



Matemàtiques

SÈRIE **RESOL**

El llibre de **Matemàtiques**, per a segon curs d'ESO, és una obra col·lectiva concebuda, dissenyada i creada al Departament d'Edicions Educatives de Grup Promotor / Santillana, dirigit per **Teresa Grence Ruiz** i **Pere Macià Arqué**.

En l'elaboració ha participat l'equip següent:

TEXT

Araceli Cuadrado Fernández

Lourdes Díaz Ruíz

Carles Dorce Polo

Marta Redón Gómez

EDICIÓ

Rosa Comabella Bernat

ASSESSORAMENT

Mercè Masllovet Martínez

EDICIÓ EXECUTIVA

M. Àngels Andrés Casamiquela

DIRECCIÓ DEL PROJECTE

Domingo Sánchez Figueroa

Les activitats d'aquest llibre no s'han de fer mai al llibre mateix.

Les taules, els esquemes i altres recursos que s'hi inclouen són models perquè l'alumnat els traslladi a la llibreta.

Índex

UNITAT	SABER	SABER FER
1 Nombres enters pàg. 6	1. Nombres enters 8 2. Operacions amb nombres enters 9 3. Potències amb nombres enters 11 4. Operacions amb potències 12 5. Arrel quadrada de nombres enters 14 6. Divisibilitat de nombres enters 16 7. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple 18	• Resoldre operacions combinades amb nombres enters • Resoldre problemes utilitzant el m.c.d. o el m.c.m. • Treure factor comú en operacions amb nombres enters • Resoldre productes de potències quan les bases tenen factors primers comuns • Formar un quadrat amb un nombre d'elements determinat
2 Fraccions pàg. 28	1. Fraccions 30 2. Fraccions equivalents 31 3. Operacions amb fraccions 35 4. Potència i arrel quadrada d'una fracció 38	• Reduir fraccions a comú denominador • Comparar i ordenar fraccions • Calcular operacions amb fraccions negatives • Resoldre operacions combinades amb fraccions • Operar amb una fracció que té una altra operació al numerador i/o al denominador • Calcular la part d'un total • Calcular el total si coneixem una de les parts • Calcular una fracció d'una altra fracció
3 Nombres decimals pàg. 48	1. Nombres decimals 50 2. Operacions amb nombres decimals 53 3. Arrel quadrada 56 4. Aproximació i estimació 59	• Determinar el tipus de nombre decimal que expressa una fracció • Dividir nombres decimals • Resoldre problemes operant amb nombres decimals • Calcular l'arrel quadrada d'un nombre enter • Calcular l'arrel quadrada aproximada d'un nombre enter • Expressar un nombre decimal exacte en forma de fracció • Calcular el nombre decimal comprès entre dos de donats • Determinar un nombre decimal periòdic comprès entre dos de donats • Multiplicar i dividir un nombre decimal per la unitat seguida de zeros • Calcular l'arrel quadrada d'alguns nombres decimals
4 Sistema sexagesimal pàg. 68	1. Sistema sexagesimal 70 2. Expressions complexes i incomplexes 72 3. Operacions en el sistema sexagesimal 74	• Resoldre problemes de suma i resta en el sistema sexagesimal • Resoldre problemes de multiplicació i divisió en el sistema sexagesimal • Calcular un sumand en una suma de la qual en coneixem el resultat • Resoldre operacions de suma i resta amb parèntesis • Resoldre operacions combinades en el sistema sexagesimal • Calcular la fracció d'una mesura en el sistema sexagesimal
5 Àlgebra pàg. 86	1. Expressions algebraiques 88 2. Monomis 89 3. Operacions amb monomis 90 4. Polinomis 92 5. Operacions amb polinomis 94 6. Igualtats notables 98	• Resoldre operacions combinades amb monomis • Calcular el valor numèric d'un polinomi • Extreure factor comú en un polinomi • Expressar un polinomi com una igualtat notable • Expressar algebraicament algunes relacions geomètriques • Expressar un polinomi de la forma $a^2 - b^2$ com una suma per una diferència
6 Equacions i sistemes pàg. 108	1. Igualtats algebraiques 110 2. Elements d'una equació 111 3. Transposició de termes 112 4. Equacions lineals 117 5. Sistemes d'equacions lineals 118	• Resoldre equacions • Resoldre equacions amb denominadors • Resoldre problemes amb equacions • Resoldre problemes geomètrics amb equacions • Resoldre un sistema d'equacions pel mètode de substitució • Resoldre un sistema d'equacions pel mètode d'igualació • Resoldre un sistema d'equacions pel mètode de reducció • Resoldre problemes amb sistemes
7 Proporcionalitat numèrica pàg. 128	1. Raó i proporció 130 2. Propietat fonamental de les proporcions 131 3. Magnituds proporcionals 132 4. Mètodes de resolució de problemes de proporcionalitat 134 5. Percentatges 137	• Trobar la relació de proporcionalitat entre dues magnituds • Resoldre problemes de proporcionalitat reduint a la unitat • Resoldre problemes de proporcionalitat mitjançant una regla de tres simple • Resoldre problemes de percentatges calculant el terme desconegut • Resoldre problemes d'augment i disminucions percentuals • Calcular els mitjans o els extrems d'una proporció quan són iguals • Resoldre problemes d'engranatges • Resoldre problemes d'omplir i buidar • Calcular la quantitat final d'una inversió

UNITAT	SABER	SABER FER
8 Proporcionalitat geomètrica pàg. 148	1. Segments proporcionals 150 2. Teorema de Tales 151 3. Semblança de triangles 153 4. Polígons semblants 156 5. Escales 158	• Dividir segments en parts iguals o proporcionals • Resoldre problemes mitjançant la semblança de triangles • Construir polígons semblants • Calcular una distància en un mapa • Reconèixer els triangles en posició de Tales • Esbrinar la relació que hi ha entre el perímetre i l'àrea de dues figures semblants
9 Figures planes pàg. 168	1. Teorema de Pitàgores 170 2. Aplicacions del teorema de Pitàgores 171 3. Àrees dels polígons 172 4. Angles en els polígons 175 5. Els mosaics 176 6. Circumferència i figures circulars 178 7. Angles en la circumferència	• Resoldre problemes mitjançant el càlcul d'àrees • Calcular l'àrea d'una figura per descomposició • Calcular la mida dels catets d'un triangle rectangle isòsceles • Calcular l'altura d'un triangle qualsevol si en coneixem els costats • Calcular l'àrea d'un trapezi isòsceles si en desconeixem l'altura
10 Cossos geomètrics pàg. 190	1. Rectes, plans i angles en l'espai 192 2. Poliedres 194 3. Prismes 196 4. Piràmides 197 5. Àrea d'un prisma i una piràmide 199 6. Cossos de revolució 200 7. Àrea dels cossos de revolució 203	• Obtenir el desenvolupament pla del prisma i la piràmide • Obtenir el desenvolupament pla dels cossos rodons • Calcular les diagonals d'un ortoedre si en coneixem les arestes • Calcular l'aresta d'un cub si en coneixem l'àrea • Calcular l'àrea d'una piràmide si en coneixem les arestes
11 Volum de cossos geomètrics pàg. 210	1. Volum d'un cos 212 2. Volum, capacitat i massa 214 3. Volum d'un ortoedre 217 4. Volum de prismes i cilindres 218 5. Volum de piràmides i cons 219 6. Volum d'una esfera 220	• Resoldre problemes de volums • Resoldre problemes de densitats • Calcular els elements d'un cos geomètric conegut el volum • Calcular el volum d'un cub si en coneixem només la diagonal • Calcular el volum d'un sector esfèric • Resoldre problemes d'omplir i buidar amb unitats diferents
12 Funcions pàg. 220	1. Coordenades cartesianes 230 2. Concepte de funció 231 3. Expressió algebraica d'una funció 233 4. Estudi d'una funció 235 5. Funcions de proporcionalitat directa 239 6. Funcions de proporcionalitat inversa 240	• Representar gràficament una funció a partir d'una taula de valors • Representar gràficament una funció a partir d'una expressió algebraica • Representar gràficament funcions de proporcionalitat directa i inversa • Determinar si un punt pertany a una funció • Determinar l'equació d'una funció de proporcionalitat directa si coneixem un punt que hi pertany • Determinar l'equació d'una funció de proporcionalitat directa si en coneixem la gràfica
13 Estadística pàg. 250	1. Estudis estadístics 252 2. Tipus de variables 253 3. Freqüències absolutes i relatives 254 4. Gràfics estadístics 256 5. Mesures de centralització 260 6. Mesures de dispersió 263	• Construir diagrames de barres i lineals • Construir diagrames de sectors • Calcular les mesures de centralització i dispersió • Calcular i interpretar la moda
14 Probabilitat pàg. 272	1. Experiments aleatoris. Esdeveniments 274 2. Concepte de probabilitat. Regla de Laplace 275 3. Espai mostral i esdeveniments equiprobables 276 4. Propietats de la probabilitat 279 5. Esdeveniments compostos 280	• Determinar l'espai mostral en experiments senzills amb l'ajuda d'un diagrama d'arbre • Calcular probabilitats mitjançant la regla de Laplace • Calcular probabilitats mitjançant diagrames d'arbre • Calcular les probabilitats en experiments compostos
Història i curiositats matemàtiques pàg. 288		

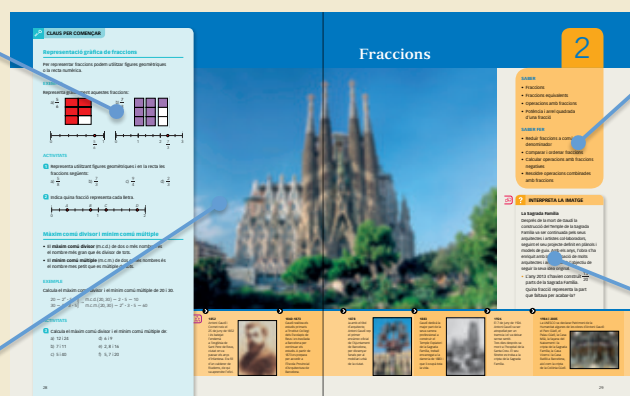
L'estructura de les unitats didàctiques és regular i molt senzilla ja que es tracta de facilitar la localització dels continguts fonamentals, dels exemples resolts i de les activitats proposades.

Introducció a la unitat: dos elements bàsics, una base sòlida i una motivació adequada.

Les **Claus per començar** et permetran recordar aquells continguts que et seran útils per a la unitat.

A **Saber** s'especifiquen els continguts i a **Saber fer**, els procediments de la unitat.

Comencem la unitat presentant alguns personatges històrics, i explicant les seves fites més importants.

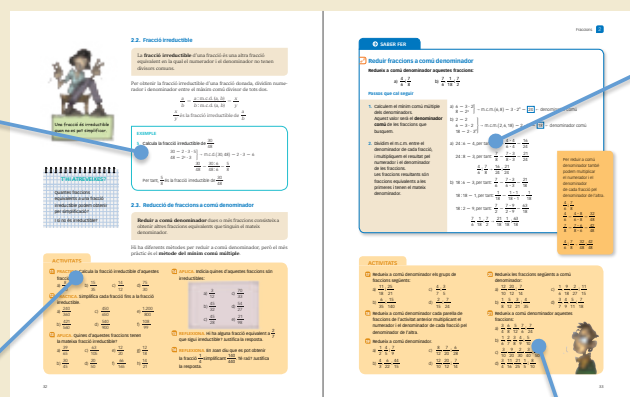


Interpreta la imatge et proposa un exercici senzill, relacionat amb la imatge d'entrada.

