



Matemáticas

Enseñanzas académicas

SERIE **RESUELVE**

El libro Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas para 3.º curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:

César de la Prida Almansa
Ana María Gaztelu Villoria
Augusto González García
Pedro Machín Polaina
Carlos Pérez Saavedra
Domingo Sánchez Figueroa

EDICIÓN

César de la Prida Almansa
Laura Sánchez Fernández

EDITOR EJECUTIVO

Carlos Pérez Saavedra

DIRECCIÓN DEL PROYECTO

Domingo Sánchez Figueroa

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

Índice

UNIDAD	SABER	SABER HACER
1 Números racionales	<ol style="list-style-type: none"> Fracciones 8 Fracción irreducible 10 Comparación de fracciones 12 Operaciones con fracciones 13 Números decimales 16 Números racionales 19 	<ul style="list-style-type: none"> Hallar el término desconocido de una fracción equivalente a otra Calcular la fracción irreducible Realizar operaciones combinadas con fracciones Expresar una fracción mediante un número decimal Expresar un número decimal exacto o periódico mediante una fracción Representar una fracción en la recta numérica Simplificar una fracción factorizando su numerador y denominador Hallar una fracción comprendida entre otras dos fracciones dadas Resolver operaciones con números de infinitas cifras decimales Calcular una parte de un total Calcular el total conociendo una parte
6		
2 Potencias y raíces	<ol style="list-style-type: none"> Potencias de números racionales 30 Operaciones con potencias 32 Notación científica 34 Operaciones en notación científica 36 Raíces 37 Números reales 39 Aproximaciones y errores 40 Intervalos 41 	<ul style="list-style-type: none"> Calcular productos y cocientes de potencias Expresar números en notación científica Extraer factores de una raíz Resolver productos de potencias con bases opuestas Resolver operaciones con potencias Resolver operaciones combinadas con potencias y raíces Sumar y restar raíces sacando factores
28		
3 Progresiones	<ol style="list-style-type: none"> Sucesiones 52 Progresión aritmética 54 Progresión geométrica 58 Interés compuesto 63 	<ul style="list-style-type: none"> Calcular la diferencia y el término general de una progresión aritmética Hallar la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética Calcular la razón y el término general de una progresión geométrica Hallar la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica Hallar el término general de algunas sucesiones de fracciones Añadir números entre dos dados de modo que todos ellos formen una progresión aritmética Determinar si una progresión es aritmética o geométrica
50		
4 Proporcionalidad numérica	<ol style="list-style-type: none"> Proporcionalidad directa 74 Proporcionalidad inversa 76 Repartos proporcionales 78 Proporcionalidad compuesta 80 Porcentajes 82 	<ul style="list-style-type: none"> Resolver problemas mediante una regla de tres simple directa Resolver problemas mediante una regla de tres simple inversa Realizar repartos directa o inversamente proporcionales Resolver problemas mediante una regla de tres compuesta Calcular la cantidad repartida conociendo una parte directamente proporcional Calcular la cantidad repartida conociendo una parte inversamente proporcional Calcular el precio inicial conociendo el precio aumentado o rebajado Calcular el precio inicial conociendo el precio final tras varios aumentos o disminuciones Resolver problemas de mezclas
72		
5 Polinomios	<ol style="list-style-type: none"> Monomios 94 Operaciones con monomios 95 Polinomios 96 Operaciones con polinomios 98 Factor común 101 Igualdades notables 102 Factorización de un polinomio 104 	<ul style="list-style-type: none"> Dividir polinomios Dividir un polinomio entre $(x - a)$ (regla de Ruffini) Expresar un polinomio mediante una igualdad notable Factorizar un polinomio Calcular un coeficiente de un polinomio conociendo uno de sus valores numéricos
92		
6 Ecuaciones de primer y segundo grado	<ol style="list-style-type: none"> Ecuaciones 114 Ecuaciones de primer grado 116 Ecuaciones de segundo grado 118 Resolución de problemas mediante ecuaciones 122 	<ul style="list-style-type: none"> Resolver una ecuación de primer grado Estudiar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado Resolver ecuaciones de segundo grado Resolver problemas mediante ecuaciones Resolver ecuaciones en las que un producto de polinomios es igual a cero Resolver ecuaciones de grado mayor que 2 con alguna raíz entera Resolver ecuaciones de segundo grado con paréntesis y denominadores Resolver problemas de edades mediante ecuaciones Resolver problemas de movimiento
112		
7 Sistemas de ecuaciones	<ol style="list-style-type: none"> Ecuaciones lineales 134 Sistemas de ecuaciones lineales 136 Métodos de resolución de sistemas 138 Resolución de problemas mediante sistemas 142 	<ul style="list-style-type: none"> Representar gráficamente las soluciones de una ecuación lineal Determinar gráficamente el número de soluciones de un sistema de ecuaciones Resolver un sistema de ecuaciones lineales Resolver problemas mediante sistemas de ecuaciones Igualar los coeficientes de una incógnita Resolver sistemas con varios denominadores
132		

