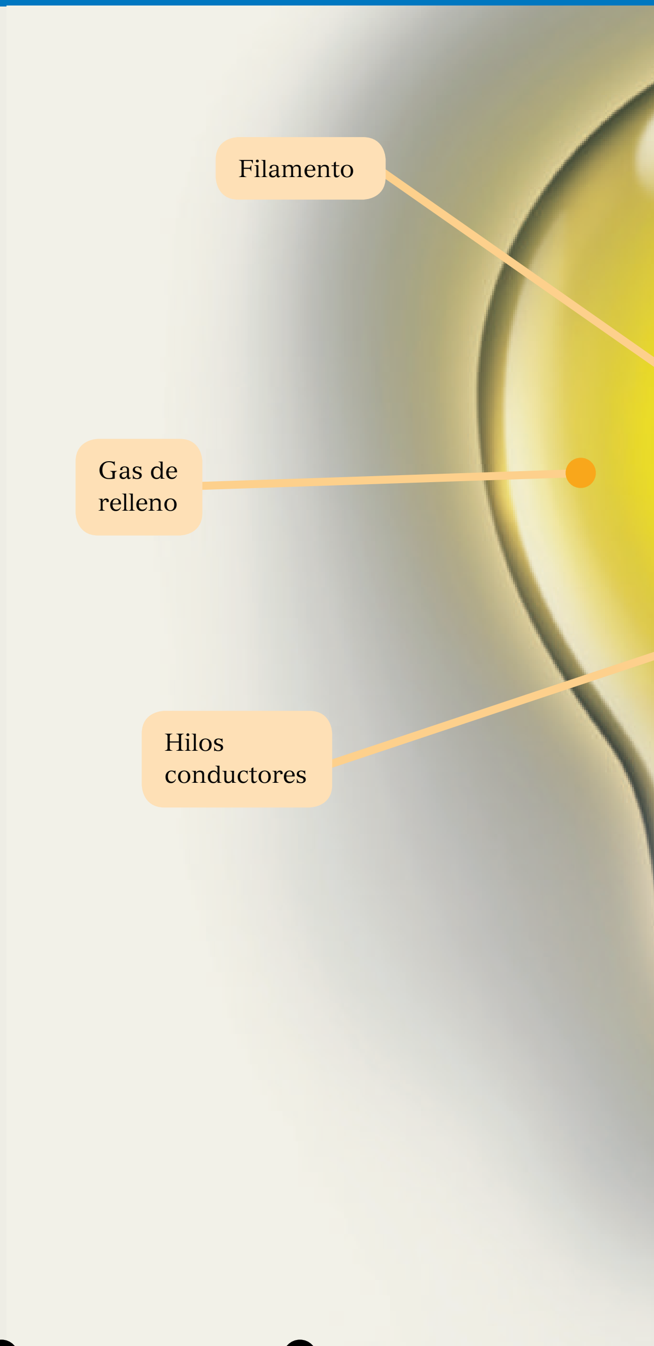
Pentágono regular



Pentágono irregular

ACTIVIDADES

2 Dibuja un polígono regular de 3 lados y otro de 4 lados. Dibuja su radio y su apotema. ¿Cómo se llaman estos polígonos?



1879
Edison crea la primera bombilla. Solo es capaz de dar luz durante 14 horas consecutivas.

1 de septiembre de 2009
Comienza en Europa la sustitución progresiva de las bombillas tradicionales y otras lámparas poco eficientes por sistemas de iluminación de bajo consumo que no solo ahorran energía, también son mejores desde un punto de vista medioambiental.

Lugares geométricos. Áreas y perímetros

8

SABER

- Lugares geométricos. Mediatriz y bisectriz. Circunferencia
- Ángulos
- Teorema de Pitágoras
- Áreas y perímetros

SABER HACER

- Trazar la circunferencia que pasa por tres puntos no alineados
- Calcular el área de un cuadrilátero utilizando el teorema de Pitágoras
- Calcular el área de un polígono regular utilizando el teorema de Pitágoras
- Calcular el área de una figura plana

? VIDA COTIDIANA

La bombilla

Cuando se decora una casa, la posición de los puntos de luz es muy importante. Hay veces que se necesitan zonas poco iluminadas, por ejemplo para relajarnos, o todo lo contrario, zonas muy iluminadas para poder leer un libro.

- Las especificaciones de una lámpara dicen que puede iluminar un radio de 3,5 m. Si la instalo en el centro de un salón rectangular de 4 m de largo y 3 m de ancho, ¿tendré toda la habitación perfectamente iluminada?

Incandescentes de clase C
Tienen la forma y el casquillo de una bombilla convencional, pero llevan dentro una cápsula halógena. Consumen entre un 20 % y un 25 % menos de energía.

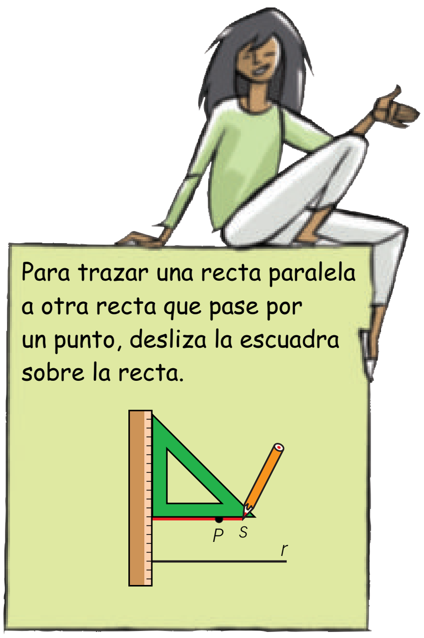
Incandescentes de clase B
Tienen un revestimiento infrarrojo que permite una mejora de la eficiencia energética superior al 45 %, son de bajo voltaje y necesitan un transformador.

Bombillas fluorescentes mejoradas. Empezaron a comercializarse en la década de 1980; destacan por su larga vida y bajo consumo, entre el 65 % y el 80 % menos.

Bombillas LED
Consumen un 80 % menos de energía que las bombillas incandescentes, con una duración mayor que las bombillas fluorescentes.

1 Lugares geométricos

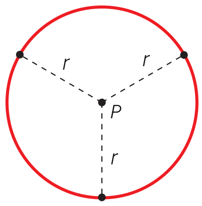
Se llama **lugar geométrico** al conjunto de todos los puntos que cumplen una determinada propiedad geométrica.



EJEMPLO

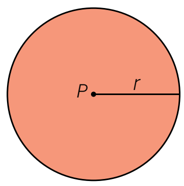
1. Determina y representa el lugar geométrico de los puntos del plano que cumplen las siguientes propiedades.

   a) Los puntos del plano cuya distancia a un punto *P* es *r*.



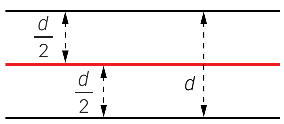
Los puntos que cumplen esta condición forman una circunferencia con centro en el punto *P*, y cuyo radio es la distancia hasta ese punto, *r*.

   b) Los puntos del plano cuya distancia a un punto *P* es menor que *r*.



Los puntos que cumplen esta propiedad son los puntos que pertenecen a un círculo con centro en *P* y radio *r*.

   c) Los puntos del plano que están a la misma distancia de dos rectas paralelas.



Los puntos del plano que cumplen esta propiedad forman una recta paralela a las rectas dadas, que se encuentra a la mitad de la distancia que hay entre ellas.

ACTIVIDADES

1 PRACTICA. Determina y representa el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia al punto *P*(2, 3) es la indicada.

a) 2 cm

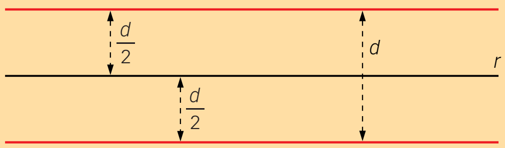
b) Menor que 4 cm

c) Mayor que 1,5 cm y menor que 3 cm

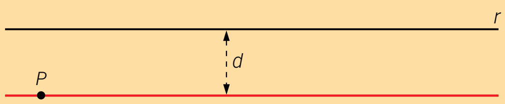
2 APLICA. Determina y representa los lugares geométricos de los puntos que están a una distancia de 2 cm de cada uno de los extremos de un segmento de 4 cm de longitud.

3 REFLEXIONA. Define las rectas rojas como lugar geométrico.

a)



b)



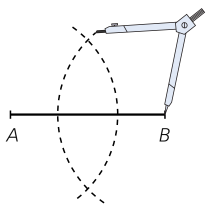
2 Mediatriz y bisectriz

2.1. Mediatriz de un segmento

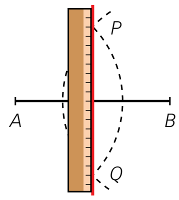
La **mediatriz de un segmento** es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio.

EJEMPLO

2. Traza la mediatriz del segmento *AB*.



Trazamos dos arcos de igual radio, con centro en *A* y *B*, que se cortan.



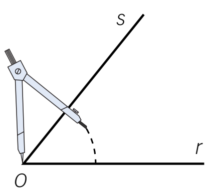
La recta que pasa por los puntos de corte *P* y *Q* es la mediatriz.

2.2. Bisectriz de un ángulo

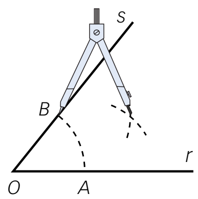
La **bisectriz de un ángulo** es la recta que pasa por el vértice y divide el ángulo en dos ángulos iguales.