Pàgines de contingut: Saber i Saber Fer com un tot integrat.

La proposta per **Saber** són uns textos clars i estructurats. Els **Exemples** t'ajudaran a consolidar aquests sabers

Tan important com saber és **Saber fer**. En aquesta secció aprendràs, pas a pas, els procediments necessaris per al teu desenvolupament matemàtic.



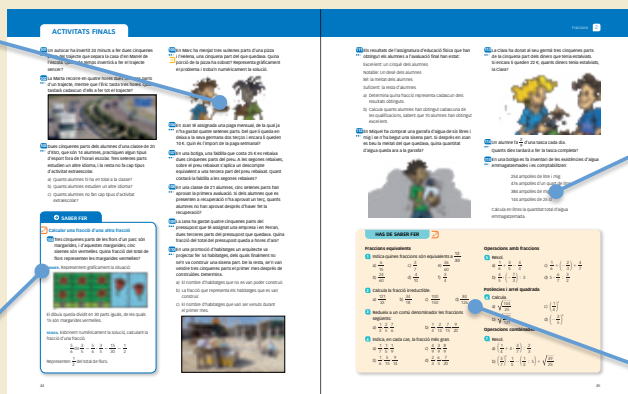
Al costat dels textos explicatius trobaràs **informacions complementàries**. A més, a **T'hi atreueixes?** posarem a prova els teus coneixements, la teva intuïció i el teu raonament matemàtic.

Les **Activitats** de les pàgines teòriques t'ajudaran a **practicar** els coneixements adquirits, a **aplicar-los** de noves maneres i a **reflexionar-hi**. Les activitats que acompanyen **Saber fer** tenen com a objectiu consolidar i dominar aquests procediments.

Pàgines d'activitats finals: una forma pràctica d'aprendre a aprendre.

Les **Activitats finals** estan **seqüenciades** perquè aprofitis de la millor manera possible l'aplicació dels continguts estudiats.

Cada activitat t'ofereix la **difficultat** que té. Els **Saber fer** t'ajudaran a seguir aprofundint en els procediments.



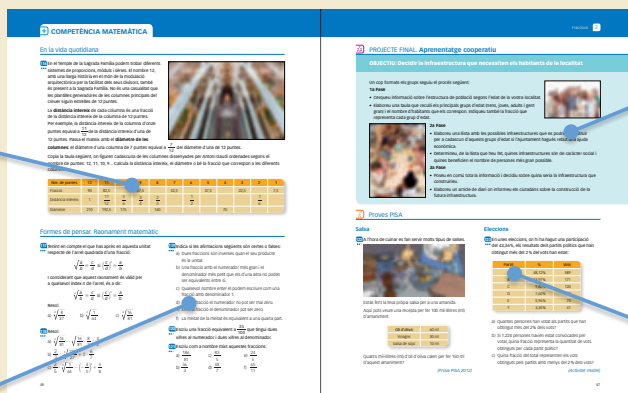
Les activitats finals acaben amb una gran quantitat de **Problemes** que et permetran adaptar els coneixements a contextos reals.

Per acabar, **Has de saber fer**. Aquesta autoavaluació bàsica et permetrà comprovar si has assolit els objectius mínims de la unitat.

Pàgines de competència matemàtica: un pas més en l'aplicació dels continguts apresos.

En la **vida quotidiana** és una activitat relacionada amb el personatge inicials on podràs treballar alguns continguts de la unitat.

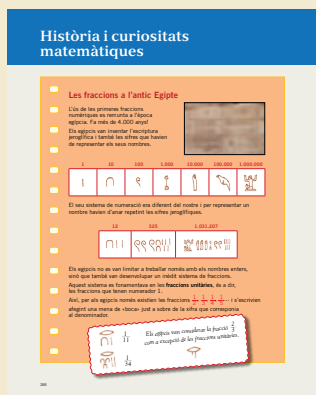
Amb les **Formes de pensar** posarem a prova el teu **raonament matemàtic**.



El **Projecte final** et planteja objectius que abans o després trobaràs en la teva vida diària. Hi milloraràs les teves competències per a l'**aprenentatge cooperatiu**.

La unitat finalitza amb les **Proves PISA**. Aquestes proves internacionals pretenen comprovar el teu aprenentatge competencial i convé que les coneguis.

Annex final d'Història i curiositats matemàtiques: permet conèixer l'evolució del raonament i pensament matemàtic així com del seu llenguatge al llarg de la història.



Competències

-  Competència comunicativa, lingüística i audiovisual
-  Competència artística i cultural
-  Competència matemàtica
-  Competència digital
-  Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic
-  Competència d'aprendre a aprendre
-  Competència social i ciutadana
-  Competència d'autonomia, iniciativa personal i empreudoria



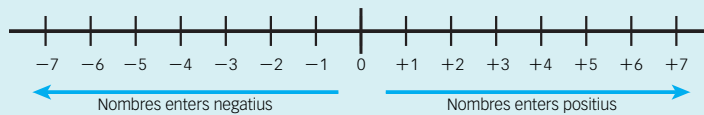
Els nombres enters

Els nombres enters s'utilitzen en moltes de les situacions quotidianes. Els **enters positius** expressen situacions del tipus: rebre, guanyar, sumar, augmentar... I els **enters negatius**, situacions de: deure, gastar, restar, disminuir...

Els nombres enters es representen a la recta numèrica:

- El zero divideix la recta en dues parts iguals.
- Els nombres positius se situen a la dreta del zero.
- Els nombres negatius se situen a l'esquerra del zero

EXEMPLE



ACTIVITATS

- 1 Expressa amb nombres enters aquestes situacions:
 - a) La temperatura mínima d'ahir va ser tres graus sota zero.
 - b) El Joan deu dos euros al seu amic.
 - c) La Maria té 8 euros estalviats.
- 2 Representa a la recta numèrica els nombres enters anteriors.

Jerarquia de les operacions

Per resoldre operacions combinades, calculem seguint aquest ordre:

- 1r Operacions de dins dels parèntesis i claudàtors.
- 2n Multiplicacions i divisions, d'esquerra a dreta.
- 3r Sumes i restes, d'esquerra a dreta.

EXEMPLE

$$\begin{aligned}
 & 7 \cdot (8 - 2) : 3 + 9 \\
 = & 7 \cdot 6 : 3 + 9 = \\
 = & 42 : 3 + 9 = \\
 = & 14 + 9 = 23
 \end{aligned}$$

ACTIVITATS

- 3 Resol aquestes operacions.
 - a) $82 - 14 : 2 \cdot 3 + 12 : 3$
 - b) $18 : 3 \cdot 5 - 24 : 6 : 2 + 25$
 - c) $7 \cdot 6 : 21 + 25 : 5 + 16 \cdot 2 : 8$
 - d) $55 : 5 - (9 : 3) \cdot 3 + 17$



384 aC
Aristòtil neix a Estagira, a la península Calcídica. El seu pare, Nicòmac, era el metge personal del rei Amintes III de Macedònia. Aristòtil va ser entrenat i educat com un membre de l'aristocràcia.



Nombres enters

1



SABER

- Els nombres enters. Operacions amb nombres enters
- Potències. Operacions amb potències
- Arrel quadrada
- Divisibilitat de nombres enters
- Màxim comú divisor i mínim comú múltiple

SABER FER

- Resoldre operacions combinades amb nombres enters
- Resoldre problemes utilitzant el m.c.d. o el m.c.m.



? INTERPRETA LA IMATGE

Aristòtil

Aristòtil va ser un filòsof grec. Se'l considera un dels grans pensadors de la humanitat. El seu pensament en lògica, naturalisme i ètica dominaren en el pensament europeu fins ben entrat el segle ^{xvi}.

- Aristòtil va néixer a Estagira, Grècia, l'any 384 aC i va morir a Eubea, Grècia, l'any 322 aC. De quina manera expressaries aquestes dates utilitzant nombres enters?

366 aC

Als 18 anys es trasllada a Atenes per continuar la formació a l'Acadèmia platònica, on Plató va ser el seu mestre.



343 aC

Aristòtil va ser convidat per Filip II de Macedònia per ser el tutor del seu fill Alexandre el Gran. Durant aquest temps també va donar lliçons a dos futurs reis més: Ptolemeu i Cassandre.



335 aC

Aristòtil tornà a Atenes i fundà la seva pròpia escola, la que es coneix com a Liceu. Es dedicà a la investigació i a l'ensenyament, i va fer cursos durant els dotze anys següents.

Durant aquest període de mestratge Aristòtil va produir moltes de les seves obres. No només va estudiar quasi tots els àmbits del coneixement existents en el seu temps, sinó que a més va fer contribucions significatives en la majoria.



1

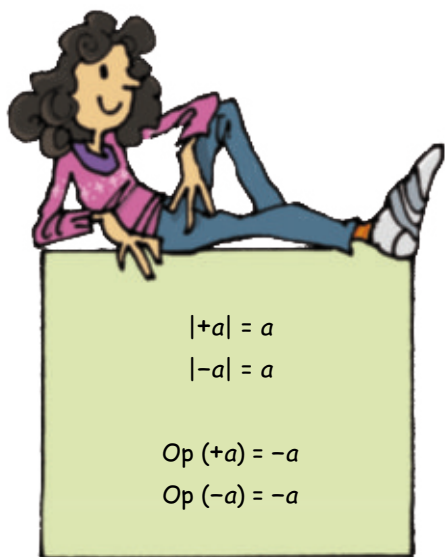
Nombres enters



HO ESCRIVIM AIXÍ

Els **nombres enters positius** els escrivim habitualment sense el signe + que va al davant.

$$+5 = 5 \quad +8 = 8$$



El conjunt dels **nombres enters** està format pels nombres enters positius, el nombre zero i els nombres enters negatius. Els representem amb la lletra $\mathbb{Z}$.

1.1. Representació i comparació dels nombres enters

Els nombres enters es representen ordenats a la **recta numèrica**.

Donats dos nombres enters, és més gran el que està situat més a la dreta en la recta numèrica.

EXEMPLE

1. Representa aquests nombres enters a la recta numèrica i compara'ls.

- a) $+8$ i $+5$ b) -2 i -6 c) $+6$ i -3 d) 0 i -9



- a) $+8 > +5$ b) $-2 > -6$ c) $+6 > -3$ d) $0 > -9$

1.2. Valor absolut i oposat d'un nombre enter

- El **valor absolut** d'un nombre enter a és el nombre que resulta si prescindim del signe. L'escrivim $|a|$.
- L'**oposat** d'un nombre enter a és un altre nombre enter amb el mateix valor absolut però de signe contrari. L'escrivim $Op(a)$.