UNIDAD	SABER	SABER HACER
8 Lugares geométricos. Áreas y perímetros 152	1. Lugares geométricos 154 2. Mediatriz y bisectriz 155 3. Circunferencia 156 4. Ángulos 158 5. Teorema de Pitágoras 159 6. Áreas y perímetros 160	<ul style="list-style-type: none"> • Trazar la circunferencia que pasa por tres puntos no alineados • Calcular el área de un cuadrilátero utilizando el teorema de Pitágoras • Calcular el área de un polígono regular utilizando el teorema de Pitágoras • Calcular el área de una figura plana • Calcular la altura de un triángulo equilátero o isósceles • Calcular el área de un trapecio isósceles del que se conocen sus lados • Calcular el área de un segmento circular
9 Movimientos y semejanzas 174	1. Vectores 176 2. Movimientos en el plano 177 3. Traslaciones y giros 178 4. Simetrías 180 5. Frisos y mosaicos 182 6. Homotecias y semejanza 183 7. Teorema de Tales 184 8. Escalas y mapas 186	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar traslaciones y giros de figuras geométricas • Realizar simetrías de figuras geométricas • Dividir un segmento en partes iguales o proporcionales • Resolver problemas con escalas • Hallar los ejes y el centro de simetría de una figura • Dibujar una figura semejante a otra • Determinar distancias utilizando triángulos en posición de Tales
10 Cuerpos geométricos 196	1. Poliedros 198 2. Prismas. Área 199 3. Pirámides. Área 200 4. Simetrías en los poliedros 202 5. Cuerpos de revolución. Área 203 6. Volumen de cuerpos geométricos 206 7. La esfera terrestre 210	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular el área de un poliedro • Calcular el área de un cuerpo de revolución • Calcular el volumen de un cuerpo geométrico • Resolver problemas de diferencias horarias • Aplicar el teorema de Pitágoras en un cuerpo geométrico • Calcular la altura de un troco de cono • Calcular el área de un tronco de pirámide
11 Funciones 220	1. Concepto de función 222 2. Formas de expresar una función 223 3. Características de una función 226	<ul style="list-style-type: none"> • Representar gráficamente una función • Calcular el dominio de una función • Calcular los puntos de corte de una función • Interpretar el crecimiento y decrecimiento de una función • Estudiar una función • Identificar la gráfica de una función • Construir una tabla de valores a partir de la gráfica de una función • Representar una función conociendo algunas de sus características • Relacionar gráfica con enunciado
12 Funciones lineales y cuadráticas 240	1. Funciones lineales 242 2. Ecuación punto-pendiente 247 3. Ecuación general de una recta 248 4. Funciones cuadráticas 249 5. Aplicaciones 252	<ul style="list-style-type: none"> • Representar gráficamente una función lineal • Determinar la ecuación de una recta representada gráficamente • Representar gráficamente una función cuadrática • Calcular la pendiente de una recta de forma gráfica • Calcular la intersección entre dos funciones lineales • Representar una parábola del tipo $y = ax^2 + c$ a partir de la gráfica de $y = ax^2$ • Interpretar gráficamente dos funciones lineales
13 Estadística 262	1. Variables estadísticas 264 2. Recuento de datos 265 3. Frecuencias. Tablas de frecuencias 266 4. Gráficos estadísticos 268 5. Medidas estadísticas 272	<ul style="list-style-type: none"> • Construir tablas de frecuencias para datos agrupados • Construir un histograma y su polígono de frecuencias • Calcular e interpretar las medidas estadísticas para datos agrupados • Comparar la dispersión de dos variables • Interpretar la media y la desviación típica conjuntamente
14 Probabilidad 284	1. Experimentos aleatorios. Sucesos 286 2. Operaciones con sucesos 288 3. Probabilidad de un suceso. Regla de Laplace 290 4. Frecuencia y probabilidad 293 5. Propiedades de la probabilidad 294	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar el espacio muestral utilizando un diagrama de árbol • Realizar operaciones con sucesos • Calcular probabilidades utilizando la regla de Laplace • Calcular probabilidades utilizando un diagrama de árbol • Calcular probabilidades utilizando las propiedades de la probabilidad • Calcular el número de casos posibles cuando no hay reemplazamiento • Calcular probabilidades en la vida cotidiana

Esquema de la unidad

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

A lo largo de toda la unidad marcamos con iconos aquellos contenidos o actividades en los que se trabajan de manera particular las competencias básicas.

 Competencia matemática, científica y tecnológica

 Competencia social y cívica

 Conciencia y expresión artística

 Iniciativa y emprendimiento

 Comunicación lingüística

 Competencia digital

 Aprender a aprender

Introducción a la unidad: dos elementos básicos, una base sólida y una motivación adecuada.

Las **Claves para empezar** te permitirán recordar aquellos contenidos que te serán útiles para la unidad.

Comenzamos la unidad en torno a la historia, utilidades y curiosidades de algún invento.



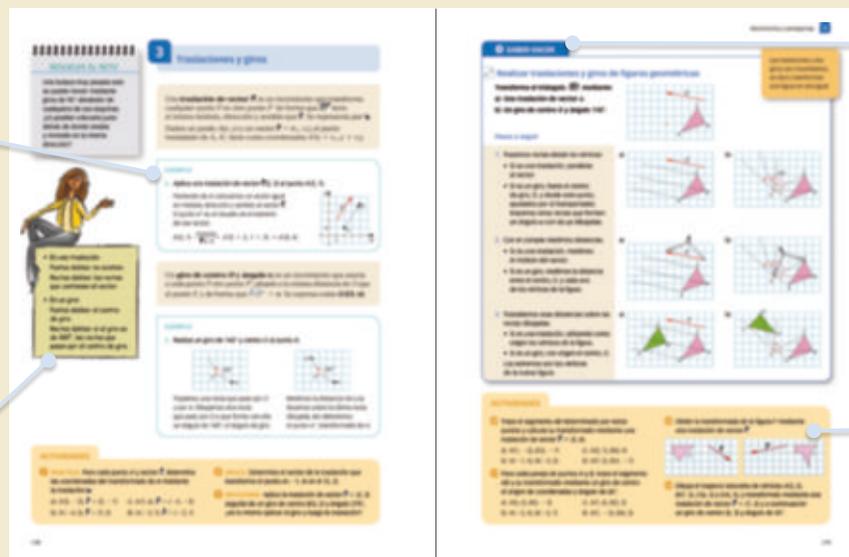
Se especifican los contenidos (**Saber**) y los procedimientos (**Saber hacer**) de la unidad.

La **Vida cotidiana** te propone un ejercicio sencillo, relacionado con la imagen de entrada.

Páginas de contenidos: SABER y SABER HACER como un todo integrado.

Nuestra propuesta para **Saber** son unos textos claros y estructurados. Los **Ejemplos** te ayudarán a afianzar esos saberes.

Junto a los textos encontrarás **informaciones complementarias**. Además, en **Resuelve el reto** pondremos a prueba tus conocimientos y tu razonamiento matemático.



En la parte **Saber hacer** aprenderás, paso a paso, los procedimientos necesarios para tu desarrollo matemático.

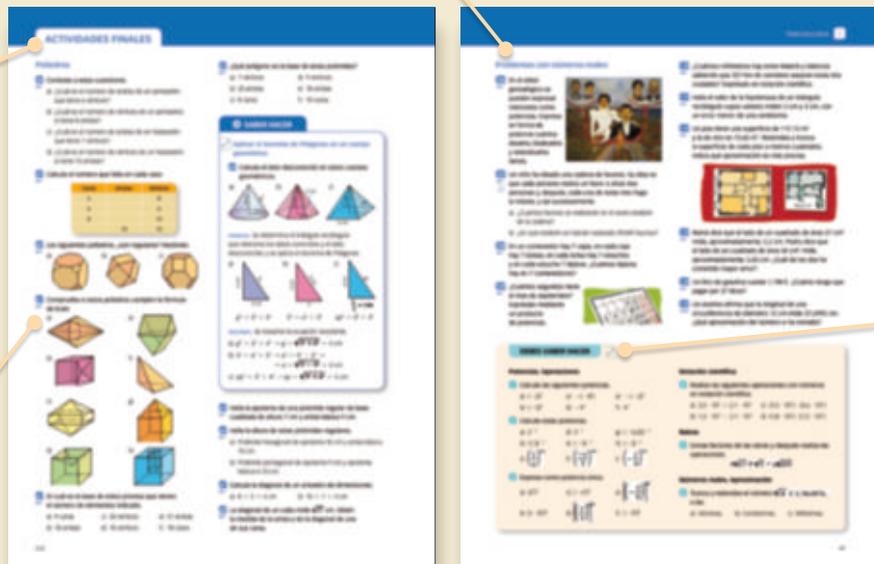
Las actividades te ayudarán a **practicar, aplicar y reflexionar** sobre los conocimientos. Las actividades que acompañan a **Saber hacer** tienen como objetivo afianzar y dominar estos procedimientos.