EJEMPLO

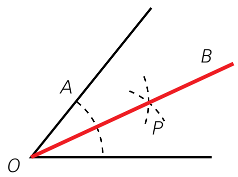
3. Dibuja la bisectriz de un ángulo.



Con centro en *O* y cualquier abertura, trazamos un arco.

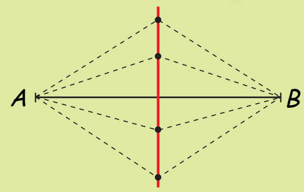


Trazamos dos arcos de igual radio con centro en *A* y en *B*.

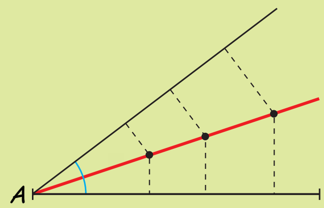


La recta que pasa por *O* y *P* es la bisectriz.

La mediatriz de un segmento es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de los extremos del segmento.



La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a los lados del ángulo es la misma.



Si dos puntos están a igual distancia de una recta, decimos que son equidistantes a la recta.

ACTIVIDADES

4 **PRACTICA.** Dibuja en tu cuaderno el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos de un segmento de 4 cm.

5 **APLICA.** Dibuja un ángulo obtuso y traza su bisectriz.

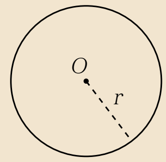
6 **REFLEXIONA.** Dibuja las rectas que pasan por:

$A(0, 3)$ $\quad B(-1, -1)$ $\quad C(3, 1)$

y traza las bisectrices de los ángulos entre esas rectas.

3 Circunferencia

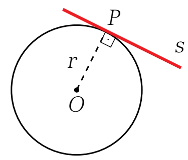
Una **circunferencia** es una curva cerrada y plana cuyos puntos están situados a la misma distancia, r, de un punto, O. El segmento r se llama **radio**, y el punto O, **centro** de la circunferencia.



Recta tangente a una circunferencia

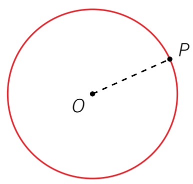
Una circunferencia y una recta son **tangentes** cuando tienen un único punto en común.

Si una circunferencia de centro O y una recta son tangentes en un punto P, el radio de la circunferencia que une O con P es perpendicular a la recta tangente.

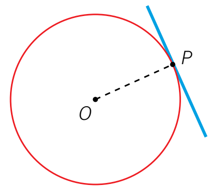


EJEMPLOS

4. Dibuja la recta tangente a una circunferencia que pase por un punto P.

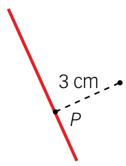


Dibujamos el radio que une O con P.

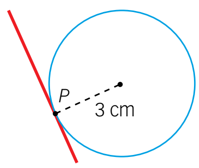


Trazamos una recta perpendicular al radio que pase por P.

5. Dibuja una circunferencia de radio 3 cm tangente a la recta dada en el punto P.



Dibujamos un segmento de 3 cm perpendicular a la recta con uno de sus extremos en P.

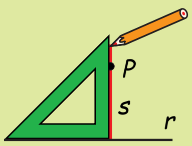


El otro extremo del segmento es el centro de la circunferencia.

RESUELVE EL RETO

Dos personas corren en un circuito circular, uno en el sentido de las agujas del reloj y el otro en sentido opuesto. Justo al mediodía vuelven a cruzarse en el punto de inicio: uno lleva 7 vueltas y el otro, 11. ¿Cuántas veces se cruzaron?

Para trazar una recta perpendicular a otra recta que pase por un punto, utiliza la escuadra.

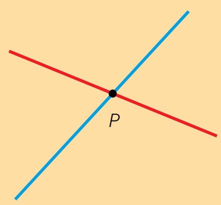


ACTIVIDADES

7 PRACTICA. Dibuja la circunferencia de centro (1, 2) y radio 4 cm. Elige un punto de la circunferencia y traza una recta tangente a ese punto.

8 APLICA. Representa la recta que contiene las soluciones de la ecuación $x + y = 4$. Dibuja la circunferencia tangente a esta recta con centro el origen.

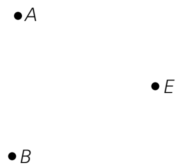
9 REFLEXIONA. Observa las dos rectas secantes que se cortan en el punto P. ¿Cómo dibujarías una circunferencia tangente a ambas rectas cuyo centro esté situado a 5 cm de P?



SABER HACER

Trazar la circunferencia que pasa por tres puntos no alineados

Dados los siguientes puntos no alineados, traza la circunferencia que pasa por ellos.

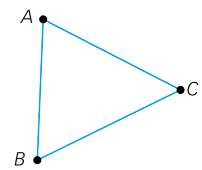


Este problema es equivalente a dibujar la circunferencia circunscrita a un triángulo cuyos vértices son los tres puntos dados.

Pasos a seguir

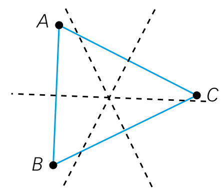
1. Dibujamos los segmentos que unen los puntos dos a dos.

Obtenemos un triángulo de vértices *A*, *B* y *C*.



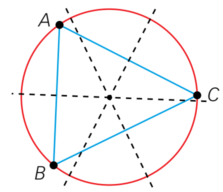
2. Trazamos las mediatrices de los tres segmentos que se han formado.

Las mediatrices se cortan en un punto que está a la misma distancia de los tres vértices del triángulo.



3. Dibujamos una circunferencia con centro en el punto de corte de las mediatrices, y con radio, la distancia a cualquiera de los puntos.

El punto de corte de las mediatrices es el circuncentro del triángulo.



ACTIVIDADES

10 Traza la circunferencia que pasa por estos puntos.

a) (0, 0), (0, 4) y (4, 0)

b) (0, 3), (−4, 0) y (1, −1)

c) (−3, 3), (1, 3) y (0, 0)

d) (2, 0), (2, 5) y (0, 1)

e) (0, −4), (5, −4) y (3, 3)

f) (1, 3), (5, 2) y (3, 7)

11 Dibuja la circunferencia que pasa por los vértices de los triángulos isósceles cuyos lados tienen estas medidas.

a) 5 cm, 5 cm y 8 cm

b) 7 cm, 7 cm y 12 cm

c) 4 cm, 4 cm y 6 cm

12 Define el circuncentro como lugar geométrico.

13 Traza la circunferencia que pasa por los vértices de los triángulos rectángulos cuyos lados tienen estas medidas.

a) 3 cm, 4 cm y 5 cm

b) 5 cm, 12 cm y 13 cm

c) 8 cm, 15 cm y 17 cm

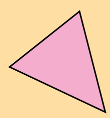
d) 6 cm, 8 cm y 10 cm

e) 9 cm, 12 cm y 15 cm

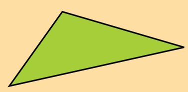
f) 7 cm, 24 cm y 25 cm

14 Copia en tu cuaderno estos triángulos y dibuja su circunferencia circunscrita.

a)



b)

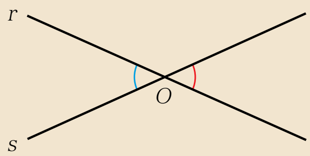


c)

4 Ángulos

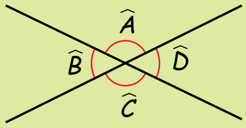
4.1. Ángulos al cortarse dos rectas

Dos **ángulos** son **opuestos por el vértice** cuando tienen en común el vértice y sus lados están sobre las mismas rectas.

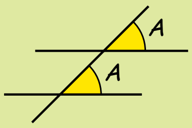


Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

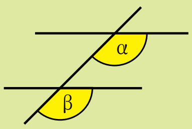
Al cortarse dos rectas, se forman 4 ángulos, iguales dos a dos: $\widehat{A} = \widehat{C}$ $\widehat{B} = \widehat{D}$



Dos ángulos de lados paralelos agudos son iguales.



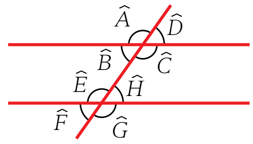
Dos ángulos de lados paralelos obtusos son iguales.

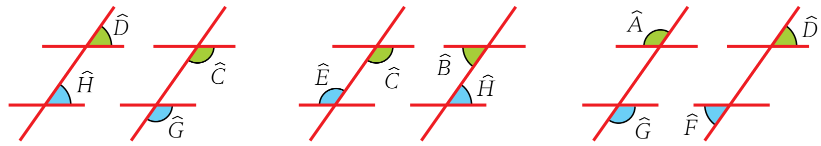


4.2. Ángulos al cortar una recta a otras dos rectas paralelas

Cuando dos rectas paralelas son cortadas por una recta secante a ambas, se forman 8 ángulos.

Entre todos estos ángulos siempre se cumplen, por ser ángulos de lados paralelos, las siguientes igualdades.





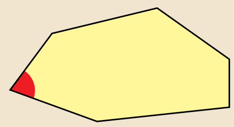
Ángulos correspondientes
$\widehat{D} = \widehat{H}$ $\widehat{C} = \widehat{G}$

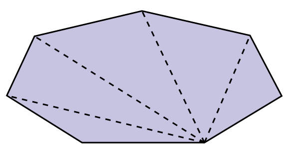
Ángulos alternos internos
$\widehat{C} = \widehat{E}$ $\widehat{B} = \widehat{H}$

Ángulos alternos externos
$\widehat{A} = \widehat{G}$ $\widehat{D} = \widehat{F}$

4.3. Ángulos en un polígono

Cada dos lados consecutivos de un polígono definen un ángulo, que llamamos **ángulo interior**.