EXEMPLE

2. Calcula el valor absolut i l'oposat de -5 i $+2$.

Valor absolut de $-5 \rightarrow |-5| = 5$

Valor absolut de $+2 \rightarrow |+2| = 2$

Oposat de $-5 \rightarrow Op(-5) = 5$

Oposat de $+2 \rightarrow Op(+2) = -2$

ACTIVITATS

- PRACTICA.** Representa a la recta numèrica els nombres enters situats entre -6 i 3 .
- PRACTICA.** Troba el valor absolut i l'oposat dels nombres enters següents:
a) -8 b) $+13$ c) -10 d) $+12$ e) 0

- APLICA.** Quants nombres enters hi ha entre -100 i $+100$?

- REFLEXIONA.** Escriu un nombre enter i troba l'oposat de l'oposat d'aquest nombre. Què observes?

2

Operacions amb nombres enters

2.1. Suma i resta de nombres enters

Per **sumar** dos nombres enters:

- Si els sumands tenen el **mateix signe**, en sumem els valors absoluts corresponents i posem al resultat el mateix signe dels sumands.
- Si tenen **signe diferent**, en restem els valors absoluts i posem al resultat el signe del sumand amb valor absolut més gran.

Per **restar** dos nombres enters sumem al primer l'oposat del segon.

EXEMPLE

3. Resol aquestes sumes i restes:

a) $(+5) + (+9) = +14$

Mateix signe $\rightarrow | +5 | + | +9 | = 5 + 9 = 14$

b) $(+5) + (-9) = -4$

Signe diferent $\rightarrow | +5 | - | -9 | = 5 - 9 = -4$

c) $(+5) - (+9) = (+5) + Op(+9)$
 $= (+5) + (-9) = -4$

Per **sumar** i **restar** diversos nombres sumem i restem els nombres en l'ordre en què apareixen.

També podem fer-ho agrupant els nombres positius per una banda, i els negatius, per l'altra. Després, restem els negatius als positius.

EXEMPLE

4. Calcula de dues maneres diferents: $(-9) + (5 - 4) - (-7 + 2)$.

Eliminem prèviament els parèntesis: $-9 + 5 - 4 + 7 - 2$

- 1a manera: Fem les operacions seguint l'ordre:

$$-9 + 5 - 4 + 7 - 2 = -8 + 7 - 2 = -1 - 2 = -3$$

- 2a manera: Agrupem els positius i els negatius i operem:

$$(5 + 7) - (9 + 4 + 2) = 12 - 15 = -3$$

- Un parèntesi amb el signe - al davant canvia els signes dels nombres de l'interior.

$$-(-7) = +7$$

$$-(+7) = -7$$

- Un parèntesi amb el signe + al davant manté els signes.

$$+(+7) = +7$$

$$+(-7) = -7$$



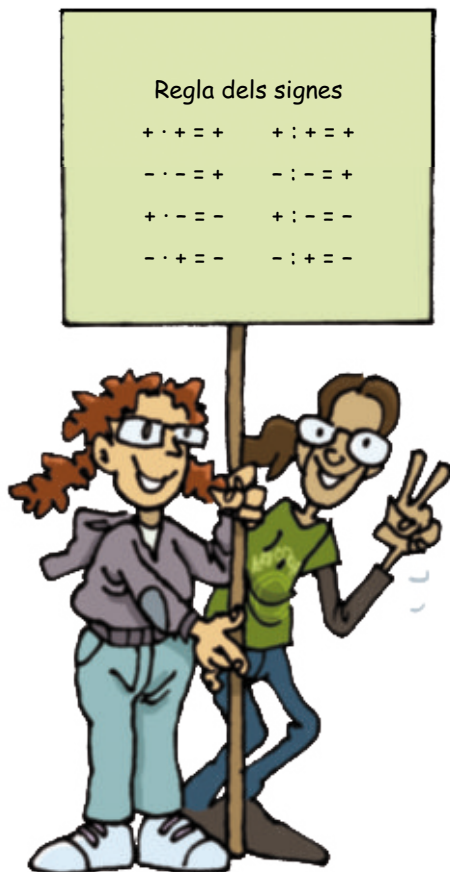
ACTIVITATS

5 **PRACTICA.** Resol de dues maneres diferents.

- $+5 - 12 + 15$
- $+8 - 9 + 5 + 4 - 10$
- $-12 + 2 - 3 + 4 - 8 - 5 - 15$
- $+9 - (7 - 8 - 5) + (-2)$

6 **APLICA.** Una empresa tenia un deute de 5.000 €. Si en va pagar 1.750 € el mes passat i 2.340 € aquest mes, quant puja ara el deute?

7 **REFLEXIONA.** Quin és el valor de a en l'expressió $7 - (a + 3) = 12$?



Regla dels signes

$++ = +$	$++ = +$
$-- = +$	$-- = +$
$+- = -$	$+- = -$
$-+ = -$	$-+ = -$

2.2. Multiplicació de nombres enters

Per **multiplicar** dos nombres enters en multipliquem els valors absoluts. El resultat tindrà el signe $+$ si tots dos factors tenen el mateix signe, i el signe $-$ si els signes són diferents.

EXEMPLE

5. Calcula.

$$a) (+2) \cdot (+7) = +14$$

Mateix signe $\rightarrow | +2 | \cdot | +7 | = 2 \cdot 7 = 14$

$$c) (+2) \cdot (-7) = -14$$

Signe diferent $\rightarrow | +2 | \cdot | +7 | = 2 \cdot 7 = 14$

$$b) (-2) \cdot (+7) = -14$$

$$d) (-2) \cdot (-7) = +14$$

Per calcular el producte de diversos nombres enters en multipliquem els valors absoluts. El resultat tindrà el signe $+$ si el nombre de factors negatius és parell, i el signe $-$ si és senar.

EXEMPLE

6. Calcula:

$$a) (+5) \cdot (+8) \cdot (-2) = -80$$

$$b) (-10) \cdot (+3) \cdot (-5) = +150$$

2.3. Divisió de nombres enters

Per **dividir** dos nombres enters en dividim els valors absoluts. El quocient tindrà el signe $+$ si tots dos nombres tenen el mateix signe, i el signe $-$ si els signes són diferents.

EXEMPLE

7. Resol aquestes divisions:

$$a) (+35) : (+7) = +5$$

Mateix signe $\rightarrow | +35 | : | +7 | = 35 : 7 = 5$

$$c) (-35) : (+7) = -5$$

Signe diferent $\rightarrow | -35 | : | +7 | = 35 : 7 = 5$

$$b) (-35) : (+7) = -5$$

$$d) (+35) : (-7) = -5$$



NOTE N'OBLLIDIS

Si multipliquem o dividim dos nombres:

- Amb signes iguals, el resultat tindrà signe $+$.
- Amb signes diferents el resultat tindrà signe $-$.

ACTIVITATS

8 **PRACTICA.** Resol aquestes multiplicacions:

$$a) (-7) \cdot (-4)$$

$$c) (+8) \cdot (+9)$$

$$b) (-6) \cdot (+10)$$

$$d) (+4) \cdot (+5)$$

9 **PRACTICA.** Calcula les divisions següents:

$$a) (-63) : (+9)$$

$$c) (-14) : (-2)$$

$$b) (-24) : (-3)$$

$$d) (+35) : (-5)$$

10 **APLICA.** Completa amb els nombres adequats.

$$a) \square \cdot (-7) = +21$$

$$d) (+24) : \square = +4$$

$$b) (+5) \cdot \square = -35$$

$$e) \square : (-7) = +7$$

$$c) \square \cdot (+9) = 0$$

$$f) (-10) : \square = -10$$

11 **REFLEXIONA.** Determina el signe d'un producte on hi ha 99 factors i un terç dels quals són positius.

3

Potències de nombres enters

Una **potència** és una forma abreujada d'escriure una multiplicació de factors iguals.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ vegades}}$$

a és la base, el **factor** que es repeteix.

n és l'**exponent**, el nombre de vegades que es repeteix la base.

EXEMPLE

8. Emplena la taula.

Producte	Potència	Es llegeix
$(+3) \cdot (+3)$	$(+3)^2$	3 al quadrat
$(-8) \cdot (-8) \cdot (-8)$	$(-8)^3$	-8 al cub
$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$	7^5	7 a la cinquena

3.1. Signe d'una potència d'un nombre enter

En una potència de base un nombre enter i exponent natural:

- Si la base és un **enter positiu**, la potència és sempre positiva.
- Si la base és un **nombre negatiu**, la potència és positiva quan l'exponent és parell i negativa quan és senar.

EXEMPLE

9. Calcula el valor d'aquestes potències:

- a) $(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$
 b) $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$
 c) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

CALCULADORA

Per calcular potències amb la calculadora utilitzem la tecla x^y .

$$2^6 \rightarrow 2 \quad x^y \quad 6 \quad = \quad 64$$

$$(-2)^6 \rightarrow (\quad - \quad 2 \quad) \quad x^y \quad 6 \quad = \quad 64$$



Has de tenir en compte que:

$$(-2)^4 \neq -2^4 \text{ per què:}$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$$

$$-2^4 = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16$$

ACTIVITATS

12 **PRACTICA.** Expressa en forma de potència.

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ c) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$
 b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ d) $(-7) \cdot (-7)$

13 **PRACTICA.** Indica el signe de cada potència i escriu com es llegeixen.

- a) $(-2)^5$ c) $(+4)^3$ e) $(-5)^4$
 b) $(-7)^3$ d) 3^5 f) $(-3)^7$

14 **APLICA.** Indica quines d'aquestes igualtats són certes.

- a) $(-3)^2 > (-2)^3$ c) $4^3 > 3^4$
 b) $(-3)^4 < -3^4$ d) $4^2 < (-2)^3$

15 **REFLEXIONA.** Escriu dos nombres que, en elevar-los a la quarta potència, tinguin el mateix valor.

4

Operacions amb potències

4.1. Producte de potències amb la mateixa base

- Una potència de base 10 és igual a la unitat seguida de tants zeros com indica l'exponent.

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^4 = 10.000$$

$$10^5 = 100.000$$

- Podem escriure nombres molts grans de manera més senzilla fent servir potències de 10:

La població mundial és de més de $6 \cdot 10^9$ de persones; és a dir, més de 6.000.000.000.