Páginas de actividades finales: una forma práctica de aprender a aprender.

Las actividades finales terminan con una gran cantidad de **Problemas** que te permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

Nuestras **Actividades finales** están **secuenciadas** para que aproveches de la mejor forma posible la aplicación de los contenidos estudiados.

Cada actividad te informa de la **dificultad** que tiene. Los **Saber hacer** te ayudarán a seguir profundizando en los procedimientos.

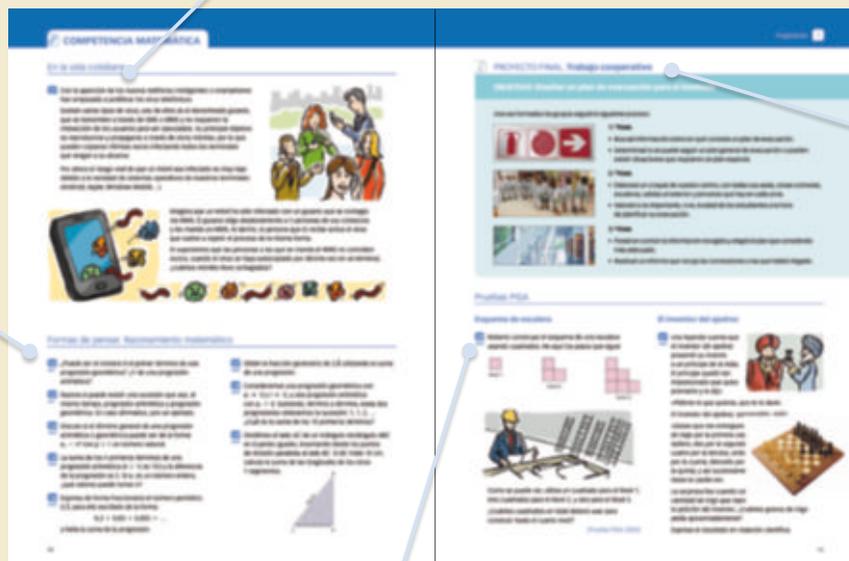


Para finalizar, **Debes saber hacer**. Esta autoevaluación básica te permitirá comprobar si has alcanzado los objetivos mínimos de la unidad.

Páginas de competencia matemática: un paso más en la aplicación de los contenidos aprendidos.

En la vida cotidiana es una actividad relacionada con el invento inicial, donde podrás trabajar con algunos contenidos de la unidad.

Con las **Formas de pensar** pondremos a prueba tu **razonamiento matemático**.



El **Proyecto final** te plantea objetivos que antes o después encontrarás en tu vida diaria. Con él mejorarás tus competencias para el **trabajo cooperativo**.

La unidad finaliza con las **Pruebas PISA**. Estas pruebas internacionales pretenden comprobar tu aprendizaje competencial y conviene que las conozcas.



Descomponer un número en factores primos

Un número entero se puede expresar de forma única como producto de potencias de distintos números primos. A esta expresión se la llama descomposición en factores primos del número.

EJEMPLO

Descompón 12 y 63 en factores primos.

COCIENTES PARCIALES	FACTORES PRIMOS	COCIENTES PARCIALES	FACTORES PRIMOS
12	2	63	3
12 : 2 → 6	2	63 : 3 → 21	3
6 : 2 → 3	3	21 : 3 → 7	7
3 : 3 → 1		7 : 7 → 1	
12 = $\underbrace{2 \cdot 2}_{2^2} \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$		63 = $\underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} \cdot 7 = 3^2 \cdot 7$	

ACTIVIDADES

1 Descompón en factores primos.

- a) 210 b) 270 c) 66 d) 92

Calcular el m.c.d. y el m.c.m. de dos números

- El m.c.d. de varios números se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes elevados al menor de sus exponentes.
- El m.c.m. se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor de sus exponentes.

EJEMPLO

Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 12 y 28 mediante su descomposición en factores.