Cualquier polígono de n lados se puede dividir en $n - 2$ triángulos.

Por tanto, la suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es igual a $180° \cdot (n - 2)$.

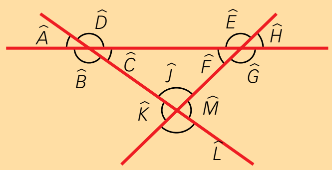
ACTIVIDADES

15 PRACTICA. Calcula la suma de los ángulos interiores de estos polígonos.

a) Pentágono
b) Hexágono
c) Octógono
d) Decágono

16 APLICA. Averigua para qué polígono la suma de los ángulos interiores es 1 260°.

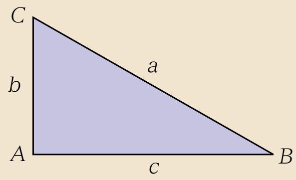
17 REFLEXIONA. Establece las igualdades entre estos ángulos.



5 Teorema de Pitágoras

Teorema de Pitágoras
En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$



EJEMPLOS

6. Calcula la medida que falta en estos triángulos rectángulos.

a) La hipotenusa mide 37 cm, y uno de los catetos, 12 cm.

$a = 37$ cm $\qquad b = 12$ cm

$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a\,=\,37,\,b\,=\,12} 37^2 = 12^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 1369 - 144 = 1225$

Despejando: $c^2 = 1225 \rightarrow c = \sqrt{1225} = 35$ cm

b) Los catetos miden 28 cm y 45 cm.

$b = 28$ cm $\qquad c = 45$ cm

$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b\,=\,28,\,c\,=\,45} a^2 = 28^2 + 45^2 \rightarrow a^2 = 784 + 2025 = 2809$

Despejando: $a^2 = 2809 \rightarrow a = \sqrt{2809} = 53$ cm

7. Comprueba, aplicando el teorema de Pitágoras, si las siguientes medidas corresponden a triángulos rectángulos.

a) $a = 13$ cm $\qquad b = 5$ cm $\qquad c = 12$ cm

b) $a = 6$ cm $\qquad b = 3$ cm $\qquad c = 7$ cm

Si un triángulo es rectángulo, tiene que cumplir el teorema de Pitágoras. La medida mayor siempre corresponde a la hipotenusa.

a) Hipotenusa = 13 cm $\qquad$ Catetos = 5 cm y 12 cm

$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a\,=\,13,\,b\,=\,5,\,c\,=\,12} 13^2 = 5^2 + 12^2 \rightarrow 169 = 25 + 144$

Los lados pertenecen a un triángulo rectángulo.

b) Hipotenusa = 7 cm $\qquad$ Catetos = 6 cm y 3 cm

$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a\,=\,7,\,b\,=\,6,\,c\,=\,3} 7^2 \neq 6^2 + 3^2 \rightarrow 49 \neq 36 + 9$

No es un triángulo rectángulo.

RESUELVE EL RETO

¿Cierto o falso? Si un triángulo cumple el teorema de Pitágoras, la mediana trazada desde el ángulo recto corta en la mitad de la hipotenusa.

El triángulo rectángulo es el único triángulo que cumple el teorema de Pitágoras.

ACTIVIDADES

18 PRACTICA. Calcula la medida de la hipotenusa de los triángulos cuyos catetos miden:

a) 39 mm y 80 mm
b) 13 mm y 84 mm
c) 11 mm y 60 mm
d) 24 cm y 32 cm
e) 12 cm y 16 cm
f) 8 cm y 15 cm

19 APLICA. Comprueba si las siguientes medidas corresponden a triángulos rectángulos.

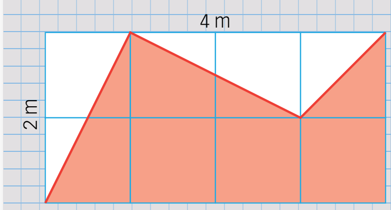
a) 21 cm, 29 cm y 40 cm
b) 33 cm, 56 cm y 68 cm

20 REFLEXIONA. ¿Cuántos triángulos rectángulos tienen dos de sus lados de 21 cm y 28 cm?

Áreas y perímetros

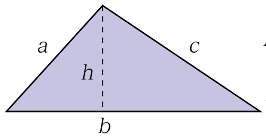
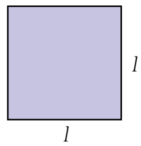
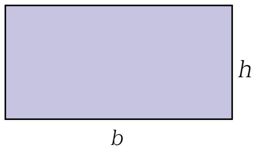
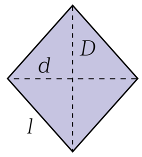
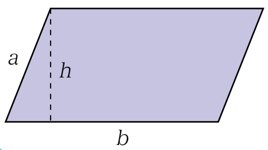
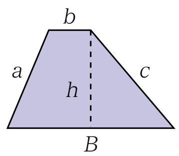
RESUELVE EL RETO

¿Cuánto mide el área coloreada?



6.1. Áreas y perímetros del triángulo y los cuadriláteros

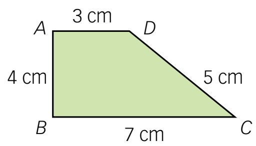
En la siguiente tabla están las fórmulas que te permitirán calcular las áreas y perímetros de triángulos y cuadriláteros.

Triángulo		Cuadrado	
	$A = \dfrac{b \cdot h}{2}$ $P = a + b + c$		$A = l \cdot l = l^2$ $P = 4 \cdot l$
Rectángulo		**Rombo**	
	$A = b \cdot h$ $P = 2(b + h)$		$A = \dfrac{D \cdot d}{2}$ $P = 4 \cdot l$
Romboide		**Trapecio**	
	$A = b \cdot h$ $P = 2(a + b)$		$A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2}$ $P = a + b + c + B$

EJEMPLO

8. Calcula el área y el perímetro de estas figuras.

a)

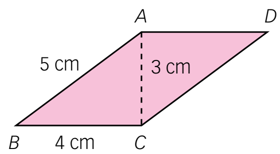


Es un trapecio:

$P = 4 + 3 + 5 + 7 = 20$ cm

$A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2} = \dfrac{(7 + 3) \cdot 4}{2} = 20$ cm^2

b)



Es un romboide:

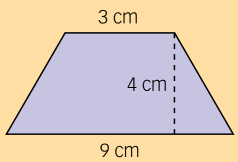
$P = 2(4 + 5) = 18$ cm

$A = b \cdot h = 4 \cdot 3 = 12$ cm^2

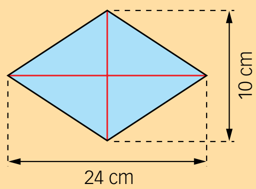
ACTIVIDADES

21 **PRACTICA.** Calcula el área de estas figuras.

a)

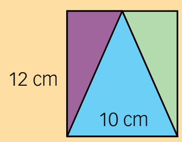


b)



22 **APLICA.** Halla el perímetro y el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 4 cm y 7 cm.

23 **REFLEXIONA.** Halla el área de cada uno de los tres triángulos que están marcados en la figura que está a la derecha.

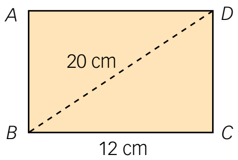


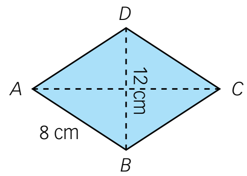
SABER HACER

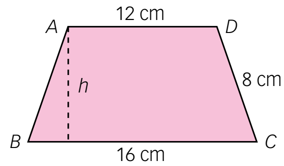
Calcular el área de un cuadrilátero utilizando el teorema de Pitágoras

> Las diagonales de un rombo se cortan en su punto medio formando cuatro ángulos rectos.

Halla el área de estos cuadriláteros.

a) 

b) 

c) 

Pasos a seguir

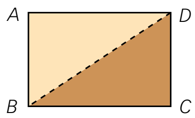
1. Determinamos los elementos necesarios para calcular el área de la figura.

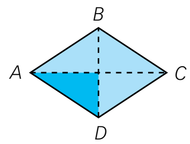
a) $A = b \cdot h$
$b = 12$ cm
$h \rightarrow$ Desconocida

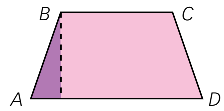
b) $A = \dfrac{D \cdot d}{2}$
$d = 12$ cm
$D \rightarrow$ Desconocida

c) $A = \dfrac{(B+b) \cdot h}{2}$
$B = 16$ cm $b = 12$ cm
$h \rightarrow$ Desconocida

2. Identificamos el triángulo rectángulo que determina la medida desconocida.







3. Aplicamos el teorema de Pitágoras.

a) $20^2 = 12^2 + h^2$

b) $8^2 = \left(\dfrac{12}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{D}{2}\right)^2$

c) $8^2 = 2^2 + h^2$

4. Calculamos la medida desconocida despejando en el teorema de Pitágoras.

a) $h^2 = 20^2 - 12^2$
$h^2 = 256$
$h = 16$ cm

b) $\left(\dfrac{D}{2}\right)^2 = 8^2 - 6^2 \rightarrow \dfrac{D^2}{4} = 28$
$D^2 = 112$
$D = 10{,}58$ cm

c) $h^2 = 8^2 - 2^2$
$h^2 = 60$
$h = 7{,}75$ cm

5. Hallamos el área de la figura.

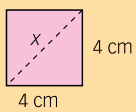
a) $A = 12 \cdot 16 = 192$ cm^2

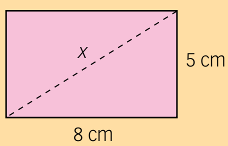
b) $A = \dfrac{10{,}58 \cdot 12}{2} = 63{,}48$ cm^2

c) $A = \dfrac{(16+12) \cdot 7{,}75}{2} =$
$= 108{,}5$ cm^2

ACTIVIDADES

24 Calcula la longitud de x en las figuras.

a) 

b) 