Per **multiplicar** dues o més **potències amb la mateixa base**, deixem la mateixa base i sumem els exponents.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

EXEMPLE

10. Escriu aquests productes de potències com una sola potència.

	Per la definició de potència	Fent servir la propietat
a) $2^2 \cdot 2^3$	$\underbrace{2 \cdot 2}_{2 \text{ vegades}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ vegades}} = 2^5$	$2^{2+3} = 2^5$
b) $(-4)^2 \cdot (-4)$	$\underbrace{(-4) \cdot (-4)}_{2 \text{ vegades}} \cdot \underbrace{(-4)}_{1 \text{ vegada}} = (-4)^3$	$(-4)^{2+1} = (-4)^3$

4.2. Quocient de potències amb la mateixa base

Per **dividir** dues o més **potències amb la mateixa base**, deixem la mateixa base i restem els exponents.

$$a^n : a^m = a^{n-m} \quad n \geq m$$

EXEMPLE

11. Escriu els quocients de les potències següents com una sola potència.

	Per la definició de potència	Fent servir la propietat
a) $3^5 : 3^2$	$\frac{3^5}{3^2} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 3^3$	$3^{5-2} = 3^3$
b) $(-5)^3 : (-5)^2$	$\frac{(-5)^3}{(-5)^2} = \frac{(\cancel{-5}) \cdot (\cancel{-5}) \cdot (-5)}{(\cancel{-5}) \cdot (\cancel{-5})} = -5$	$(-5)^{3-2} = -5$

ACTIVITATS

16 **PRACTICA.** Expressa aquestes operacions de potències com una sola potència. Utilitza la calculadora per resoldre-les.

a) $3^4 \cdot 3^5$

e) $(-3)^6 \cdot (-3)^2$

b) $5^3 \cdot 5^2$

f) $(-5)^3 \cdot (-5)^2$

c) $4^{12} : 4^8$

g) $(-4)^{12} : (-4)^8$

d) $7^4 : 7$

h) $(-7)^4 : (-7)$

17 **PRACTICA.** Escriu els productes i els quocients com una sola potència i després resol.

a) $5^2 \cdot 5^2 + 3^6 : 3^5 - 10^2 \cdot 0^3$

b) $5^2 : 5 + 3^3 \cdot 3^2 + 10^2 : 10^2$

18 **REFLEXIONA.** Indica l'exponent que hi falta.

a) $4^6 \cdot 4^{\square} = 4^9$

b) $(-7)^{\square} : (-7)^3 = (-7)^3$

4.3. Potència d'una potència

Per **eleva**r una potència a una altra potència, mantenim la mateixa base i multipliquem els exponents.

$$(a^n)^m = a^n \cdot m$$

EXEMPLE

12. ESCRIU $(5^2)^4$ COM UNA SOLA POTÈNCIA:

Per la definició de potència	Fent servir la propietat
$(5^2)^4 = \underbrace{5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2}_{4 \text{ vegades}} = 5^{2+2+2+2} = 5^8$	$(5^2)^4 = 5^2 \cdot 4 = 5^8$

4.4. Potència d'una multiplicació i d'una divisió

- La **potència d'una multiplicació** és igual al producte de les potències dels seus factors.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- La **potència d'una divisió** és igual al quocient de la potència del dividend entre la potència del divisor.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

EXEMPLE

13. RESOL LES OPERACIONS AMB POTÈNCIES SEGÜENTS:

	Per la definició de potència	Fent servir la propietat
a) $(5 \cdot 2)^3$	$\underbrace{(5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2)}_{3 \text{ vegades}} = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$	$5^3 \cdot 2^3 = 125 \cdot 8 = 1.000$
b) $(8 : 4)^4$	$\underbrace{(8 : 4) \cdot (8 : 4) \cdot (8 : 4) \cdot (8 : 4)}_{4 \text{ vegades}} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$8^4 : 4^4 = 4.096 : 256 = 16$

ACTIVITATS

19 **PRACTICA.** Expressa com una sola potència.

- a) $(5^4)^3$ c) $[(-3)^4]^3$ e) $[(-3)^9]^2$
 b) $(7^5)^2$ d) $[(-9)^3]^3$ f) $[(-9)^7]^4$

20 **PRACTICA.** Resol aplicant les propietats de les potències.

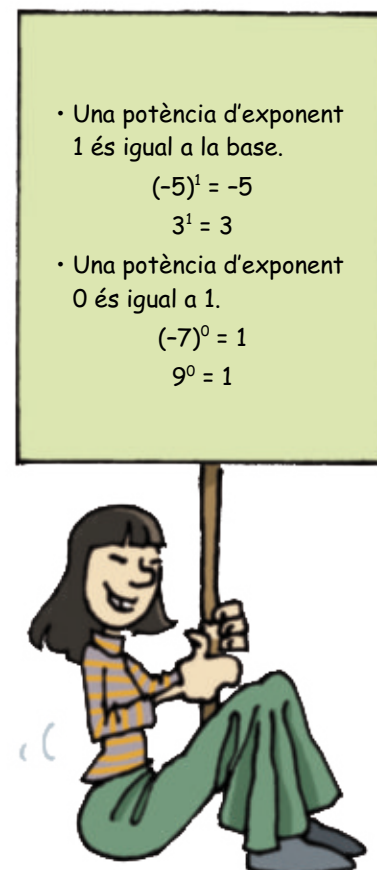
- a) $(5 \cdot 4)^3$ c) $[(-3) \cdot 6]^2$
 b) $[10 : (-2)]^6$ d) $[(-20) : (-4)]^4$

21 **APLICA.** Indica quines d'aquestes igualtats són falses.

- a) $10^4 = 2^4 \cdot 5^4$ c) $(-12)^4 = 6^2 \cdot (-2)^2$
 b) $9^3 = (-27^3) : 3^3$ d) $6^5 = (-18)^5 : (-3)^5$

22 **REFLEXIONA.** Pensa en cada cas, quin és el nombre que falta i completa.

- a) $(5^{\square})^4 = 5^{20}$ c) $(2^3)^{\square} = 2^{27}$
 b) $[(-6)^{\square}]^4 = (-6)^8$ d) $[(-8)^7]^{\square} = (-8)^{21}$



5

Arrel quadrada de nombres enters

Els quadrats perfectes són els nombres que tenen arrel quadrada exacta.



CALCULADORA

Per calcular l'arrel d'un nombre utilitzem la tecla $\sqrt{}$.

$\sqrt{}$ 25 = 5

$\sqrt{}$ - 25 = MATH ERROR

5.1. Arrel quadrada exacta

L'arrel quadrada exacta d'un nombre a és un altre nombre b que, quan l'elevem al quadrat, obtenim el nombre a .

$$\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a$$

a és el **radicand**, $\sqrt{}$ és el símbol de l'arrel i b és l'**arrel**.

- L'arrel quadrada d'un nombre enter positiu té sempre dos resultats, un de positiu i un altre de negatiu.
- L'arrel quadrada d'un nombre enter negatiu no existeix.

EXEMPLE

14. Calcula. a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt{-9}$

a) $\sqrt{25} = 5$ perquè $5^2 = 25$
 $\sqrt{25} = -5$ perquè $(-5)^2 = 25$ } $\rightarrow$ Ho escrivim $\sqrt{25} = \pm 5$.

b) $\sqrt{-9}$ no existeix, perquè cap nombre elevat al quadrat és negatiu.

5.2. Arrel quadrada entera

Si el radicand no és un quadrat perfecte, la seva arrel no és exacta.

L'arrel quadrada entera d'un nombre a és el nombre enter b més gran el quadrat del qual és més petit que a . La diferència entre el radicand i el quadrat de l'arrel és el **residu**.

$$\text{Residu} = \text{Radicand} - (\text{Arrel quadrada entera})^2$$

EXEMPLE

15. Calcula $\sqrt{52}$.

52 no és un quadrat perfecte.

Temptegem: ..., $6^2 = 36$, $7^2 = 49$, $8^2 = 64$, ... $\rightarrow 7^2 < 52 < 8^2$

L'arrel entera de 52 és 7, i el residu: $52 - 7^2 = 52 - 49 = 3$

ACTIVITATS

23 PRACTICA. Calcula l'arrel quadrada, si és possible.

a) 100 b) 2.500 c) -16 d) 196 e) -25

24 PRACTICA. Calcula l'arrel quadrada entera i el residu.

a) 65 b) 53 c) 27 d) 18

25 REFLEXIONA. Completa a la llibreta.

a) $\sqrt{\square} = 5$ i residu 5 b) $\sqrt{\square} = 3$ i residu 4

26 PRACTICA. Determina el valor que pot tenir com a màxim el residu d'una arrel quadrada entera.

SABER FER



Resoldre operacions combinades amb nombres enters

Calcula el resultat d'aquesta operació:

$$\sqrt{36} : 3 - 4 \cdot [(-6) : (+2) - (-5)] - (-2)^3$$

Passos que cal seguir

1. Eliminem els parèntesis i els claudàtors.
2. Resolem les potències i les arrels, d'esquerra a dreta.
3. Calculem els productes i les divisions, d'esquerra a dreta.
4. Efectuem les sumes i les restes, d'esquerra a dreta.

$$\begin{aligned} & \sqrt{36} : 3 - 4 \cdot [(-6) : (+2) - (-5)] - (-2)^3 = \\ & = \sqrt{36} : 3 - 4 \cdot [-6 : +2 + 5] - (-2)^3 = \\ & = \sqrt{36} : 3 - 4 \cdot (-3 + 5) - (-2)^3 = \\ & = \sqrt{36} : 3 - 4 \cdot 2 - (-2)^3 = \\ & = 6 : 3 - 4 \cdot 2 - (-8) = \\ & = 6 : 3 - 8 + 8 = \\ & = 2 - 8 + 8 = \\ & = (-6) + 8 = \\ & = 2 \end{aligned}$$

 Un parèntesi amb el signe $-$ al davant canvia els signes dels nombres de l'interior.

$$\begin{aligned} -(+a) &= -a \\ -(-a) &= a \end{aligned}$$

ACTIVITATS

27 Calcula el valor d'aquestes expressions:

- $2 \cdot [(-9) - 8 + 7] : 4 \cdot (-6)$
- $14 \cdot 9 : (-3) \cdot 7 + (-3)^2$
- $7 \cdot [(-12) : (-4)] \cdot \sqrt{25}$
- $6^2 \cdot (-2)^2 + \sqrt{144} : 3$
- $8 : 9^0 : (-2) \cdot (-5) - (-3)^3$
- $2 \cdot (-2) - (-3) \cdot 5 + (-10) : 2$
- $-\sqrt{64} - (-5)^2 - (-12)$

28 Calcula el resultat.

- $(-12) \cdot [(-7) + \sqrt{81} - (-3)] : 3 - 5$
- $28 : 7 \cdot 6 : \sqrt{16} \cdot 4 - (20 \cdot 5) : (-2)^2$
- $10^3 + (-420) - [\sqrt{25} + \sqrt{100} : (-5)]$
- $[(15 : \sqrt{9}) - 7] \cdot 6 + 112 : 7$
- $12 : 3 - \sqrt{36} \cdot [6 : (-2) - \sqrt{4}] + (-2)^3$
- $3^3 : [(-5) + (-7) \cdot (-2)]$
- $(-4)^3 : [(-15) : 5 - (-45) : (-9)]$

29 Indica quines d'aquestes operacions estan ben resoltes:

- $\sqrt{100} - [(-3) \cdot 5 + 92] = 86$
- $(83 + 12) : 5 - 3 = 250$
- $120 : (-12) : (-5) \cdot \sqrt{25} = 10$
- $(-3)^3 \cdot (-2)^2 + \sqrt{225} : 3 = 113$

30 Quines operacions tenen el mateix resultat?

- $\sqrt{324} - [(-3) \cdot 15 : 5]$
- $4^3 \cdot 10 : (-8) + (-7)^2 + 4$
- $7 \cdot [(-12)^2 : \sqrt{576}] + (-15)$
- $2^6 : (-4)^2 - \sqrt{81} : 3 + 26$

31 Calcula.

- $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : (-3)$
- $12 - 18 : 2 + (-4) \cdot \sqrt{121}$
- $(-5) \cdot 3^2 - \sqrt{49} : [(-5) \cdot (-2) - 3]$
- $(-8)^5 : (-8)^3 - (-4)^2 \cdot (\sqrt{16} - 2^0)$

**NOTE N'OBLIDIS**

Qualsevol nombre enter és múltiple i divisor de si mateix:

a és múltiple de a

a és divisor de a

**T'HI ATREVEIXES?**

Quants nombres estan continguts en 240 una quantitat exacta de vegades?