12	2	28	2
6	2	14	2
3	3	7	7
1		1	
12 = 2 ² · 3		28 = 2 ² · 7	

m.c.d. (12, 28) = 2² = 4

m.c.m. (12, 28) = 2² · 3 · 7 = 84

ACTIVIDADES

2 Descompón estos números en factores primos y calcula su máximo común divisor y su mínimo común múltiplo.

- a) 18 y 20 d) 18 y 32
- b) 28 y 42 e) 48 y 32
- c) 18 y 4 f) 21 y 28

3. Preparación de la pasta química. La madera se trata con diversos productos químicos.

2. Triturado de la madera.

1. Desmenuzado. La madera se divide en trozos muy pequeños.



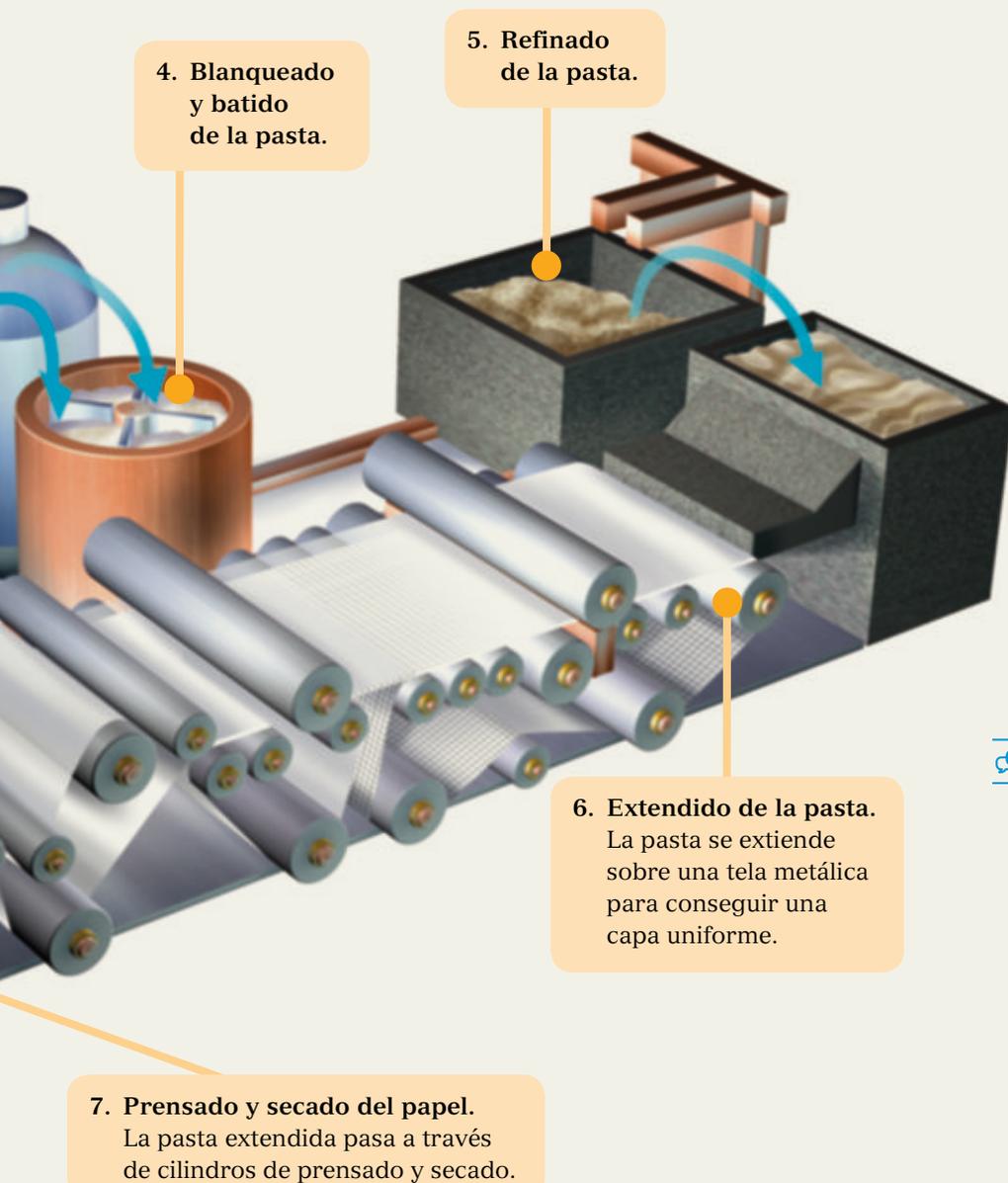
Egipto

En el antiguo Egipto se escribía sobre papiro, un vegetal muy abundante en las riberas del río Nilo.



Números racionales

1



SABER

- Fracciones equivalentes. Fracción irreducible
- Comparación y operaciones con fracciones
- Números decimales y racionales

SABER HACER

- Hallar el término desconocido de una fracción equivalente a otra
- Calcular la fracción irreducible
- Realizar operaciones combinadas con fracciones
- Expresar una fracción mediante un número decimal
- Expresar un número decimal exacto o periódico mediante una fracción



? VIDA COTIDIANA

El papel

Para conseguir un paquete de papel es necesario un tronco de unos 90 cm de alto y 20 cm de diámetro. Si el papel es reciclado, se consume $\frac{3}{5}$ de la energía y $\frac{3}{7}$ del agua necesaria para producir papel nuevo.

- Para fabricar una tonelada de papel se requieren 15 m³ de agua dulce y 9 600 kWh de electricidad. ¿Qué cantidad de agua y electricidad se ahorraría si el papel fuese reciclado?

Asia

En China fabricaban papel a partir de los residuos de la seda, la paja de arroz y el cáñamo, e incluso del algodón.



Europa

En Europa, durante la Edad Media, se utilizó el pergamino. Este consistía en pieles de cabra o de carnero curtidas y preparadas para recibir la tinta.



Año 105

Un empleado del emperador chino Ho Ti fabricó por primera vez un papel a partir de pasta vegetal de caña de bambú, morera y otras plantas, dando origen al papel que conocemos hoy.



1840

En este año se inventó la primera máquina que trituraba madera para fabricar pulpa. Diez años después se descubrió el proceso químico para este fin.

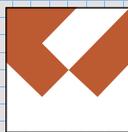


1

Fracciones



¿Qué fracción del cuadrado está coloreada?



Una **fracción** es una expresión $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros y $b \neq 0$. Al número a se le llama **numerador**, y a b , **denominador**.

EJEMPLO

1. Escribe ejemplos de fracciones con:

- a) Sus dos términos positivos. $\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{11}{5}, \dots$
- b) Un término positivo y otro negativo. $\frac{-3}{2}, \frac{6}{-7}, \frac{-9}{4}, \frac{8}{-3}, \dots$
- c) Sus dos términos negativos. $\frac{-5}{-3}, \frac{-2}{-6}, \frac{-12}{-7}, \frac{-18}{-13}, \dots$

Fracciones equivalentes

Dos **fracciones** $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son **equivalentes**, y se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$.



Todo número entero puede expresarse en forma de fracción.

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \dots$$

$$-4 = \frac{-4}{1} = \frac{-8}{2} = \frac{-12}{3} = \dots$$

EJEMPLO

2. Comprueba si estas fracciones son equivalentes.

- a) $\frac{-2}{3}$ y $\frac{8}{-12}$ $\left\{ \begin{array}{l} (-2) \cdot (-12) = 24 \\ 3 \cdot 8 = 24 \end{array} \right. \rightarrow \frac{-2}{3} = \frac{8}{-12}$. Son equivalentes.
- b) $\frac{4}{-5}$ y $\frac{8}{10}$ $\left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot 10 = 40 \\ (-5) \cdot 8 = -40 \end{array} \right. \rightarrow \frac{4}{-5} \neq \frac{8}{10}$. No son equivalentes.

ACTIVIDADES

- 1 **PRACTICA**. Escribe, en cada caso, la fracción que cumple estas características.
- a) El numerador es 3 y el denominador es 4 unidades menor que el numerador.
- b) El numerador es -5 y el denominador es 7 unidades mayor que el numerador.