25 Una de las dimensiones de un rectángulo mide 12 cm, y su diagonal mide 20 cm. Halla su área.

26 El perímetro de un rectángulo es 68 cm, y la altura, 24 cm. Calcula.

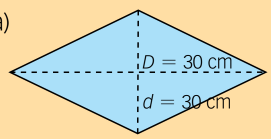
a) La diagonal del rectángulo

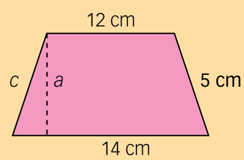
b) El área del rectángulo

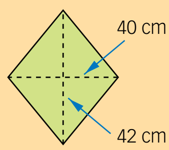
27 Calcula el lado de un cuadrado cuya diagonal mide:

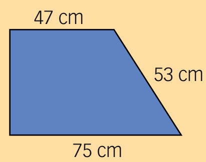
a) 5,3033 cm b) 3,96 cm c) 2,12 cm

28 Calcula el área de estas figuras.

a) 

c) 

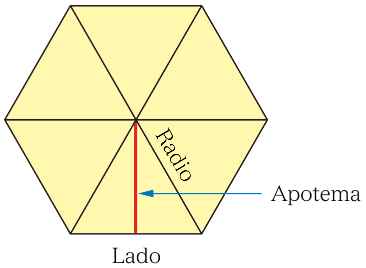
b) 

d) 

6.2. Área y perímetro de un polígono regular

El **perímetro de un polígono regular** es igual al producto de la medida de uno de sus lados por el número de lados.

$$P = n \cdot l$$



Cualquier polígono regular se puede descomponer en tantos triángulos isósceles iguales como número de lados tenga.

El área de cada triángulo es $A_t = \dfrac{l \cdot a}{2}$, donde l es el lado del polígono y a es la apotema. Para obtener el área del polígono hay que multiplicar por el número de triángulos en que lo hemos dividido:

$$A_{\text{Total}} = n \cdot A_t = n \cdot \frac{l \cdot a}{2} = \frac{n \cdot l \cdot a}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$

siendo n el número de lados y P el perímetro del polígono regular.

El **área de un polígono regular** es igual al producto de su perímetro por su apotema dividido entre 2.

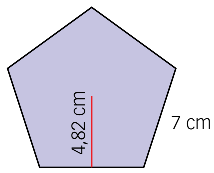
$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

En el hexágono regular, el lado es igual al radio.

EJEMPLO

9. Halla el perímetro y el área de estos polígonos regulares.

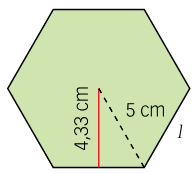
a)



$P = n \cdot l = 5 \cdot 7 = 35$ cm

$A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{35 \cdot 4{,}82}{2} = 84{,}35$ cm^2

b)



Por ser un hexágono regular: $l = r = 5$

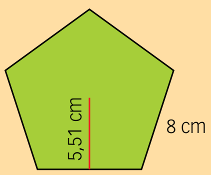
$P = n \cdot l = 6 \cdot 5 = 30$ cm

$A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{30 \cdot 4{,}33}{2} = 64{,}95$ cm^2

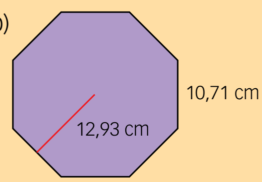
ACTIVIDADES

29 **PRACTICA.** Calcula el perímetro y el área de estos polígonos regulares.

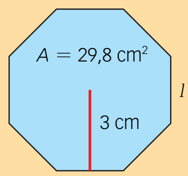
a)

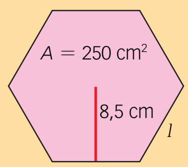


b)



30 **APLICA.** Halla el lado de estos polígonos regulares.





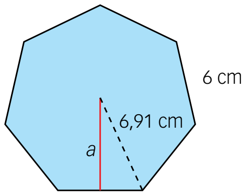
31 **REFLEXIONA.** Determina la altura y el perímetro de un triángulo equilátero de área 2 dm^2.

SABER HACER

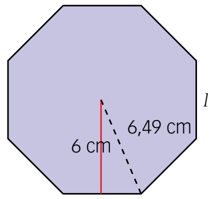
Calcular el área de un polígono regular utilizando el teorema de Pitágoras

Halla el área de estos polígonos regulares.

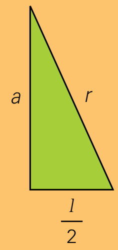
a)



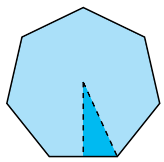
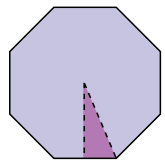
b)



En los polígonos regulares, el radio, la apotema y la mitad del lado forman un triángulo rectángulo.



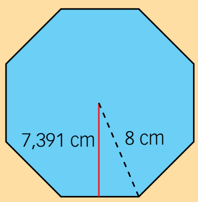
Pasos a seguir

Pasos	a)	b)
1. Determinamos los elementos necesarios para calcular el área de la figura.	a) $n = 7$ lados $l = 6$ cm $a \rightarrow$ Desconocida	b) $n = 8$ lados $l \rightarrow$ Desconocido $a = 6$ cm
2. Identificamos el triángulo rectángulo que determina la medida desconocida.		
3. Aplicamos el teorema de Pitágoras.	$6{,}91^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + a^2$ $47{,}75 = 9 + a^2$	$6{,}49^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + 6^2$ $42{,}12 = 36 + \frac{l^2}{4}$
4. Calculamos la medida desconocida despejando en el teorema de Pitágoras.	$a^2 = 47{,}75 - 9 = 38{,}75$ $a = \sqrt{38{,}75} = 6{,}22$ cm	$\frac{l^2}{4} = 42{,}12 - 36 = 6{,}12$ $l^2 = 24{,}48 \rightarrow l = \sqrt{24{,}48} = 4{,}95$ cm
5. Hallamos el área de la figura.	$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{(7 \cdot 6) \cdot 6{,}22}{2} = 130{,}62 \text{ cm}^2$	$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{(8 \cdot 4{,}95) \cdot 6}{2} = 118{,}8 \text{ cm}^2$

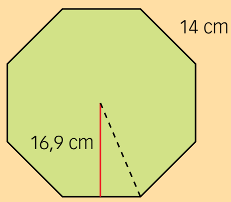
ACTIVIDADES

32 Calcula el área de los siguientes polígonos regulares.

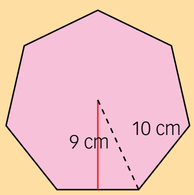
a)



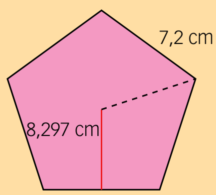
c)



b)



d)

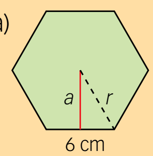


33 Calcula el área de un octógono regular de 5,2 cm de lado y 6,794 cm de radio.

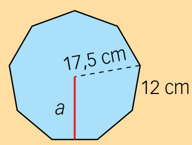
34 Calcula el radio de un pentágono regular de lado 10,8 cm y de apotema 7,43 cm.

35 Calcula la apotema en estos polígonos regulares.

a)



b)



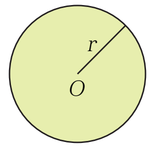
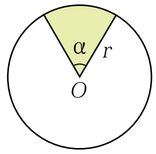
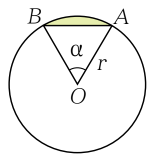
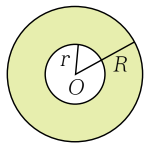
36 Calcula el área de un hexágono regular de 9 cm de apotema.

6.3. Área y perímetro de figuras circulares

En la siguiente tabla puedes encontrar las fórmulas que te permitirán calcular las áreas y perímetros de las figuras circulares.

El perímetro de un círculo es la longitud de la circunferencia que lo contiene:

$L = 2\pi r$

Figuras circulares		Perímetro y área
Círculo: superficie plana contenida dentro de una circunferencia.		$P = 2\pi r$ $A = \pi r^2$
Sector circular: parte de un círculo limitada por dos radios y un arco.		$P = \dfrac{2\pi r\alpha}{360} + 2r$ $A = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360}$
Segmento circular: parte de un círculo limitada por un arco y su cuerda.		$P = \dfrac{2\pi r\alpha}{360} + \overline{AB}$ $A = A_{\text{Sector}} - A_{\text{Triángulo } \widehat{OAB}}$
Corona circular: superficie plana comprendida entre dos circunferencias concéntricas.		$P = 2\pi(R + r)$ $A = \pi(R^2 - r^2)$

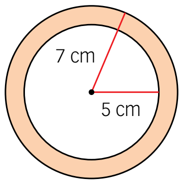
RESUELVE EL RETO

Una araña tarda 30 días en cubrir con su tela el hueco de una ventana circular. Cada día duplica la superficie hecha hasta entonces.
Si en vez de una araña, fueran dos, ¿cuánto tardarían en cubrir la ventana?