La divisibilitat s'acostuma a estudiar només per a nombres positius. Per als nombres negatius, es compleixen les mateixes propietats.

Si la divisió $a : b$ és exacta podem afirmar que:

- a és divisible per b
- b és divisor de a
- a és múltiple de b

- El conjunt dels **múltiples** d'un nombre a l'obtenim multiplicant aquest nombre pels nombres enters successius. El representem per $\dot{a}$.

$$\dot{a} = \{a \cdot 1, a \cdot 2, a \cdot 3, \dots\}$$

- El conjunt dels **divisors** d'un nombre a l'obtenim efectuant totes les divisions possibles amb els nombres positius més petits que a i seleccionant-ne els nombres amb els quals la divisió és exacta. El representem per $\text{Div}(a)$.

EXEMPLES

- 16.** Calcula els sis primers múltiples de 8.

$$\text{Múltiples de } 8 \rightarrow \dot{8} = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots\}$$

- 17.** Determina els divisors de 6.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)1} \\ 0 \ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \overline{)2} \\ 0 \ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \overline{)3} \\ 0 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \overline{)4} \\ 2 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \overline{)5} \\ 1 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \overline{)6} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

$$\text{Divisors de } 6 \rightarrow \text{Div}(6) = \{1, 2, 3, 6\}$$

Un nombre és **primer** quan és positiu i els seus únics divisors positius són el nombre mateix i la unitat. En cas contrari, diem que és **compost**.

EXEMPLE

- 18.** Determina si l'11 i el 33 són nombres primers o compostos.

$$\text{Div}(11) = \{1, 11\} \rightarrow \text{Dos divisors: } 11 \text{ és un nombre primer.}$$

$$\text{Div}(33) = \{1, 3, 11, 33\} \rightarrow \text{Més de dos divisors: } 33 \text{ és compost.}$$

ACTIVITATS

- 32 PRACTICA.** Calcula els deu primers múltiples i tots els divisors de cada nombre.

- | | | |
|------|-------|-------|
| a) 4 | c) 9 | e) 13 |
| b) 8 | d) 10 | f) 15 |

- 33 PRACTICA.** Classifica en primers o compostos.

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 2 | c) 17 | e) 36 |
| b) 12 | d) 21 | f) 41 |

- 34 APLICA.** Copia i completa a la llibreta.

- a) $\dot{\square} = \{3, 6, \square, 12, \dots\}$
 b) $\dot{\square} = \{\square, 20, \square, \square, 50, \dots\}$
 c) $\text{Div}(\square) = \{\square, 7\}$
 d) $\text{Div}(\square) = \{\square, 2, 5, \square\}$

- 35 REFLEXIONA.** Quins nombres parells més petits que 20 tenen 4 divisors?

6.1. Criteris de divisibilitat

Els **criteris de divisibilitat** són regles que ens permeten reconèixer, sense que calgui fer la divisió, si un nombre és divisible per un altre.

Un nombre és divisible per...

- 2, si l'última xifra és 0 o parell.
- 3, si la suma de les seves xifres és múltiple de 3.
- 5, si l'última xifra és 0 o 5.
- 10, si l'última xifra és 0.
- 11, si la diferència entre la suma de les xifres de lloc parell i la suma de les de lloc senar és 0 o múltiple d'11.

T'HI ATREVEIXES?

Pots dir que a és múltiple de 6 si sabem que $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$?

I que a és divisible per 42?

EXEMPLE

19. Comprova si 3.036 és divisible per 2, 3, 5, 10 i 11.

- És divisible per 2, perquè acaba en xifra parell.
- És divisible per 3, perquè $3 + 0 + 3 + 6 = 12$, que és múltiple de 3.
- No és divisible per 5, perquè no acaba ni en 0 ni en 5.
- No és divisible per 10, perquè no acaba en 0.
- És divisible per 11, perquè $(3 + 3) - (0 + 6) = 6 - 6 = 0$.

6.2. Descomposició en factors primers

Un nombre enter es pot expressar com a producte de diferents nombres primers elevats a potències. Aquesta expressió és la **descomposició en factors primers** del nombre.

EXEMPLE

20. Descompon 63 en factors primers.

$$\begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 63 : 3 \rightarrow & 21 & 3 \\ 21 : 3 \rightarrow & 7 & 7 \\ 7 : 7 \rightarrow & 1 & \end{array} \quad 63 = 3 \cdot 3 \cdot 7 = 3^2 \cdot 7$$



ACTIVITATS

36 **PRACTICA.** Comprova si els nombres següents són divisibles per 2, 3, 5, 10 i 11:

- a) 72 c) 282 e) 370
b) 147 d) 331 f) 267

37 **PRACTICA.** Descompon en factors primers els nombres de l'activitat anterior.

38 **APLICA.** Pensa i escriu els nombres més petits que 30 amb les condicions indicades.

- a) Senars divisibles per 3 c) Divisibles per 11
b) Múltiples de 5 i 10 alhora

39 **REFLEXIONA.** Calcula els valors de a i b de manera que $5a7b$ sigui múltiple de 2 i 11 alhora.

Màxim comú divisor i mínim comú múltiple



HO ESCRIVIM AIXÍ

Màxim comú divisor de dos nombres:

$$\text{m.c.d. } (a, b)$$

Mínim comú múltiple de dos nombres:

$$\text{m.c.m. } (a, b)$$

- El **màxim comú divisor** de diversos nombres enters és el nombre enter positiu més gran que és divisor de tots.
- El **mínim comú múltiple** de diversos nombres enters és el nombre enter positiu més petit que és múltiple de tots.

EXEMPLE

21. Calcula el m.c.d. i el m.c.m. de 12 i 28.

$$\text{Div } (12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad \text{Div } (28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

El divisor comú més gran és 4 $\rightarrow$ m.c.d. (12, 28) = 4

$$12 = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, \dots\}$$

$$28 = \{28, 56, 84, 112, \dots\}$$

El múltiple comú més petit és 84 $\rightarrow$ m.c.m. (12, 28) = 84



T'HI ATREVEIXES?

Quin és el m.c.d. de dos nombres primers?
I el m.c.m.?

- Per **calcular el m.c.d.** de diversos nombres descomponem els nombres en factors primers i multipliquem els factors primers comuns elevats al seu exponent més petit.
- Per **calcular el m.c.m.**, descomponem els nombres en factors primers i multipliquem els factors primers comuns i no comuns elevats al seu exponent més gran.

EXEMPLE

22. Calcula el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple de 12 i 28 descomponent els nombres en factors primers.

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 28 = 2^2 \cdot 7$$

$$\text{m.c.d. } (12, 28) = 2^2 = 4$$

$$\text{m.c.m. } (12, 28) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$$

Si $\text{m.c.d. } (a, b) = 1$, a i b no tenen divisors comuns, diem que són primers entre si.

ACTIVITATS

40 PRACTICA. Calcula el m.c.d. de cada parell de nombres.

- a) 13 i 90 b) 72 i 11 c) 24 i 102 d) 8 i 74

41 PRACTICA. Calcula el m.c.m. de:

- a) 8 i 10 b) 55 i 75 c) 9 i 30 d) 4 i 44

42 APLICA. Troba el m.c.d. i el m.c.m.

- a) 842, 77 i 91 b) 18, 90 i 360 c) 50, 65 i 75

43 REFLEXIONA. Quin és el costat del quadrat més petit que podem formar unint rajoles rectangulars de $12 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$?

 SABER FER


Resoldre problemes utilitzant el m.c.d. o el m.c.m.

Resol aquests problemes.

- a) La Clàudia vol tallar en trossos iguals tres cintes de 9, 10 i 12 m, respectivament. Quina longitud tindran els trossos més llargs que pot fer?
- b) En Dídac vol col·locar els llibres d'una prestatgeria en piles de 4, 6 i 8 llibres sense que en sobri cap. Com a mínim, quants llibres ha de tenir?



Passos que cal seguir

1. Analitzem el problema i decidim si hi intervé el màxim comú divisor o el mínim comú múltiple.

2. Descomponem els nombres en factors primers.

3. Calculem el m.c.d. o el m.c.m., segons correspongui.

4. Interpretem el resultat.

- a) La longitud de cada tros de cinta ha de ser un divisor de les longituds de les tres cintes. I, a més, ha de ser el màxim. → Problema de m.c.d.

- b) El nombre total de llibres ha de ser múltiple de 4, 6 i 8, i a més, ha de ser el mínim. → Problema de m.c.m.

a)	$\begin{array}{c} 9 \\ 3 \\ 1 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 10 \\ 5 \\ 1 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 5 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	b)	$\begin{array}{c} 4 \\ 2 \\ 1 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 8 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{array}$
----	--	---	--	----	--	--	---

$$9 = 3^2 \quad 10 = 2 \cdot 5 \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \quad 4 = 2^2 \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad 8 = 2^3$$

- a) m.c.d. (9, 10, 12) = 1

- b) m.c.m. (4, 6, 8) = $2^3 \cdot 3 = 24$

- a) Els trossos més llargs tindran una longitud d'1 m.

- b) Ha de tenir, com a mínim, 24 llibres.

Si dos nombres no tenen divisors comuns, el seu màxim comú divisor és 1.

ACTIVITATS

- 44 Volem enrajolar una habitació rectangular de 520 cm de llarg i 240 cm d'ample amb rajoles quadrades amb el costat més gran possible i sense que calgui tallar-ne cap. Quina haurà de ser la mida de cada rajola?

- 45 La Sílvia té un rellotge que fa un senyal cada 30 minuts, un altre rellotge que fa un senyal cada 90 minuts i un tercer que el fa cada 150 minuts. A les 8 del matí els tres rellotges han coincidit a fer el senyal.

- a) Quant de temps ha de passar perquè tornin a coincidir els dos primers?

- b) I el segon i el tercer?



- 46 En Joan té cubs blaus de 55 mm d'aresta i cubs vermells de 45 mm d'aresta. Els apila en dues columnes, una de cada color; vol aconseguir que les dues columnes siguin igual d'altres. Quants cubs necessita, com a mínim, de cada color?

- 47 La Mercè té 14 boletes blau cel, 16 boletes taronja, 16 boletes vermelles i 10 boletes blau marí. Vol fer el màxim nombre de collarets iguals sense que sobri cap boleta.

- a) Quants collarets iguals pot fer?

- b) Quin nombre de boletes de cada color haurà de tenir cada collar?



ACTIVITATS FINALS

Nombres enters

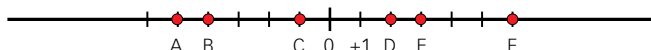
48 Expressa amb nombres enters.