2 **PRACTICA**. Determina si estas fracciones son equivalentes.

a) $\frac{8}{7}$ y $\frac{4}{17}$

b) $\frac{-6}{5}$ y $\frac{-18}{15}$

3 **APLICA**. Indica las fracciones que sean equivalentes.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{-5}{15}, \frac{-3}{9}, \frac{6}{15}, \frac{4}{12}, \frac{-24}{-40}$$

4 **REFLEXIONA**. Escribe cuatro fracciones equivalentes a estas.

a) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{4}{-3}$

b) $\frac{-4}{3}$

d) $\frac{-4}{-3}$

SABER HACER



Hallar el término desconocido de una fracción equivalente a otra

Calcula el término que falta en cada caso.

a) $\frac{3}{5} = \frac{x}{-20}$

b) $\frac{-8}{12} = \frac{16}{x}$

Pasos a seguir

1. Aplicamos la propiedad que deben cumplir las fracciones equivalentes.

2. Realizamos las operaciones y despejamos el valor desconocido.

a) $\frac{3}{5} = \frac{x}{-20}$

$3 \cdot (-20) = 5 \cdot x$

a) $-60 = 5 \cdot x$

$x = \frac{-60}{5} = -12$

La fracción equivalente a $\frac{3}{5}$ con denominador -20

es $\frac{-12}{-20} = \frac{12}{20}$.

b) $\frac{-8}{12} = \frac{16}{x}$

$(-8) \cdot x = 12 \cdot 16$

b) $(-8) \cdot x = 192$

$x = \frac{192}{-8} = -24$

La fracción equivalente a $\frac{-8}{12}$ con numerador 16

es $\frac{16}{-24} = -\frac{16}{24}$.

Las fracciones del tipo $\frac{-a}{b}$ y $\frac{a}{-b}$ se escriben como $-\frac{a}{b}$.

$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$ se denominan **fracciones negativas**.

Las fracciones del tipo $\frac{-a}{-b}$ se escriben como $\frac{a}{b}$.

$\frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$ se denominan **fracciones positivas**.

ACTIVIDADES

5 Calcula el valor desconocido.

a) $\frac{18}{11} = \frac{72}{x}$

d) $\frac{8}{x} = \frac{72}{9}$

b) $\frac{7}{15} = \frac{x}{60}$

e) $\frac{16}{2} = \frac{32}{x}$

c) $\frac{x}{5} = \frac{12}{15}$

f) $\frac{9}{x} = \frac{45}{25}$

6 Da una fracción equivalente a $\frac{8}{16}$ que tenga:

- a) Como denominador 48.
- b) Como numerador 32.
- c) Como denominador 4.
- d) Como numerador 2.

7 Halla el valor desconocido en cada caso y completa en tu cuaderno.

a) $-2 = \frac{\square}{5}$

d) $8 = \frac{48}{\square}$

b) $6 = \frac{\square}{7}$

e) $-11 = \frac{165}{\square}$

c) $-7 = \frac{\square}{10}$

f) $-15 = \frac{225}{\square}$

8 Escribe cinco fracciones equivalentes a 3 y otras cinco equivalentes a -4 .

9 Halla el valor de x e y.

a) $\frac{x}{24} = \frac{5}{6} = \frac{y}{30}$

b) $\frac{9}{x} = \frac{-27}{6} = \frac{y}{10}$

c) $\frac{x}{4} = \frac{-21}{28} = \frac{6}{y}$

d) $\frac{40}{x} = \frac{8}{3} = \frac{32}{y}$

10 Determina los valores desconocidos y completa en tu cuaderno.

a) $\frac{5}{3} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{24} = \frac{-30}{\square} = \frac{\square}{12}$

b) $\frac{2}{11} = \frac{\square}{121} = \frac{-18}{\square} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{-77}$

c) $\frac{8}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{-4}{3} = \frac{40}{\square} = \frac{\square}{-45}$

d) $\frac{120}{\square} = \frac{-84}{\square} = \frac{\square}{26} = \frac{-6}{13} = \frac{\square}{78}$

11 Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ y otra equivalente a $\frac{9}{4}$ tales que tengan el mismo:

- a) Denominador.
- b) Numerador.

2

Fracción irreducible

RESUELVE EL RETO

Quitando una sola cifra de cada una de estas fracciones las conviertes en irreducibles.

19/95, 26/65, 16/64

2.1. Amplificación y simplificación de fracciones

Existen dos métodos para obtener fracciones equivalentes a una fracción dada:

- **Amplificar.** Consiste en multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por un mismo número, distinto de cero.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

- **Simplificar.** Consiste en dividir el numerador y el denominador de la fracción entre un divisor común a ambos, distinto de la unidad.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

EJEMPLO

3. Escribe fracciones equivalentes a $\frac{12}{16}$ por amplificación y simplificación.

$$\text{Amplificación: } \frac{12}{16} = \frac{12 \cdot 3}{16 \cdot 3} = \frac{36}{48}$$

$$\text{Simplificación: } \frac{12}{16} = \frac{12 : 4}{16 : 4} = \frac{3}{4}$$

2.2. Fracción irreducible

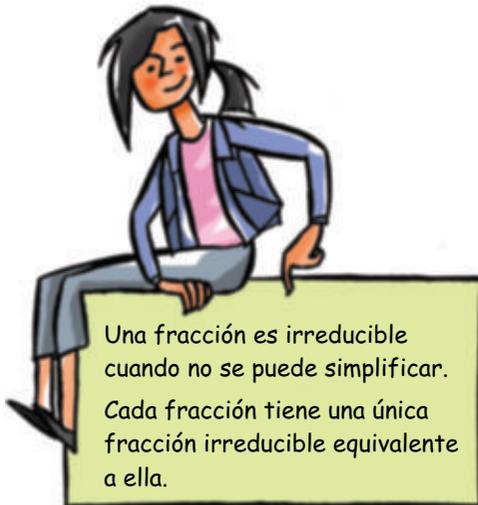
La **fracción irreducible** de una fracción dada es una fracción equivalente a ella en la que el numerador y el denominador no tienen divisores comunes distintos de la unidad.