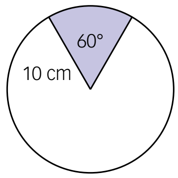
EJEMPLO

10. Halla el perímetro y el área de estas figuras circulares.

a)



b)



a) $P = 2\pi(R + r) = 2\pi(7 + 5)$

$P = 75{,}36$ cm

$A = \pi(R^2 - r^2)$

$A = \pi(7^2 - 5^2)$

$A = 75{,}36$ cm^2

b) $P = \dfrac{2\pi r\alpha}{360} + 2r = \dfrac{2\pi \cdot 10 \cdot 60}{360} + 2 \cdot 10$

$P = 30{,}47$ cm

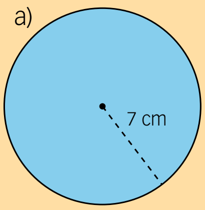
$A = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360} = \dfrac{\pi \cdot 10^2 \cdot 60}{360}$

$A = 52{,}33$ cm^2

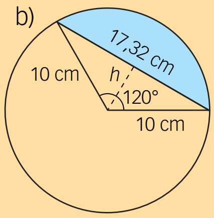
ACTIVIDADES

37 **PRACTICA.** Calcula el área y el perímetro de estas figuras.

a)

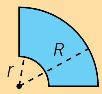


b)



38 **APLICA.** Calcula el radio del sector circular de amplitud 135° y área 3,817 cm^2.

39 **REFLEXIONA.** Calcula el área de la zona coloreada de la figura circular en donde $\alpha = 90°$, $r = 3$ cm y $R = 9$ cm.

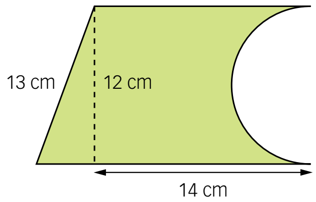


SABER HACER

Calcular el área de una figura plana

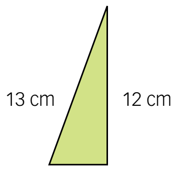
La descomposición de una figura en otras más simples no es única, hay muchas posibilidades.

Determina el área de esta figura.

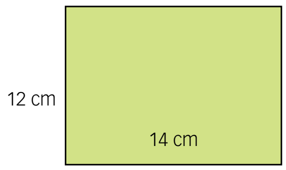


Pasos a seguir

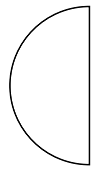
1. Descomponemos la figura en otras más sencillas cuyas áreas sepamos calcular.



Triángulo rectángulo con hipotenusa de 13 cm y un cateto de 12 cm.



Rectángulo de 14 cm de base y 12 cm de altura.



Semicírculo de $\frac{12}{2} = 6$ cm de radio.

2. Hallamos cada una de las áreas de las figuras que se han obtenido en la descomposición.

Figura *A* → Calculamos la base aplicando el teorema de Pitágoras.

$$13^2 = 12^2 + b^2 \rightarrow b^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \rightarrow b = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Figura } A} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

Figura *B*: $A_{\text{Figura } B} = 12 \cdot 14 = 168 \text{ cm}^2$

Figura *C*: $A_{\text{Figura } C} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 6^2}{2} = 56{,}52 \text{ cm}^2$

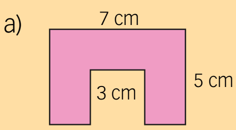
3. Operamos para obtener el área total.

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{Figura } A} + A_{\text{Figura } B} - A_{\text{Figura } C} = 30 + 168 - 56{,}52 = 141{,}48 \text{ cm}^2$$

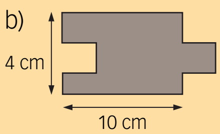
ACTIVIDADES

40 Determina el área de las figuras.

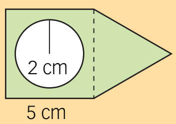
a)



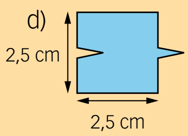
b)



c)

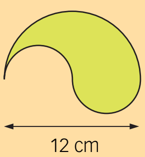


d)

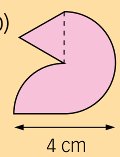


41 Calcula el área.

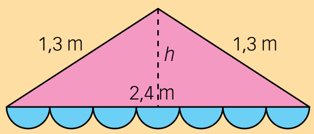
a)

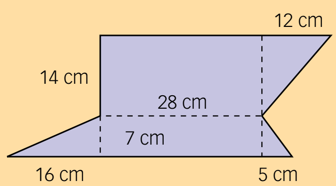


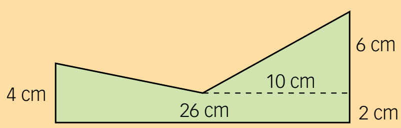
b)



42 Halla el área de estas figuras.







Lugares geométricos. Mediatriz, bisectriz y circunferencia

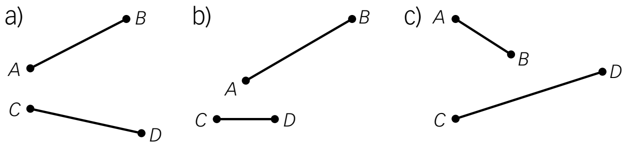
43 Halla y dibuja estos lugares geométricos.

a) Los puntos del plano que equidistan de los extremos A y B de un segmento de 5 cm.

b) Los puntos del plano que equidistan de los lados de un ángulo de 80°.

c) Los puntos del plano que equidistan de dos vértices no consecutivos de un cuadrado.

44 Dibuja en tu cuaderno los puntos del plano que equidistan de los dos segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.



45 Traza el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de estos elementos geométricos.

a) Dos rectas paralelas.

b) Los puntos de una circunferencia de radio r.

c) Dos circunferencias concéntricas.

46 Haz una circunferencia con centro en el punto $P(3, 2)$ de forma que:

a) El eje de abscisas sea tangente a ella en el punto (3, 0).

b) El eje de ordenadas sea tangente a ella en el punto (0, 2).

47 Dibuja un triángulo de lados a, b y c, y encuentra el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de sus vértices.

a) $a = 6$, $b = 8$ y $c = 12$ b) $a = 4$, $b = 5$ y $c = 8$

48 En un triángulo rectángulo isósceles la hipotenusa mide 10 cm. Traza su circunferencia circunscrita y calcula su radio.

Ángulos

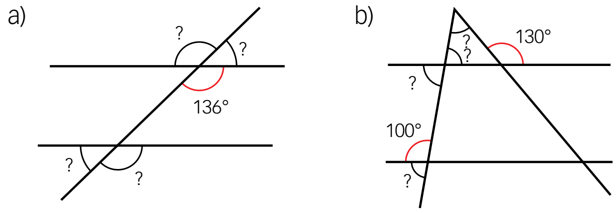
49 Averigua qué polígono cumple que la suma de sus ángulos interiores es 1 980°.

50 Calcula la suma de los ángulos interiores de un polígono en el que al trazar sus diagonales desde un vértice se forman los triángulos indicados.

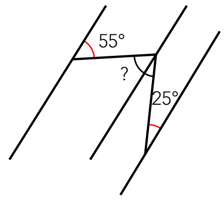
a) 3 triángulos b) 5 triángulos c) 7 triángulos

51 Si el número de diagonales, d, de un polígono de n lados viene dado por $d = \dfrac{n \cdot (n-3)}{2}$, halla la suma de los ángulos interiores de un polígono con 9 diagonales.

52 Halla los ángulos con interrogante y razona cómo lo haces.



53 Calcula el valor del ángulo desconocido y explica cómo lo haces.



Teorema de Pitágoras

54 Determina si las siguientes medidas se corresponden con los lados de un triángulo rectángulo.

a) 6, 8 y 10 cm d) 3, 7 y 6 cm

b) 5, 5 y $5\sqrt{2}$ cm e) 7, 24 y 25 cm

c) $\sqrt{61}$, 5 y 6 cm f) 3, 3 y 5 cm

55 Copia en tu cuaderno y completa esta tabla de medidas donde a es la hipotenusa y b y c son los catetos de un triángulo rectángulo.

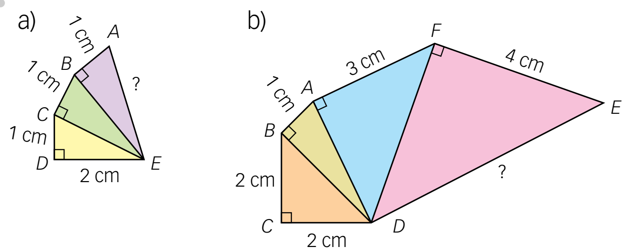
a	b	c
	3	4
$5\sqrt{5}$	10	
$\sqrt{52}$		6
4	$2\sqrt{2}$	
	5	7
	5	5

56 El lado de un cuadrado mide 2 cm. Si se varía el tamaño, di cuánto hay que aumentar o disminuir el lado para que la nueva diagonal tenga esta relación con la original.

a) La mitad c) El triple

b) El doble d) La tercera parte

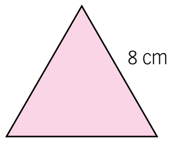
57 Halla la longitud de los segmentos indicados.

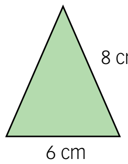


SABER HACER

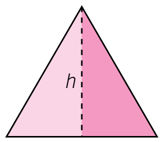
Calcular la altura de un triángulo equilátero o isósceles

58 Determina la altura de estos triángulos.

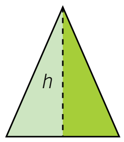
a) 

b) 

PRIMERO. Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de catetos la altura y la mitad de la base, e hipotenusa el lado del triángulo.

a) 

$8^2 = 4^2 + h^2$

b) 

$8^2 = 3^2 + h^2$

SEGUNDO. Se despeja y se calcula la altura.

a) $8^2 = 4^2 + h^2$
$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48$
$h = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

b) $8^2 = 3^2 + h^2$
$h^2 = 8^2 - 3^2 = 55$
$h = \sqrt{55} = 7{,}42$ cm

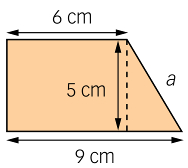
59 Un triángulo equilátero tiene 36 cm de perímetro. Halla su altura.