- a) El cotxe està aparcad al soterrani 4.
- b) El cim de Sant Jeroni té una alçada de 1.236 m.
- c) En Josep deu 10 euros a la seva germana.
- d) Plató va néixer l'any 428 abans de Crist.
- e) El termòmetre marca 5 graus centígrads sota zero.

49 Escriu una situació de la vida quotidiana que correspongui a cadascun d'aquests nombres:

- a) -4 b) $+15$ c) $+8$ d) -25 e) 0

50 Indica el nombre enter que correspon a cada punt marcat a la recta numèrica.



51 Donats els nombres: $-8, 5, 0, -2, 6, -1$:

- a) Representa'ls en una recta numèrica.
- b) Ordena'ls de més gran a més petit utilitzant el signe corresponent.

52 Troba els nombres enters que estan situats a tres unitats del nombre -7 i representa'ls en una recta numèrica.

53 Escriu, en cada cas, tres nombres enters.

- a) Més petits que 5 i més grans que -2
- b) Més grans que -4 i més petits que 2
- c) Més petits que -5 i més grans que -10

54 Resol.

- a) Op $(+13)$ d) $|0|$ g) Op (-7)
- b) $|-4|$ e) $|+6|$ h) Op (9)
- c) Op (-5) f) $|-10|$ i) $|+10|$

55 Compara aquests parells de nombres i completa a la llibreta amb el signe $<$ o $>$:

- a) $-5 \square +8$ e) $-3 \square -1$
- b) $-2 \square -10$ f) $+15 \square -25$
- c) $+6 \square 0$ g) $-3 \square -8$
- d) $0 \square +6$ h) $-2 \square -5$

56 Un termòmetre marca -2°C . Si la temperatura ha pujat 3°C , quina era la temperatura inicial?



57 Quants anys han passat des del naixement d'una persona 250 anys abans de Crist fins al naixement d'una altra l'any 46 dC?

58 Raona.

- a) És possible que el valor absolut d'un nombre enter sigui negatiu? Per què?
- b) És possible que l'oposat d'un nombre enter sigui negatiu? Per què?

Operacions amb nombres enters

59 CÀLCUL MENTAL. Resol aquestes operacions:

- a) $(+4) + (-2)$ e) $(-3) - (-6)$ i) $(+2) + (+6)$
- b) $(-3) + (-6)$ f) $(-15) - (-5)$ j) $(+4) - (-8)$
- c) $(-15) + (-5)$ g) $(+4) + (-8)$ k) $(-1) - (+1)$
- d) $(+4) - (-2)$ h) $(-1) + (+1)$ l) $(+2) - (+6)$

60 Escriu quatre parells diferents de nombres enters que sumats donin -9 .

61 Escriu quatre parells diferents de nombres enters que restats donin -2 .

62 CÀLCUL MENTAL. Fes les sumes següents:

- a) $(+3) + (+6) + (-5)$ c) $(-3) + (+3) + (-5)$
- b) $(-8) + (-1) + (-2)$ d) $(+3) + (-7) + (-4)$

63 CÀLCUL MENTAL. Fes les restes següents:

- a) $(+10) - (-5) - (-7)$ c) $(-1) - (+7) - (+3)$
- b) $(-2) - (-4) - (-8)$ d) $(+4) - (+1) - (+6)$

64 CÀLCUL MENTAL. Resol aquestes operacions:

- a) $(-3) - (+7) + (-1)$ c) $(-4) - (-6) + (+8)$
- b) $(+4) + (-6) - (+5)$ d) $(-6) - (+2) + (-5)$

65 Determina en cada cas el valor de a .

- a) $(+5) - (a) = +12$ c) $(-3) - (a) = +1$
- b) $(a) + (+2) = -7$ d) $(-2) - (a) + (+3) = -5$

66 Emplena a la llibreta la taula següent:

a	b	$a + b$	$b + a$	$a - b$	$b - a$
-1		$+4$			
	$+5$		-2		
$+3$				$+6$	
	-6				-5

67 Copia el quadrat màgic a la llibreta i completa'l.

-4		-6
-5		
		-2

Recorda que en un quadrat màgic la suma dels elements de cada columna, fila i diagonal és el mateix nombre.

68 Calcula de dues maneres diferents.

- a) $-5 + 6 - 8 + 12 - 6$
- b) $2 - 8 + 13 - 7 + 9$
- c) $-2 + 3 - 6 - 1 + 4$
- d) $-3 + 6 - 11 + 5 - 1$
- e) $-6 + 2 - 4 - 6 - 3$

69 Calcula eliminant, prèviament, els parèntesis.

- a) $5 - (3 + 4) - (6 - 5)$
- b) $-(10 + 4 - 3) + 8$
- c) $12 - (6 - 3) - (-2 + 7)$
- d) $-(-1 + 14 - 2) - (1 - 6)$
- e) $-6 + (-5 - 3) - (-2 + 3)$

70 Calcula i completa a la llibreta.

	+	(-1)	=	(+5)
+		+		+
4	+		=	
=		=		=
	+	(-12)	=	(-2)

71 Raona si les afirmacions següents són certes o falses:

- a) El resultat de la suma de dos nombres enters positius és un altre nombre enter positiu.
- b) El resultat de la resta de dos nombres enters positius és un altre nombre enter negatiu.
- c) El resultat de la suma d'un enter negatiu i un enter positiu és un altre nombre enter negatiu.
- d) El resultat de la resta d'un enter negatiu i un enter positiu és un altre nombre enter negatiu.

72 CÀLCUL MENTAL. Calcula els productes següents:

- a) $(-5) \cdot (-6)$
- b) $(-10) \cdot (+3)$
- c) $(+15) \cdot (-3)$
- d) $(+12) \cdot (+4)$

73 Escriu quatre parells diferents de nombres enters que donin com a producte -48 .

74 CÀLCUL MENTAL. Calcula.

- a) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-8)$
- b) $(+7) \cdot (-4) \cdot (+2)$
- c) $(-5) \cdot (-6) \cdot (+3)$
- d) $(+5) \cdot (0) \cdot (+25)$

75 Emplena la taula a la llibreta.

a	b	a · b	a · b
-2	-1		
+3		-6	
	-5	+10	
-6		-12	

76 CÀLCUL MENTAL. Calcula les divisions següents:

- a) $(-25) : (-5)$
- b) $(+27) : (-9)$
- c) $(-18) : (+6)$
- d) $(+12) : (+4)$

77 Escriu quatre parells de nombres enters que dividits entre si donin com a quocient -4 .

78 Calcula.

- a) $(-36) : (-2) : (+3)$
- b) $(+16) : (+2) : (-8)$
- c) $(-18) : (-9) : (-1)$
- d) $(+42) : (-2) : (-3)$

79 CÀLCUL MENTAL. Completa la taula a la llibreta.

a	b	a : b	a : b
-12	+2		
-100		-5	
	-3	+15	
+48		+6	

80 CÀLCUL MENTAL. Opera.

- a) $(-12) : (-3) \cdot (-4)$
- b) $150 : (-5) \cdot (-3)$
- c) $(+15) \cdot (-2) : (-10)$
- d) $(-36) : (+2) \cdot (+4)$

81 Resol.

- a) $(+18) : (-2) : (-3) \cdot (-5)$
- b) $(-15) \cdot 3 : (-9) : 5$
- c) $[(-12) : 3] \cdot [(-8) : (-4)]$
- d) $(-18) : [(-9) : (-3)] \cdot (-6)$
- e) $[(+4) : (-2) \cdot (+8)] : [(+2) + (+6)]$

SABER FER



Treure factor comú en operacions amb nombres enters

82 Calcula: $-12 \cdot (-27) + (-12) \cdot (+17)$.

Treure factor comú consisteix a aplicar la propietat distributiva en sentit invers:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

PRIMER. Determinem si hi ha cap factor que es repeteixi en tots els sumands.

$$-12 \cdot (-27) + (-12) \cdot (+17)$$

—12 es repeteix en els dos sumands.

SEGON. El factor que es repeteix multiplica la suma o la resta dels sumands.

$$\begin{aligned} &-12 \cdot (-27) + (-12) \cdot (+17) = \\ &= -12 \cdot [(-27) + (+17)] = -12 \cdot (-10) = 120 \end{aligned}$$

ACTIVITATS FINALS

83 Calcula extraient factor comú.

- a) $(-2) \cdot (+6) + (-5) \cdot (-2)$
 b) $(-3) \cdot (+4) + (+4) \cdot (-1)$
 c) $(+4) \cdot (-1) + (-7) \cdot (+4)$
 d) $(-6) \cdot (-3) + (-6) \cdot (+2)$

84 Completa extraient factor comú i calcula.

- a) $5 \cdot (-4) + \square \cdot (-7) = 5 \cdot [\square + (-7)]$
 b) $(-9) \cdot 2 + (-9) \cdot (-4) = \square \cdot [2 + (-4)]$

Potències de nombres enters

85 Indica els elements d'aquestes potències i escriu com es llegeixen:

- a) $(-2)^3$ c) 3^2 e) 1^{10}
 b) $-(4)^4$ d) 2^6 f) $(-1)^5$

86 Escriu-ho en forma de potència i calcula.

- a) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ c) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
 b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ d) $6 \cdot 6 \cdot 6$

87 CÀLCUL MENTAL. Completa.

- a) $3^{\square} = 9$ e) $(-3)^{\square} = -27$
 b) $3^{\square} = 1$ f) $\square^7 = -1$
 c) $(-3)^{\square} = 9$ g) $\square^3 = 8$
 d) $\square^5 = 32$ h) $\square^3 = -8$

88 Sense fer cap càlcul, compara les potències i completa amb el signe $<$, $>$ o $=$.

- a) $(-5)^2 \square 5^2$ d) $(-5)^5 \square 5^3$
 b) $(-5)^4 \square (-5)^2$ e) $(-5)^3 \square 5^0$
 c) $(-5)^0 \square 5$ f) $(-5)^2 \square 5^4$

89 Expressa com una sola potència.

- a) $4^2 \cdot 4^3$ d) $(-2)^3 \cdot (-2)^4$
 b) $(-3)^0 \cdot (-3)^2$ e) $5^4 \cdot 5^2 \cdot 5^3$
 c) $(-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1) \cdot (-1)^4$ f) $(-7)^3 \cdot (-7) \cdot (-7)^3$

90 Expressa com una sola potència.

- a) $4^5 : 4^3$ d) $(-2)^4 : (-2)^3$
 b) $(-3)^6 : (-3)^2$ e) $5^6 : 5^2 : 5^3$
 c) $(-1)^{12} : (-1)^6 : (-1) : (-1)^2$ f) $2^7 : 2 : 2^5$

91 Opera i expressa com una sola potència.

- a) $(3^4)^3 : (3^3)^2$ d) $[(-3)^2]^2 \cdot [(-3)^4]^3$
 b) $[(4^2)^3]^4 \cdot (4^3)^3$ e) $(5^2)^6 : (5^3)^2$
 c) $(-2)^{12} : [(-2)^2]^3$ f) $[(-10^2)]^2 \cdot [(-10^3)]^2$