EJEMPLO

4. Determina si estas fracciones son irreducibles.

$$\text{a) } \frac{14}{27} \rightarrow \begin{cases} 14 = 2 \cdot 7 \\ 27 = 3^3 \end{cases} \quad 27 \text{ y } 14 \text{ no tienen divisores comunes. Es irreducible.}$$

$$\text{b) } \frac{24}{10} \rightarrow \begin{cases} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 10 = 2 \cdot 5 \end{cases} \quad 24 \text{ y } 10 \text{ tienen un divisor común, } 2. \text{ No es irreducible.}$$



ACTIVIDADES

- 12 **PRACTICA.** Obtén dos fracciones equivalentes por amplificación y otras dos por simplificación.

a) $\frac{42}{54}$ b) $\frac{-3}{7}$ c) $\frac{18}{6}$ d) $\frac{100}{-40}$

- 13 **PRACTICA.** Comprueba si son irreducibles.

a) $\frac{34}{93}$ b) $\frac{-132}{48}$ c) $\frac{165}{87}$ d) $\frac{15}{83}$

- 14 **APLICA.** Obtén fracciones equivalentes a estas que tengan un denominador menor.

a) $\frac{-300}{750}$ b) $\frac{242}{726}$ c) $\frac{32}{80}$

- 15 **REFLEXIONA.** Si en una fracción uno de los términos es un número primo, ¿se puede asegurar que es irreducible?

SABER HACER



Calcular la fracción irreducible

Halla la fracción irreducible de estas fracciones.

a) $\frac{16}{40}$

b) $-\frac{28}{56}$

Pasos a seguir

1. Calculamos el m.c.d. del numerador y del denominador de la fracción, sin tener en cuenta el signo de esta.
2. Dividimos el numerador y el denominador de la fracción entre el m.c.d. que hemos calculado.

a) $\left. \begin{array}{l} 16 = 2^4 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{array} \right\}$

m.c.d. (16, 40) = $2^3 = 8$

a) $\frac{16}{40} = \frac{16 : 8}{40 : 8} = \frac{2}{5}$

↑
Fracción irreducible

b) $\left. \begin{array}{l} 28 = 2^2 \cdot 7 \\ 56 = 2^3 \cdot 7 \end{array} \right\}$

m.c.d. (28, 56) = $2^2 \cdot 7 = 28$

b) $-\frac{28}{56} = -\frac{28 : 28}{56 : 28} = -\frac{1}{2}$

↑
Fracción irreducible

La fracción irreducible de una fracción negativa es siempre negativa. De la misma manera, la fracción irreducible de una fracción positiva es positiva.

ACTIVIDADES

16 Obtén la fracción irreducible de estas fracciones.

a) $\frac{50}{60}$

d) $\frac{28}{16}$

b) $\frac{-92}{18}$

e) $\frac{-26}{13}$

c) $\frac{-50}{36}$

f) $\frac{14}{98}$

17 Indica cuáles de las siguientes fracciones no son irreducibles y, en esos casos, calcula la fracción irreducible.

a) $\frac{40}{6}$

d) $\frac{7}{2}$

b) $\frac{28}{15}$

e) $\frac{-25}{16}$

c) $\frac{-9}{18}$

f) $\frac{-50}{3}$

18 Simplifica todo lo que se pueda estas fracciones.

$\frac{105}{126}$	$\frac{-120}{165}$	$\frac{90}{136}$	$\frac{-28}{160}$
-------------------	--------------------	------------------	-------------------



19 ¿De cuál de estas fracciones es $\frac{26}{17}$ la fracción irreducible?

20 Encuentra tres fracciones cuya fracción irreducible sea cada una de las siguientes.

a) $\frac{2}{9}$

d) $\frac{-9}{4}$

b) $\frac{-3}{8}$

e) $\frac{8}{5}$

c) $\frac{7}{6}$

f) $\frac{-2}{3}$

21 Agrupa las fracciones que tengan la misma fracción irreducible.

a) $\frac{50}{75}$ $\frac{12}{18}$ $\frac{15}{10}$ $\frac{18}{27}$ $\frac{36}{24}$ $\frac{90}{60}$ $\frac{30}{20}$ $\frac{10}{15}$ $\frac{45}{30}$

b) $-\frac{42}{24}$ $-\frac{56}{40}$ $-\frac{28}{20}$ $-\frac{45}{36}$ $-\frac{21}{12}$
 $-\frac{20}{16}$ $-\frac{15}{12}$ $-\frac{21}{15}$ $-\frac{10}{8}$

3

Comparación de fracciones

3.1. Reducción a común denominador

Reducir a común denominador dos o más fracciones consiste en obtener otras fracciones equivalentes a ellas que tengan todas el mismo denominador.

Existen infinitos denominadores comunes.

El menor de ellos es el m.c.m. de los denominadores.



EJEMPLO

5. Reduce a común denominador las fracciones $\frac{-2}{15}$ y $\frac{3}{10}$.

Hallamos el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$\left. \begin{array}{l} 15 = 3 \cdot 5 \\ 10 = 2 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (10, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \text{ será el denominador común.}$$

Para hallar el numerador, dividimos el m.c.m. entre el denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador.

$$\frac{-2}{15} = \frac{(-2) \cdot 2}{30} = \frac{-4}{30} \quad \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{30} = \frac{9}{30}$$

3.2. Comparación de fracciones

Para **comparar fracciones**, primero las reducimos a común denominador. Será mayor la fracción que tenga mayor numerador.

EJEMPLO

6. Ordena de menor a mayor estas fracciones: $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{16}$ y $\frac{3}{8}$.

Reducimos a común denominador: m.c.m. (8, 12, 16) = 48

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 4}{48} = \frac{28}{48} \quad \frac{5}{16} = \frac{5 \cdot 3}{48} = \frac{15}{48} \quad \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 6}{48} = \frac{18}{48}$$

$$\frac{15}{48} < \frac{18}{48} < \frac{28}{48} \rightarrow \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{7}{12}$$

ACTIVIDADES

22 PRACTICA. Reduce a común denominador estas fracciones y ordena de menor a mayor.

a) $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{4}$ y $\frac{3}{8}$ d) $\frac{4}{15}$, $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{16}$

b) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{9}$ y $\frac{6}{4}$ e) $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{27}$ y $\frac{5}{6}$

c) $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{5}$ f) $\frac{3}{14}$, $\frac{12}{21}$ y $\frac{1}{7}$

23 APLICA. Ordena de menor a mayor.

$$\frac{4}{5} \quad \frac{-10}{4} \quad \frac{-21}{6} \quad \frac{-15}{9} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{7}{9}$$

24 REFLEXIONA. Encuentra un valor de a que cumpla estas condiciones.

a) $\frac{6}{5} < \frac{a}{5} < \frac{8}{5}$ b) $\frac{a}{2} > -\frac{1}{2}$

4 Operaciones con fracciones

4.1. Suma de fracciones

Para **sumar fracciones con igual denominador** se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Para **sumar fracciones con distinto denominador**, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se suman los numeradores.