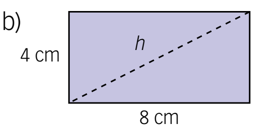
60 La altura de un triángulo equilátero mide 6,93 cm. ¿Cuánto mide el lado?

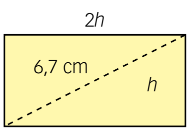
61 Halla la altura, sobre el lado desigual, de un triángulo isósceles cuyos lados miden 7, 7 y 4 cm.

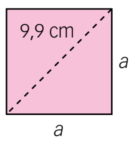
62 El lado desigual de un triángulo isósceles mide 36 cm y la altura mide 45 cm. ¿Cuánto miden los lados iguales?

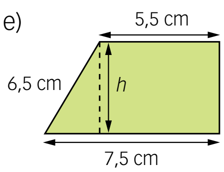
63 Calcula la distancia que falta en cada caso.

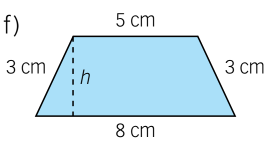
a) 

b) 

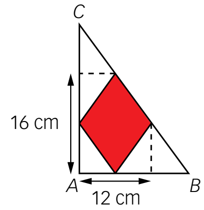
c) 

d) 

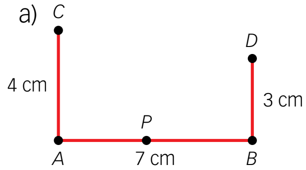
e) 

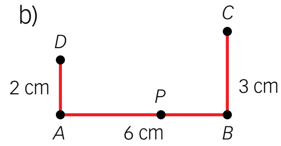
f) 

64 Observa la figura y calcula el lado del rombo y las longitudes del cateto AB, del cateto AC y de la hipotenusa BC.



65 Fíjate en los dibujos y halla la distancia del punto P al punto A, para que se verifique que la longitud del segmento CP sea igual que la del segmento DP.

a) 

b) 

Áreas y perímetros

66 Uno de los lados de un triángulo mide 4,6 cm y la altura sobre él mide 3,8 cm.

a) Halla el área del triángulo.

b) Si otro lado del triángulo mide 3,8 cm, ¿cuánto mide la altura sobre ese lado?

67 La altura de un triángulo mide dos terceras partes de su base $b = 9$ cm. Calcula su área.

68 Determina el perímetro y el área de un cuadrado cuya diagonal mide:

a) $4\sqrt{2}$ cm b) $6\sqrt{2}$ cm

69 Calcula el área de un cuadrado cuyo perímetro mide igual que el de un triángulo equilátero de lado 6 cm.

70 Halla el área de un cuadrado cuyo perímetro mide lo mismo que el de un triángulo equilátero de altura 8 cm.

71 Señala cuál es el lado y el perímetro de un cuadrado de 210,25 cm² de área.

72 Calcula el perímetro y el área de un rectángulo cuya diagonal mide 34 cm, y la base, 30 cm.

73 Dado un rectángulo cuyos lados miden 4 cm y 9 cm, contesta verdadero o falso.

a) El área de un cuadrado con el mismo perímetro es 169 cm².

b) El perímetro de un cuadrado con igual área es 24 cm.

c) El área de un rectángulo cuyas dimensiones son el doble es $2 \cdot 36 = 72$ cm².

74 Calcula el perímetro, la altura y el área de un triángulo equilátero de lado 14 cm.

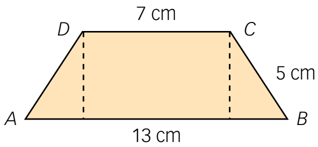
75 La diagonal de un cuadrado mide 128 mm. ¿Cuál es su perímetro? ¿Y su área?

76 El área de un rombo es 150 dm^2 y una de sus diagonales mide 20 dm. Calcula la otra diagonal y el perímetro del rombo.

SABER HACER

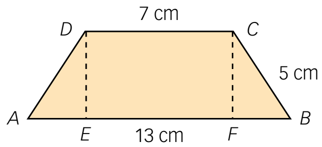
Calcular el área de un trapecio isósceles del que se conocen sus lados

77 Calcula el área de este trapecio isósceles.



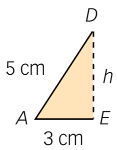
PRIMERO. Se calcula la base del triángulo rectángulo que determina la altura.

Por ser el trapecio isósceles, las alturas determinan dos triángulos rectángulos iguales cuyas bases son la mitad de la diferencia de las bases del trapecio.



$$\overline{AE} = \overline{FB} = \frac{\overline{AB} - \overline{CD}}{2} = \frac{13 - 7}{2} = 3 \text{ cm}$$

SEGUNDO. Se aplica el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que determina la altura.



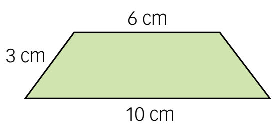
$$3^2 + h^2 = 5^2$$
$$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$
$$h = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

TERCERO. Se halla el área del trapecio.

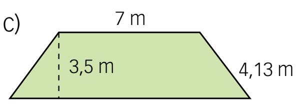
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(13 + 7) \cdot 4}{2} = 40 \text{ cm}^2$$

78 Halla el área de estos trapecios isósceles.

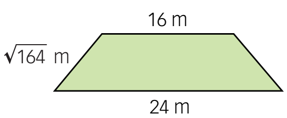
a)



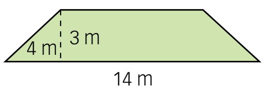
c)



b)



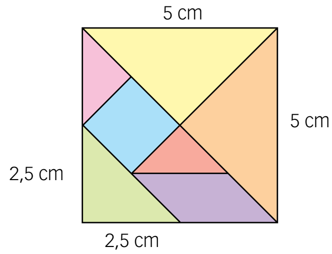
d)



79 Las diagonales de un trapecio rectángulo miden 10 cm y 17 cm, y su altura, 8 cm. Calcula su perímetro y su área.

80 Calcula el área de un trapecio rectángulo sabiendo que la base menor mide 12 cm; la diagonal menor, 15 cm, y el lado oblicuo, 13 cm.

81 Considera las siete piezas del *tangram* chino y halla el área de cada una de ellas.



82 Determina el perímetro y la diagonal de un cuadrado cuya área es 67,24 cm^2.

83 Calcula la medida de las diagonales de un rectángulo cuya área es 28,8 cm^2 sabiendo que la altura mide 4 cm.

84 La relación entre las diagonales de un rombo, d y D, viene dada por la expresión $d = \frac{3D}{5}$. Calcula el perímetro y el área del rombo sabiendo que $D = 15$ cm.

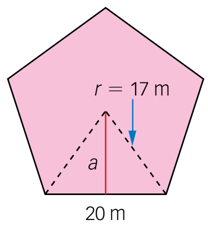
85 Halla la apotema y el área de un hexágono regular de 14 cm de lado.

86 Determina la apotema y el área de un hexágono regular de 72 cm de perímetro.

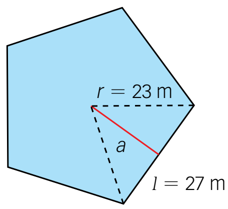
87 Averigua el lado y el área de un hexágono regular sabiendo que su apotema mide 8,09 cm.

88 Halla la apotema y el área de cada uno de estos pentágonos regulares.

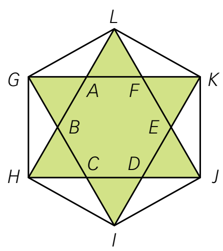
a)



b)



89 El lado del hexágono regular *ABCDEF* mide 8 cm, y su apotema, 6,9 cm.



a) ¿Cuál es el área del hexágono *ABCDEF*?

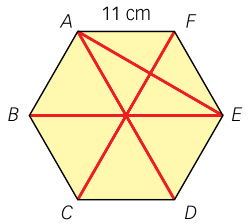
b) ¿Y el de la parte coloreada?

c) ¿Cuál es el área del hexágono *GHIJKL*?

d) ¿Qué fracción del hexágono *GHIJKL* representa el área de la figura coloreada?

90 Halla el área de un hexágono regular de 90 cm de perímetro.

91 Sean *A*, *B*, *C*, *D*, *E* y *F* los vértices de un hexágono regular de 11 cm de lado. Halla la longitud de los siguientes segmentos.