92 Expressa com una sola potència.

- a) $(2^4)^3$ c) $[(-5)^4]^2$ e) $[(3^3)^4]^2$
 b) $(7^0)^2$ d) $[(-1)^3]^5$ f) $[(-5^2)^3]^2$

93 Determina el signe d'aquestes potències sense calcular-les:

- a) $(2^2)^3$ c) $[(-3)^2]^2$ e) $[(2^2)^3]^4$
 b) $(5^2)^0$ d) $[(-2)^2]^3$ f) $[(-7)^1]^3$

94 Expressa com una sola potència i calcula.

- a) $(2 \cdot 3)^3$ c) $(8 : 4)^2$
 b) $[4 \cdot (-3)]^3$ d) $[(-2) \cdot (-1)]^5$

95 Expressa com una sola potència, si es pot.

- a) $8^4 \cdot (-4)^4$ f) $(-1^2)^3 : (-4)^3$
 b) $(-5)^5 \cdot (-5)^2$ g) $(-9)^6 : (-9)^2$
 c) $(-8)^2 \cdot 2^2$ h) $(-3)^2 : (-2)^3$
 d) $5^2 \cdot 4^2 : (-10)^2$ i) $(-2)^4 : (-2)^3 \cdot (-2)^4$
 e) $6^2 \cdot (6^3)^2 : 6^5$ j) $(5^5)^2 : (5^2)^4 : 5$

SABER FER

 **Resoldre productes de potències quan les bases tenen factors primers comuns**

96 Simplifica aquests productes de potències:

- a) $8^4 \cdot 16^2$ b) $3^4 \cdot 9^2$ c) $(-3)^4 \cdot 18^2$

PRIMER. Descomponem les bases de les potències en producte de factors primers:

- a) $8 = 2^3$ b) $3 = 3$ c) $-3 = -1 \cdot 3$
 $16 = 2^4$ $9 = 3^2$ $18 = 2 \cdot 3^2$

SEGON. Substituïm les bases per la seva descomposició en factors i operem:

- a) $8^4 \cdot 16^2 = (2^3)^4 \cdot (2^4)^2 = 2^{12} \cdot 2^8 = 2^{20}$
 b) $3^4 \cdot 9^2 = 3^4 \cdot (3^2)^2 = 3^4 \cdot 3^4 = 3^8$
 c) $(-3)^4 \cdot 18^2 = (-1 \cdot 3)^4 \cdot (2 \cdot 3^2)^2 =$
 $= (-1)^4 \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 3^4 =$
 $= 1 \cdot 2^2 \cdot 3^8 = 2^2 \cdot 3^8$

97 Escriu com una potència amb la base més petita possible.

- a) 125 b) -32 c) 16 d) 256 e) -243

98 Simplifica aquests productes de potències:

- a) $5^4 \cdot 25^3$ c) $6^3 \cdot 12^5$ e) $(-12)^3 \cdot 18^5$
 b) $8^4 \cdot 16^2$ d) $-72^3 \cdot (-4)^7$ f) $(-63)^5 \cdot 21^2$

Arrel quadrada de nombres enters

99 CÀLCUL MENTAL. Completa a la llibreta.

- a) $\sqrt{16} = \square \rightarrow 4^{\square} = 16$ c) $9^2 = \square \rightarrow \sqrt{\square} = 9$
 b) $\sqrt{\square} = 5 \rightarrow \square^2 = \square$ d) $\square^2 = 121 \rightarrow \sqrt{\square} = \square$

100 Escriu els quadrats perfectes compresos entre 60 i 170.

101 Calcula, si és possible, l'arrel quadrada d'aquests nombres:

- a) 169 c) -625 e) 49
 b) -25 d) 256 f) -81

102 Copia la taula següent a la llibreta i emplena-la:

	Arrel quadrada entera	residu
$\sqrt{27}$		
$\sqrt{201}$		
$\sqrt{34}$		
$\sqrt{85}$		

103 Determina el valor de cadascuna de les lletres.

- a) $\sqrt{a} = 3$ i residu 2 d) $\sqrt{d} = 4$ i residu 7
 b) $\sqrt{b} = 9$ i residu 5 e) $\sqrt{e} = 5$ i residu 10
 c) $\sqrt{c} = 2$ i residu 1 f) $\sqrt{f} = 7$ i residu 4

104 Quin és el residu més gran que pot tenir un nombre si la seva arrel quadrada entera és 9? Quin és aquest nombre?

105 És possible que un residu prengui un valor negatiu? Raona la resposta.

Operacions combinades amb nombres enters

106 Resol les operacions següents:

- a) $-2 \cdot (-6) - 5 \cdot (-3)$
 b) $(-6) \cdot 2 + 3 \cdot (-4)$
 c) $(-10) : (-5) + 2 : (-1)$
 d) $3 \cdot (-5) - 4 : (-2) + 3$
 e) $2 + 3 \cdot (-4) - (-2) + 2 \cdot 7 - (-3)$
 f) $(-35) : (-7) + (-54) : (+9)$

107 Opera.

- a) $(-6) \cdot [-(-2) - 3 \cdot (-4)]$
 b) $[(-6) \cdot 2 - 3] \cdot (-4)$
 c) $2 \cdot [(-2) - (-3) \cdot 5] + (-10) : (-2)$
 d) $[(-5) \cdot 3 + 8] \cdot 4 - (-2)$
 e) $[(-25) : (-5) + 8] \cdot (-2) - [7 : (-1) + 12 - (-2)]$
 f) $25 : [2 + (-7)] - 12 \cdot [(-3) - 2 \cdot (-4) + (-6)]$

108 Resol les operacions, i considera només el resultat positiu de l'arrel.

- a) $(-3)^3 : (-9) + \sqrt{64} : (-2) \cdot 5^2 - (-8)$
 b) $(-3)^3 : (-9) + \sqrt{64} : (-2) \cdot [5^2 - (-8)]$
 c) $(-2) \cdot (-3)^2 : \sqrt{9} - (-8)^4 : 2^3 - \sqrt{100}$
 d) $[(-1) \cdot 5 \cdot 3 - 8] \cdot \sqrt{16} - (-2)^3 \cdot ((-2)^2)^2$

Divisibilitat de nombres enters

109 Indica si són certes les afirmacions següents. Raona'n la resposta.

- a) 3 és divisor de -15.
 b) 4 és múltiple de 12.
 c) 25 és divisible per -5.
 d) 2 és divisor de 53.
 e) -48 és múltiple de -6.

110 Completa amb *múltiple* o *divisor*.

- a) 5 és de -25.
 b) 250 és de -5.
 c) -243 és de -3.
 d) 25 és de 125.
 e) -1 és de 22.

111 Escriu els divisors d'aquests nombres. Què tenen tots en comú?

- a) 2 c) 17 e) 29
 b) 43 d) 83 f) 131

112 Aplica els criteris de divisibilitat i emplena a la llibreta la taula següent:

	Divisible per 2	Divisible per 3	Divisible per 5	Divisible per 10
300				
1.025				
9.312				
5.262				

113 Digues què tenen en comú aquests nombres i escriu-ne els divisors:

- a) 8 c) 100 e) 210
 b) 60 d) 180 f) 450

114 Escriu la llista dels quinze primers nombres primers.

115 Raona.

- a) Quin és el divisor més petit que pot tenir un nombre?
 b) Quin és el divisor més gran que pot tenir un nombre?

ACTIVITATS FINALS

116 Calcula tots els divisors d'aquests nombres:

- a) 12 b) 28 c) 36 d) 84 e) 90

117 Escriu els múltiples més petits que 45 de:

- a) 9 b) 18 c) 22 d) 15 e) 32

118 Completa els nombres per tal que:

- a) $2.5 \square 3$ sigui divisible per 3.
b) $\square.410$ sigui divisible per 11.
c) $43 \square$ sigui divisible per 2.
d) $1.37 \square$ sigui divisible per 5.

119 Fes la descomposició factorial dels nombres següents:

- a) 83 b) 43 c) 225 d) 735

120 Fes la descomposició factorial de 24 i 18 i calcula'n el màxim comú divisor.

121 Troba tots els divisors de 24 i 18 i comprova que el m.c.d. calculat a l'exercici anterior coincideix amb el més gran dels divisors comuns de 24 i 18.

122 Fes la descomposició factorial de 84 i 105 i calcula'n el m.c.m.

123 Calcula els set primers múltiples de 84 i 105 i comprova que el m.c.m. calculat a l'exercici anterior coincideix amb el múltiple positiu més petit que tenen en comú aquests nombres.

124 Si m.c.d. (a, 12) = 6, troba el valor de a.

125 Calcula el m.c.d. i el m.c.m. de:

- a) 16 i 25 b) 19 i 23 c) 37 i 300

126 Calcula el m.c.d. i el m.c.m. de:

- a) 12, 18 i 26 b) 15, 36 i 54

127 Escriu dos parells de nombres que tinguin com a m.c.m. el nombre 28.

128 Escriu dos parells de nombres que tinguin com a m.c.d. el nombre 10.

Problemes amb nombres enters

129 En Pere tenia 357 € a la llibreta d'estalvis i al llarg d'un dia s'hi han registrat aquests moviments:

- rebut de l'aigua: 103 €
- rebut del gas: 125 €
- ingrés en efectiu: 80 €
- rebut de la llum: 213 €
- nòmina: 1.200 €

- a) De quants diners disposa ara, en Pere?
b) Ha estat algun moment en *números vermells*?



130 Les temperatures màxima i mínima enregistrades en una ciutat cinc dies d'una setmana han estat:

🌡️ Dilluns: 11 °C i 6 °C
Dimarts: 5 °C i -2 °C
Dimecres: 3 °C i -1 °C
Dijous: -2 °C i -3 °C
Divendres: 7 °C i 3 °C

- a) Quina ha estat l'oscil·lació tèrmica en cadascun dels dies?
b) Quin dia s'ha assolit la temperatura més alta?
c) Quin dia s'ha assolit la temperatura més baixa?
d) Quin dia hi ha hagut la màxima oscil·lació tèrmica?

➔ SABER FER

🔑 **Formar un quadrat amb un nombre d'elements determinat**

131 Quin és el quadrat més gran que podem formar amb els 23 alumnes d'una classe?

PRIMER. Avaluem si és un quadrat perfecte.
23 no és un quadrat perfecte.

SEGON. En calculem l'arrel entera.

$$\sqrt{23} = 4 \rightarrow \text{Residu} = 23 - 4^2 = 7$$

Podem formar un quadrat amb 4 alumnes a cada costat i sobrarien 7 alumnes.

132 Quin és el quadrat més gran que podem formar amb 47 monedes? Quantes en sobren?

133 La Laia té una cinta de 120 cm. Si vol fer dos quadrats iguals, quant hauria de mesurar el costat de cada quadrat? Quants centímetres de cinta li sobrarien?

134 En una classe de 32 alumnes s'han de fer grups per fer un treball de ciències. Si el mínim de components de cada grup és dos i el màxim, quatre, i no volem que cap alumne quedi sol, quin és el nombre més petit de grups que es poden formar? I el més gran?



135 En un magatzem volen posar en caixes 84 ampolles sense que en sobri cap. De quantes maneres possibles les poden encaixar posant el mateix nombre d'ampolles en cada caixa?