EJEMPLO

7. Calcula.

$$\frac{5}{12} + 2 = \frac{5}{12} + \frac{2}{1} \stackrel{\text{m.c.m. (1, 12) = 12}}{=} \frac{5}{12} + \frac{24}{12} = \frac{5 + 24}{12} = \frac{29}{12}$$

4.2. Resta de fracciones

Para **restar fracciones con igual denominador** se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

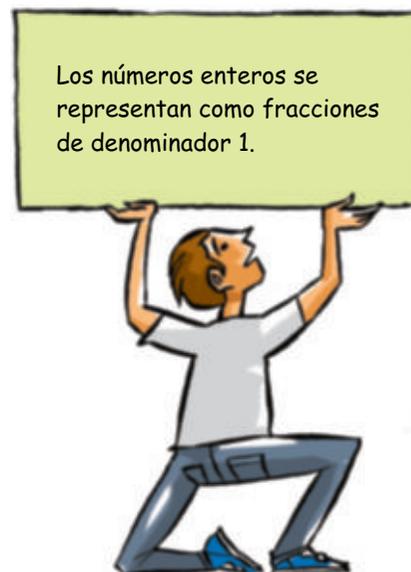
Para **restar fracciones con distinto denominador**, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se restan los numeradores.

EJEMPLO

8. Calcula.

$$\frac{-8}{14} - \frac{6}{10} \stackrel{\text{m.c.m. (10, 14) = 70}}{=} \frac{-40}{70} - \frac{42}{70} \stackrel{\text{Simplificando}}{=} \frac{-40 - 42}{70} = \frac{-82}{70} \stackrel{\text{Simplificando}}{=} \frac{-41}{35} = -\frac{41}{35}$$

Los números enteros se representan como fracciones de denominador 1.



! NO OLVIDES

Al operar con fracciones hay que simplificar el resultado hasta obtener la fracción irreducible.

ACTIVIDADES

25 PRACTICA. Realiza estas sumas y restas.

a) $\frac{5}{3} + \frac{4}{18} + \frac{6}{3}$ c) $\frac{-3}{10} - \frac{9}{10} - \frac{7}{10}$
 b) $\frac{18}{5} + \frac{7}{5} + \frac{8}{5}$ d) $\frac{23}{6} - \frac{11}{6} - \frac{1}{6}$

26 APLICA. Halla el resultado de estas operaciones.

a) $\frac{5}{9} + \frac{3}{10} - 3$ c) $\frac{25}{6} - \frac{11}{8} + \frac{1}{3}$
 b) $\frac{-18}{25} - \frac{1}{5} + 2$ d) $-5 - \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$

27 REFLEXIONA. Completa en tu cuaderno.

a) $\frac{7}{\square} = 1 + \frac{3}{4}$ d) $\frac{\square}{3} = 3 + \frac{1}{3}$
 b) $\frac{16}{9} = \square + \frac{1}{6}$ e) $\frac{25}{7} = 3 + \frac{\square}{7}$
 c) $\frac{14}{5} = 2 + \square$ f) $\frac{25}{8} = 3 + \frac{1}{\square}$

28 REFLEXIONA. Encuentra el error y corrígelo.

a) $\frac{28}{6} = 4 + \frac{1}{6}$ b) $\frac{36}{8} = 4 + \frac{3}{4}$

RESUELVE EL RETO

¿Qué hora del día es si queda del día $\frac{1}{3}$ de las horas que han pasado?

Para operar con fracciones del tipo

$-\frac{a}{b}$ es mejor sustituirlas por $\frac{-a}{b}$.

$$-\frac{5}{3} = \frac{-5}{3}$$



4.3. Multiplicación de fracciones

El **producto de dos o más fracciones** es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores, y como denominador, el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

EJEMPLO

9. Calcula.

$$\text{a) } \frac{-2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{10} = \frac{(-2) \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 10} = \frac{-48}{150} \stackrel{\text{Simplificando}}{=} \frac{-8}{25} = -\frac{8}{25}$$

$$\text{b) } \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \frac{4}{7} = \frac{-5}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{(-5) \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{-20}{21} = -\frac{20}{21}$$

4.4. División de fracciones

Se llama **fracción inversa** de una fracción $\frac{a}{b}$ a la fracción $\frac{b}{a}$.

Para **dividir dos fracciones** se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

EJEMPLO

10. Calcula.

$$\text{a) } \left(-\frac{4}{5}\right) : \frac{6}{3} = \frac{-4}{5} : \frac{6}{3} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{(-4) \cdot 3}{5 \cdot 6} = \frac{-12}{30} = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$$

$$\text{b) } \frac{7}{2} : 3 = \frac{7}{2} : \frac{3}{1} = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{7}{6}$$

ACTIVIDADES

29 **PRACTICA.** Efectúa estas operaciones.

a) $\frac{-4}{5} \cdot \frac{20}{8}$

e) $\frac{8}{12} \cdot \left(-\frac{20}{38}\right)$

b) $\frac{9}{10} : \frac{8}{14}$

f) $\frac{6}{17} : \left(-\frac{6}{27}\right)$

c) $\frac{-32}{9} \cdot \frac{18}{16}$

g) $\left(-\frac{4}{80}\right) : \left(-\frac{8}{46}\right)$

d) $\frac{15}{6} : \frac{2}{4}$

h) $\left(-\frac{7}{22}\right) \cdot \left(-\frac{33}{42}\right)$

30 **APLICA.** Calcula y simplifica el resultado.

a) $\frac{9}{12} \cdot \frac{4}{21} \cdot \frac{7}{33}$

c) $(-5) \cdot \frac{26}{38}$

b) $\frac{56}{14} \cdot \frac{70}{24} : \left(-\frac{6}{28}\right)$

d) $\left(-\frac{2}{90}\right) : (-26)$

31 **REFLEXIONA.** Completa en tu cuaderno.

a) $\left(\frac{5}{6} + \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{\square}{\square} = 1$

b) $\left(\frac{3}{5} - \frac{\square}{10}\right) : \frac{10}{3} = 1$

SABER HACER



Realizar operaciones combinadas con fracciones

Realiza esta operación: $-\frac{1}{3} - \left(\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{10}\right)\right) : 4 + \frac{7}{12}$.

Pasos a seguir

1. Transformamos las fracciones negativas en fracciones con el numerador negativo y añadimos el denominador 1 a los números enteros.
2. Realizamos las operaciones que hay entre paréntesis.
3. Calculamos las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
4. Resolvemos las sumas y las restas, también de izquierda a derecha.