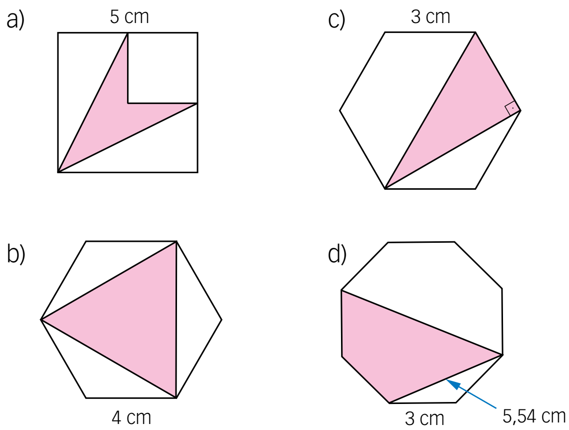


a) $\overline{AE}$ b) $\overline{AD}$ c) $\overline{BE}$ d) $\overline{FC}$

92 Determina el perímetro de un heptágono regular de área 215,75 cm^2 y apotema 8 cm.

93 Calcula el área de un octógono regular de perímetro 48 cm.

94 Determina el área de las superficies coloreadas.



95 Halla el área de un círculo sabiendo que la longitud de la circunferencia que lo delimita es 13π cm.

96 Señala el área de un círculo cuyo diámetro es igual al perímetro de un rombo de diagonales 1 cm y 2 cm.

97 Calcula el área de un cuadrado inscrito en una circunferencia de longitud 33,93 cm.

98 Un triángulo rectángulo e isósceles inscrito en una circunferencia tiene un cateto que mide 23 cm. Calcula el área del círculo.

99 Determina el área de un círculo circunscrito a un triángulo rectángulo de catetos 4 cm y 6 cm.

100 Halla el área de la corona circular limitada por las circunferencias circunscrita e inscrita de un hexágono regular de lado 5 cm.

101 Un rectángulo de 20 cm de base y 15 cm de altura está inscrito en una circunferencia. ¿Cuál es la diferencia entre la longitud de la circunferencia y el perímetro del rectángulo?

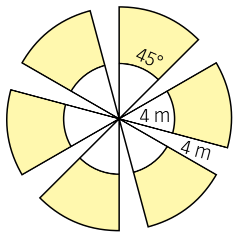
102 Calcula la apotema de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de 14 cm de diámetro.

103 Determina el radio de la circunferencia que circunscribe a un hexágono regular de 9 cm de apotema.

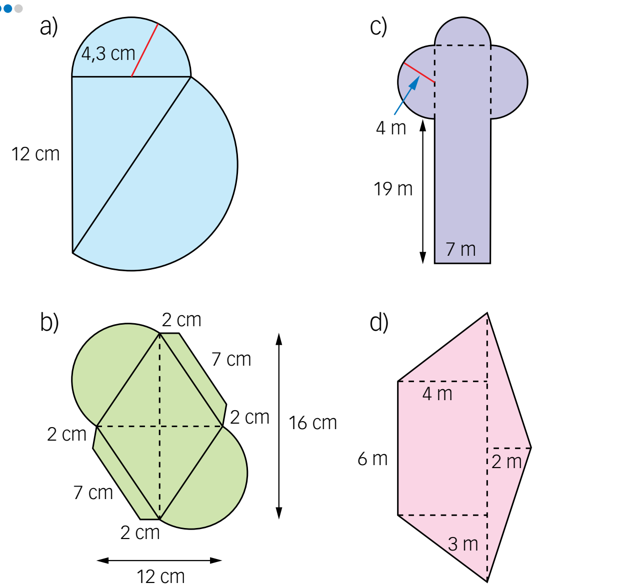
104 Calcula el radio de la circunferencia inscrita en un hexágono regular de 5 cm de lado.

105 Halla el área de un trapecio circular de radios 12 cm y 6 cm y de amplitud 270°.

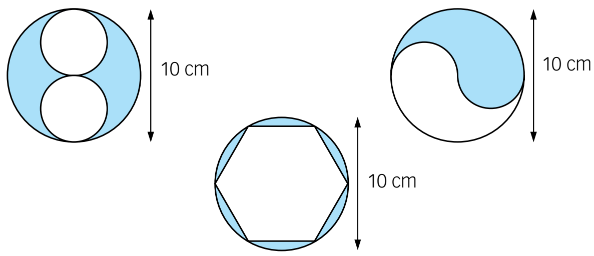
106 Observa el molino y calcula el área de cada parte amarilla, de cada parte blanca y su área total.



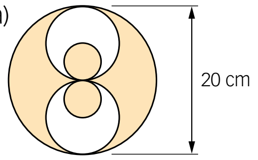
107 Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras.

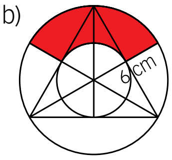


108 Halla el área de cada zona coloreada, sabiendo que el diámetro de la circunferencia mide 10 cm.



109 Calcula el área de la zona coloreada.

a) 

b) 

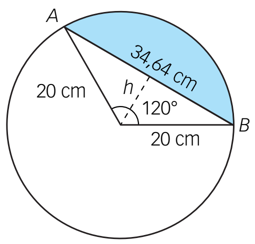
110 Halla la amplitud de un sector de área π cm^2 y radio 1,5 cm.

111 Un sector circular de ángulo central 40° tiene un área de 8 cm^2. Halla la superficie del círculo correspondiente.

SABER HACER

Calcular el área de un segmento circular

112 Halla el área de este segmento circular.



PRIMERO. Se halla la altura del triángulo, para ello se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo cuya hipotenusa es el radio y cuyos catetos son la altura y la mitad de la cuerda AB.

$$20^2 = \left(\frac{34{,}64}{2}\right)^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 400 - 299{,}98 \rightarrow h = 10$$

SEGUNDO. Se calcula el área del triángulo y el área del sector.

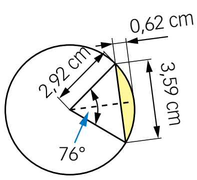
$$A_{\text{Sector}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi \cdot 20^2 \cdot 120}{360} = 418{,}67 \text{ cm}^2$$

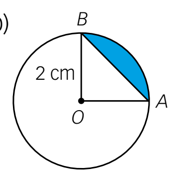
$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{34{,}64 \cdot 10}{2} = 173{,}2 \text{ cm}^2$$

TERCERO. Se resta el área del triángulo a la del sector para obtener el área del segmento circular.

$$A = A_{\text{Sector}} - A_{\text{Triángulo}} = 418{,}67 - 173{,}2 = 245{,}47 \text{ cm}^2$$

113 Calcula el área de estos segmentos circulares.

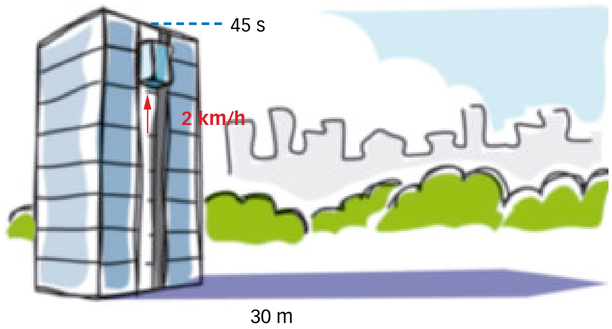
a) 

b) 

114 Determina el área de cada segmento circular que se forma al trazar la circunferencia circunscrita a un hexágono regular de lado 7 cm.

Problemas con áreas

115 La sombra de un edificio mide 30 m. El ascensor, a 2 km/h, tarda 45 segundos en llegar desde la planta baja hasta la azotea. Calcula la distancia desde la azotea hasta el extremo de la sombra.



116 Un jardín de forma rectangular que está cercado por una valla de 64 m tiene en sus lados más cortos plantados 8 árboles que dejan una distancia entre ellos de 4 m. ¿Cuál es el área que ocupa el jardín?

117 Las dimensiones de las hojas de tu libro de matemáticas son 22 cm de ancho por 28,7 cm de alto. Su número de páginas es 296, es decir, 148 hojas.

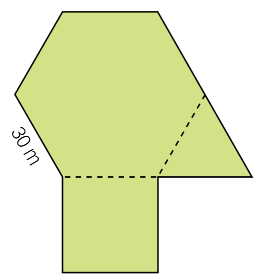
a) Si las pusiéramos una al lado de otra, di qué área ocuparían.

b) Si un aula mide 6 m de ancho por 8 m de largo, ¿con cuántos libros se podría tapar el suelo?

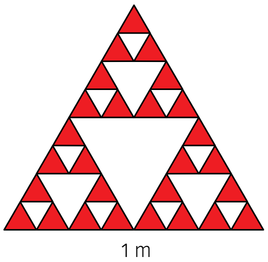
118 Si atas una cuerda a tu lápiz de forma que entre el nudo y el extremo de la cuerda haya 13 cm, ¿cuál es el área de la figura que puedes dibujar con la punta del lápiz fijando el extremo de la cuerda en un punto?

119 Héctor ha comprado un bajoplato de 17 cm de radio. Si el área de sus platos es 615,75 cm^2, ¿cuál es el área del bajoplato no cubierta por el plato?

120 Cada uno de los 50 pisos de un edificio tiene la planta de esta figura, siendo el lado del hexágono de 30 m. Si el suelo tiene una moqueta que cuesta 20 €/m^2, calcula el precio total pagado por la moqueta del edificio.



121 Hemos colocado una vidriera triangular. Calcula el área acristalada en color rojo, sabiendo que la ventana es un triángulo equilátero de lado 1 m.



122 El coste por metro cuadrado de impermeabilización asciende a 20 €. Calcula el coste para impermeabilizar cada una de estas superficies.

a) Azotea de forma hexagonal regular de lado 28 m y apotema 24,25 m.

b) Terraza exterior rectangular de ancho 14 m y largo 20 m.

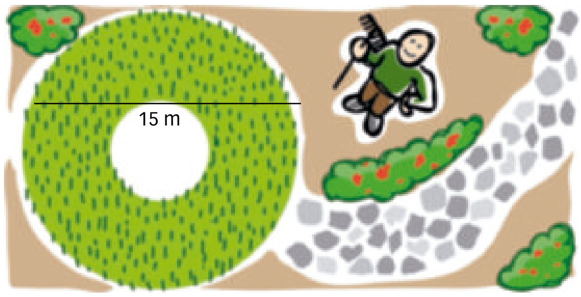
c) Marco de 4 m de ancho alrededor de una piscina circular de 7 m de radio.

d) Jardín con forma de rombo de diagonales 18 m y 12 m.

e) Fachada con forma de trapecio rectángulo de altura 5 m y diagonales 6,4 m y 9,43 m.