- 136** En Joan té una col·lecció de monedes que pot agrupar de tres en tres, de cinc en cinc i de set en set sense que en sobri cap. Quantes monedes té sabent que són més de 215 però menys de 350?

- 137** L'Enric viatja cada 15 dies a Londres i l'Anna, cada 21. Si tots dos han anat avui a l'aeroport, quan tornaran a coincidir a l'aeroport?



- 138** En Manel vol posar els 250 envasos de productes químics que han arribat al magatzem en prestatges. Si en cada prestatge hi ha d'haver un mínim de 15 envasos:

- De quantes maneres diferents pot col·locar els envasos posant-ne en cada prestatge el mateix nombre i sense que en sobri cap?
- És possible col·locar-los de manera que n'hi hagi 21 a cada prestatge? Per què?

- 139** En una escola han de retallar una cartolina de 80 cm d'amplada i 60 cm de llargada en trossos quadrats tan grans com sigui possible. Quants trossos podran fer? Quines mides tindrà cada tros?

- 140** En una estació surten autobusos cap a Girona cada 25 minuts, cap a Tarragona cada 45 minuts i cap a Lleida cada hora. Si a les vuit del matí han sortit tots tres per primera vegada, a quina hora tornaran a sortir els tres autobusos alhora?

- 141** L'Andreu té paquets de 78, 130 i 156 galetes i vol empaquetar-los en caixes que continguin el màxim nombre de paquets possible. Totes les caixes han de tenir el mateix nombre de paquets i no es poden barrejar diferents paquets en una caixa.

- Quants paquets de galetes ha de ficar en cada caixa?
- Quantes caixes necessitaria en cada cas?

- 142** Un local té unes dimensions de 35 m de llargada per 25 m d'amplada i es vol dividir, per tal de fer places d'aparcament dobles, en trossos quadrats tan grans com sigui possible sense que sobri cap espai.

- Quina és la dimensió màxima que poden fer de costat les places d'aparcament?
- Quantes places d'aparcament es podrien construir?

- 143** L'Aleix té entre 20 i 40 llibres de lectura. Si els organitza de tres en tres li'n sobren dos, i si ho fa de cinc en cinc, li'n sobra un. Quants llibres té en total?

HAS DE SABER FER



Els nombres enters

- Quants nombres enters hi ha entre -6 i 6 ? Representa'ls a la recta numèrica.
- Quins valors pot prendre a en cada cas?
a) $|a| = 7$ b) $\text{Op}(a) = -7$

- Resol aquestes operacions:
a) $[(-2) \cdot (+7)] : (-14) \cdot (+3)$
b) $[(-4) + (-3) \cdot (-6)] : 7$

Potències

- Completa.
a) $(-2)^{\square} = 4$ c) $(-2)^{\square} = -8$
b) $(\square)^2 = 9$ d) $(\square)^3 = -27$
- Expressa com una sola potència.
a) $(2^5)^2 \cdot (2^2)^4$ c) $(6^2)^5 : (6^3)^3$
b) $[(-3^5)]^3 \cdot [(-3^4)]^3$ d) $[(-2^8)]^3 : [(-2^4)]$

Arrel quadrada

- Calcula l'arrel quadrada d'aquests nombres i el residu, si s'escau:
a) 64 b) 59 c) 144 d) 111

Operacions combinades

- Calcula el resultat d'aquestes operacions:
a) $\sqrt{9} + (-3) \cdot [12 + (-7)]$
b) $\sqrt{81} : 3 + 4 \cdot [12 - 2 \cdot (-3)]$
c) $\sqrt{100} : 5 + 33 : (-3)$

Divisibilitat

- Completa a la llibreta.
a) $12 = \{12, \square, \square, \square, 60, \dots\}$
b) $\text{Div}(42) = \{\square, 2, \square, \square, \square, \square, \square, 42\}$
- Calcula el m.c.d. i el m.c.m. de:
a) 12 i 18 b) 15 i 45 c) 27 i 18

En la vida quotidiana

144 Els inicis de la zoologia es troben en l'obra d'Aristòtil, que va fer observacions amb rigor científic sobre la reproducció dels animals. En anatomia va establir les bases del coneixement sistemàtic del regne animal, classificant els éssers vius en dos grans grups: *anaïma* (animals sense sang) i *enaima* (animals amb sang).

En un laboratori una científica ha observat que una cèl·lula es reproduceix per bipartició cada hora i ha elaborat el diagrama següent:



- Quantes cèl·lules hi haurà al cap d'una hora? I de dues? I de tres? I de quatre? I de cinc?
- Podries escriure els resultats anteriors en forma de potència amb la mateixa base? Si la resposta és afirmativa, fes-ho.
- Quant de temps ha de passar perquè hi hagi 32.768 cèl·lules? I perquè n'hi hagi 1.048.576?
- Quantes cèl·lules hi haurà al cap d'un dia? I de dos?

Formes de pensar. Raonament matemàtic

145 Expressa aquestes operacions com una sola potència:

- $(2^2 \cdot 2^3)^2 : (2^5 : 2^3)^3$
- $[(-8) \cdot (-8)^3]^2 : (-8)^5$
- $[(15^3)^4 : (5^6)^2] : 3^9$

146 Troba el nombre més petit que sumat a 265 dóna un quadrat perfecte.

147 Si un nombre és múltiple d'un altre, quin és el seu màxim comú divisor?

148 Troba dos nombres que tinguin 6 de màxim comú divisor i 36 de mínim comú múltiple.

149 Resol amb la calculadora.

- $\sqrt{9} : (-3) + 4^2 \cdot (-1) : (-2) - 8$
- $225 : [(-7) \cdot (-3) - 16] - 3^2 \cdot 3^4$
- $(-198) : [6 + \sqrt{9}] - [(-8) - 4] : 2^2$
- $(-24) : [-15 - (-13)] - \sqrt{225} : (-5) - (-2)^3$

150 Descompon aquests nombres com a producte de tres factors:

- 540
- 1.256
- 1.050
- 432

151 Determina els valors que pot tenir la xifra que falta en cadascun d'aquests nombres per tal que siguin múltiples tant de 2 com de 3:

- $-25 \square$
- $-4 \square 4$
- $\square .410$
- $2.45 \square$

152 S'anomena *nombres bessons* el parell de nombres primers que són senars consecutius. El primer parell de nombres bessons són el 3 i el 5. Quin és el parell de nombres bessons següent?

153 Indica quines d'aquestes afirmacions són certes. Justifica la resposta.

- En una potència, com més gran sigui la base més gran és el seu valor.
- Les potències de base positiva sempre donen valors superiors a la unitat.
- La potència d'una divisió és igual al quocient de la potència del dividend entre la potència del divisor.
- Les potències de base negativa tenen signe positiu si l'exponent és parell.



PROJECTE FINAL. Aprenentatge cooperatiu

OBJECTIU: Estudiar el funcionament d'una estació meteorològica

Un cop formats els grups, seguiu el procés següent:

1a Fase

- Cerqueu informació sobre les temperatures màximes i mínimes mitjanes registrades a Sort i a Horta de Sant Joan de cada mes de l'any passat.
- Elaboreu una taula per a cada població on apareguin les dades anteriors: mes, temperatura mitjana màxima i temperatura mitjana mínima.



2a Fase

- Investigueu on estan situades les estacions meteorològiques que han permès conèixer les temperatures de les dues poblacions.
- Esbrineu quines altres variables meteorològiques mesuren aquestes estacions, amb quins aparells ho fan i des de quin any estan en actiu.

3a Fase

- Debateu sobre la necessitat d'enregistrar les variables meteorològiques.
- Decidiu si és important o no l'existència de les estacions meteorològiques i justifiqueu la decisió.



Proves PISA

Monopatí

154 En Marc és un gran fan del monopati. Entra en una botiga anomenada PATINADORS per comprovar alguns preus.

En aquesta botiga pots comprar un monopati complet. Però també pots comprar una fusta, un joc de 4 rodes, un joc de 2 eixos i un conjunt de peces per muntar i fer-te tu mateix el monopati.

Els preus dels productes de la botiga són a la taula de la dreta.

a) En Marc vol muntar el seu propi monopati. Quin és el preu mínim i el preu màxim dels monopatis muntats per un mateix amb les peces d'aquesta botiga?

b) En Marc té 120 zeds per gastar i vol comprar el monopati més car que pugui.

Quants diners hauria de gastar en Marc en cadascun dels 4 components? Posa la teva resposta a la taula de sota.

Component	Quantitat (zeds)
Fusta	
Rodes	
Eixos	
Peces per muntar	

Producte	Preu en zeds	
Monopati complet	82 o 84	
Fusta	40, 60 o 65	
Un joc de 4 rodes	14 o 36	
Un joc de 2 eixos	16	
Un conjunt de peces per muntar	10 o 20	

(Prova PISA 2012)



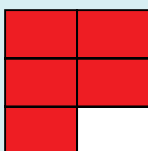
Representació gràfica de fraccions

Per representar fraccions podem utilitzar figures geomètriques o la recta numèrica.

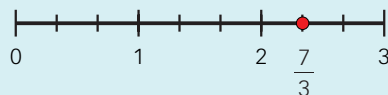
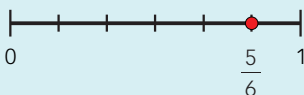
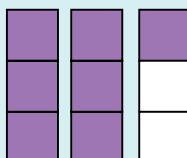
EXEMPLE

Representa gràficament aquestes fraccions:

a) $\frac{5}{6}$



b) $\frac{7}{3}$



ACTIVITATS

1 Representa utilitzant figures geomètriques i en la recta les fraccions següents:

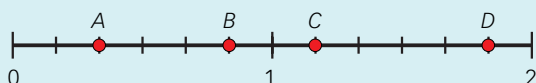
a) $\frac{5}{8}$

b) $\frac{7}{3}$

c) $\frac{9}{4}$

d) $\frac{2}{3}$

2 Indica quina fracció representa cada lletra.



Màxim comú divisor i mínim comú múltiple

- El **màxim comú divisor** (m.c.d.) de dos o més nombres és el nombre més gran que és divisor de tots.
- El **mínim comú múltiple** (m.c.m.) de dos o més nombres és el nombre més petit que es múltiple de tots.

EXEMPLE

Calcula el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple de 20 i 30.

$$\left. \begin{array}{l} 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{m.c.d.}(20, 30) = 2 \cdot 5 = 10 \\ \text{m.c.m.}(20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \end{array}$$

ACTIVITATS

3 Calcula el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple de:

a) 12 i 24

d) 6 i 9

b) 7 i 11

e) 2, 8 i 16

c) 5 i 40

f) 5, 7 i 20



1852

Antoni Gaudí i Cornet neix el 25 de juny de 1852 i és batejat l'endemà a l'església de Sant Pere de Reus, ciutat on va passar els anys d'infantesa. Era fill d'un calderer de Riudoms, de qui va aprendre l'ofici.



1860-1873

Gaudí realitza els estudis primaris a l'Institut Col·legi dels Escolapis de Reus i es trasllada a Barcelona per continuar els estudis. A partir de 1873 es prepara per accedir a l'Escola Provincial d'Arquitectura de Barcelona.