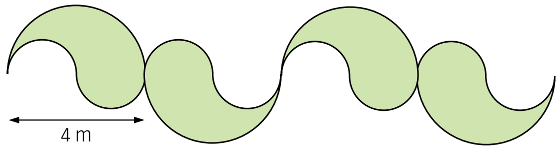
f) Rincón en el baño que tiene forma de un cuarto de círculo de 1,5 m.

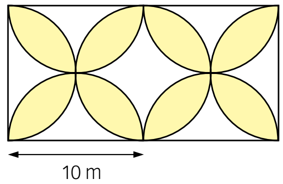
123 Un jardinero ha plantado una zona de césped en forma de corona circular. La longitud del segmento mayor que puede trazarse en ella es de 15 m.



¿Qué área de césped ha plantado el jardinero?

124 Un pintor decora una valla con una de estas figuras.





Si cobra el metro cuadrado de valla pintada a 32 €, ¿cuánto cobrará por cada una?

DEBES SABER HACER

Lugares geométricos. Mediatriz y bisectriz. Circunferencia

1 Considera los puntos $A(-2, 1)$, $B(1, 5)$, $C(4, -1)$ y $D(2, -3)$. Dibuja estos lugares geométricos.

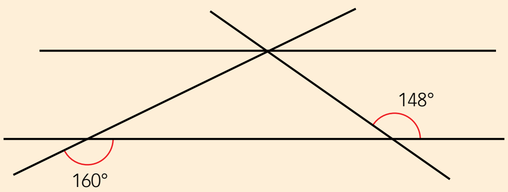
a) Las mediatrices de los segmentos AB y CD.

b) Las bisectrices de los ángulos $\widehat{ADC}$ y $\widehat{BAD}$.

2 Traza la circunferencia que pasa por estos puntos: $(-1, 0)$, $(3, 5)$ y $(4, -2)$.

Ángulos

3 Averigua el valor de los ángulos que se forman.



Teorema de Pitágoras

4 Un triángulo equilátero tiene 57 cm de perímetro. Halla su altura.

Áreas y perímetros

5 Calcula el perímetro y la diagonal de un cuadrado cuya área es 156,25 cm^2.

6 El área de un rombo es 390 dm^2 y una de sus diagonales mide 30 dm. Calcula la otra diagonal y el perímetro del rombo.

7 Considera un hexágono regular cuya apotema mide 25 cm. Calcula su perímetro y su área.

8 Halla el área de la corona circular limitada por las circunferencias circunscrita e inscrita de un cuadrado de lado 9 cm.

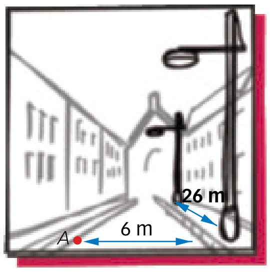
En la vida cotidiana

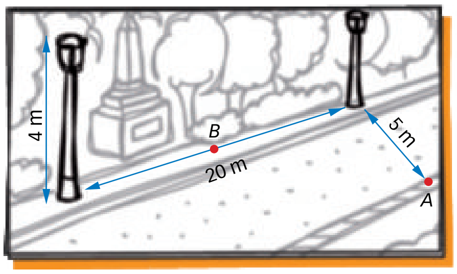
125 La iluminancia es la cantidad de luz que llega a una unidad de superficie y se suele medir en lux. Estos son los niveles de lux más comunes:

– Verano, a mediodía, bajo un cielo despejado 100 000 lux
– Alumbrado de calle 5-30 lux
– Luna llena, en una noche clara 0,25 lux

En general, la iluminancia es menor cuanto mayor sea la distancia a la que se encuentra el objeto que queremos iluminar.

- Estas imágenes corresponden a dos proyectos de iluminación. El primero, para una calle en la que se van a colocar bombillas capaces de iluminar hasta 11 m, y el otro, para un parque en el que se van a utilizar bombillas para 12 m.

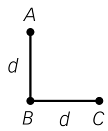




¿Llegarán los lux hasta los puntos marcados, el ancho de la acera (A) y el punto medio entre las dos farolas (B), en los proyectos?

Formas de pensar. Razonamiento matemático

126 Dados dos segmentos, AB y CD, de longitud d como en la figura, ¿cuál es el lugar geométrico de los puntos situados entre A y C cuya distancia a B es d?



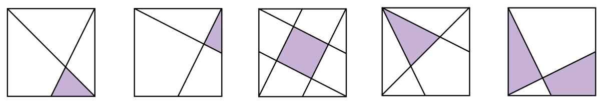
127 ¿Cuál de estas opciones es la relación entre el lado y la altura de un triángulo equilátero?

a) $h = \frac{\sqrt{3}l}{2}$ b) $h = \sqrt{\frac{3l}{2}}$ c) $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$

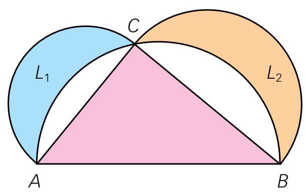
128 ¿Cuál es la relación entre las áreas de un triángulo equilátero y un cuadrado que tienen el mismo perímetro? ¿Qué relación tienen los perímetros si lo que es igual son las áreas?

129 En un triángulo cualquiera se trazan sus medianas, formándose 6 triángulos que tienen como vértice común el baricentro. Justifica que todos tienen la misma área. A partir de este resultado, demuestra que el baricentro dista de cada vértice el doble que del punto medio del lado opuesto.

130 Los segmentos interiores trazados son diagonales o unen vértices con puntos medios de lados opuestos. ¿Qué fracción del área del cuadrado está sombreada?

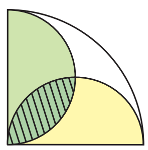


131 ¿Qué es mayor, el área del triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$ o la suma de las áreas de L_1 y L_2?



(Las circunferencias que ves tienen como diámetro cada uno de los lados del triángulo).

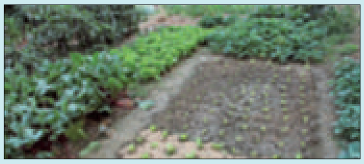
132 Observa la figura y compara las áreas de la zona rayada y de la zona blanca.



PROYECTO FINAL. **Trabajo cooperativo**

OBJETIVO: Proyectar un huerto escolar

Una vez formados los grupos, seguid este proceso:



1.ª Fase.

- Buscad información sobre el cultivo de un huerto: herramientas, espacio…
- Determinad la mejor zona, su perímetro y su área cultivable.
- Informaos sobre qué especies vegetales son las más aptas para plantar.

2.ª Fase.

- Valorad la necesidad de comprar el material que necesitáis o pedirlo prestado.
- Elaborad un presupuesto para la puesta en marcha del huerto escolar.
- Decidid qué se hará con los productos cosechados en el huerto.

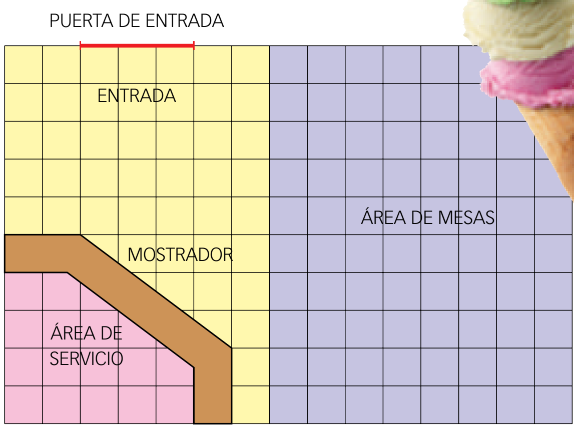
3.ª Fase.

- Poned en común todas las aportaciones e informaciones que habéis obtenido y decidid cuáles son las mejores opciones.
- Realizad un informe con todas las conclusiones a las que habéis llegado.

Pruebas PISA

Heladería

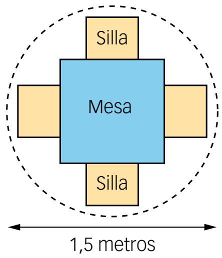
133 ••• Este es el plano de la heladería de María. Está renovando la tienda. El área de servicio está rodeada por el mostrador.



Nota: Cada cuadrado de la cuadrícula representa 0,5 metros × 0,5 metros.

a) María quiere colocar un nuevo borde a lo largo de la parte externa del mostrador. ¿Cuál es la longitud total del borde que necesita?

b) María también va a poner un nuevo revestimiento para suelo en la tienda. ¿Cuál es la superficie (área) total del suelo de la tienda, excluidos el área de servicio y el mostrador?



c) María quiere tener en su tienda conjuntos de una mesa y cuatro sillas como el que se muestra más arriba. El círculo representa la superficie de suelo necesaria para cada conjunto.

Para que los clientes tengan suficiente espacio cuando estén sentados, cada conjunto (tal y como representa el círculo) debe estar situado según las siguientes condiciones:

- Cada conjunto debe estar situado, al menos, a 0,5 metros de las paredes.
- Cada conjunto debe estar situado, al menos, a 0,5 metros de los otros conjuntos.

¿Cuál es el número máximo de conjuntos que María puede colocar en la zona de mesas sombreada de su tienda?

(Prueba PISA 2010)