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{3} - \left(\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{10}\right)\right) : 4 + \frac{7}{12} = \\
 &= \frac{-1}{3} - \left(\frac{2}{5} + \frac{-3}{10}\right) : \frac{4}{1} + \frac{7}{12} = \\
 &\quad \text{m.c.m. (5, 10) = 10} \\
 &= \frac{-1}{3} - \left(\frac{4}{10} + \frac{-3}{10}\right) : \frac{4}{1} + \frac{7}{12} = \\
 &\quad \text{m.c.m. (1, 10) = 10} \\
 &= \frac{-1}{3} - \frac{1}{10} : \frac{4}{1} + \frac{7}{12} = \\
 &\quad \text{m.c.m. (10, 4) = 40} \\
 &= \frac{-1}{3} - \frac{1 \cdot 1}{10 \cdot 4} + \frac{7}{12} = \\
 &= \frac{-1}{3} - \frac{1}{40} + \frac{7}{12} = \\
 &\quad \text{m.c.m. (3, 12, 40) = 120} \\
 &= \frac{-40}{120} - \frac{3}{120} + \frac{70}{120} = \frac{-40 - 3 + 70}{120} = \frac{27}{120} = \frac{9}{40}
 \end{aligned}$$

Recuerda la regla de los signos.

$+$	\cdot	$+$	$=$	$+$	$+$	$:$	$+$	$=$	$+$
$-$	\cdot	$-$	$=$	$+$	$-$	$:$	$-$	$=$	$+$
$+$	\cdot	$-$	$=$	$-$	$+$	$:$	$-$	$=$	$-$
$-$	\cdot	$+$	$=$	$-$	$-$	$:$	$+$	$=$	$-$

ACTIVIDADES

32 Realiza estas operaciones.

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{3}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$ | i) $-\frac{4}{7} + \frac{12}{5} - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$ |
| b) $\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{6}$ | j) $-\frac{4}{7} + \left(\frac{12}{5} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$ |
| c) $\frac{7}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6}$ | k) $\frac{4}{7} + \left(-\frac{12}{5}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$ |
| d) $\left(\frac{7}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{6}$ | l) $\left(\frac{4}{7} + \left(-\frac{12}{5}\right)\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$ |
| e) $\frac{5}{3} : \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$ | m) $\frac{2}{7} : \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{6}{4}\right)$ |
| f) $\frac{5}{3} : \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{6}\right)$ | n) $\frac{2}{7} : \left(\left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{8}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{4}\right)$ |
| g) $\frac{2}{7} : \frac{1}{4} - \frac{3}{14}$ | ñ) $\frac{3}{5} - \frac{7}{2} - \frac{8}{5} : \left(-\frac{6}{4}\right)$ |
| h) $\frac{2}{7} : \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{14}\right)$ | o) $\frac{3}{5} - \left(\frac{7}{2} - \frac{8}{5}\right) : \left(-\frac{6}{4}\right)$ |

33 Calcula el resultado de las operaciones. Observa los diferentes resultados cuando se modifica la posición de los paréntesis.

- | | |
|---|---|
| a) $2 \cdot \frac{9}{5} - \frac{3}{2} : \left(\frac{7}{4} + \frac{5}{6}\right)$ | c) $2 \cdot \frac{9}{5} - \left(\frac{3}{2} : \frac{7}{4} + \frac{5}{6}\right)$ |
| b) $2 \cdot \left(\frac{9}{5} - \frac{3}{2}\right) : \frac{7}{4} + \frac{5}{6}$ | d) $\left(2 \cdot \frac{9}{5} - \frac{3}{2}\right) : \frac{7}{4} + \frac{5}{6}$ |

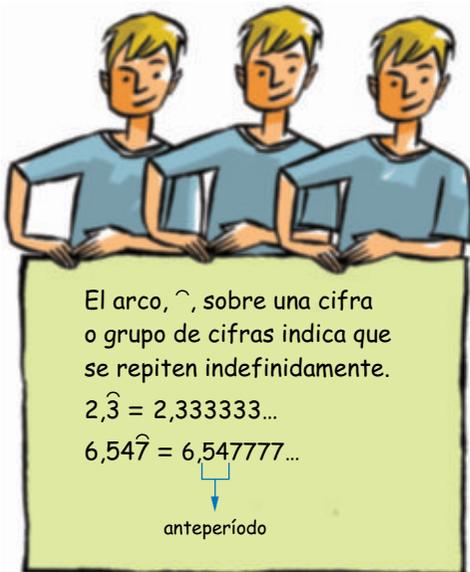
34 Efectúa estas operaciones.

- | |
|--|
| a) $\frac{11}{6} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot 6$ |
| b) $\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{6}{5} - 2$ |
| c) $\frac{4}{9} : \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{-1}{4}\right)$ |
| d) $\left(2 - \frac{1}{2}\right) : \left(4 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{-6}{5}\right)$ |

5

Números decimales

Los números decimales expresan cantidades con unidades incompletas. Un **número decimal** tiene una **parte entera**, situada a la izquierda de la coma, y una **parte decimal**, situada a la derecha.



5.1. Tipos de números decimales

- Un **número decimal** es **exacto** si tiene un número limitado de cifras decimales.
- Un **número decimal** es **periódico** si tiene un número ilimitado de cifras decimales y, además, una o varias cifras se repiten indefinidamente. Esas cifras se llaman **período**. Si las cifras se repiten indefinidamente a partir de la coma, diremos que es **periódico puro**. En caso contrario, es **periódico mixto** y las cifras que no se repiten forman el **anteperíodo**.
- Un **número decimal** es **no exacto y no periódico** si tiene un número ilimitado de cifras decimales y ninguna de ellas se repite indefinidamente.



RESUELVE EL RETO

El frutero vendió la mitad de los melones que llevaba más medio melón. Después se comió el melón que le quedó. ¿Cuántos melones tenía?

EJEMPLO

11. Escribe varios ejemplos de cada tipo de número decimal.
- Decimales exactos: 6,75 9,123456 4,333333
 - Decimales periódicos puros: $7,\bar{6}$ $4,\bar{18}$ $0,\bar{316}$
 - Decimales periódicos mixtos: $8,0\bar{4}$ $5,82\bar{3}$ $1,234\bar{5}$
 - Decimal no exacto ni periódico: 0,123456789101112...

5.2. Expresión de una fracción mediante un número decimal

Para expresar una fracción mediante un número decimal se divide el numerador entre el denominador de la fracción.

Cualquier fracción puede expresarse mediante un número entero, un número decimal exacto o un número decimal periódico.

ACTIVIDADES

35 **PRACTICA.** Clasifica estos números decimales.

- | | |
|-----------------|----------------------|
| a) 9,090909... | f) 1,121122111222... |
| b) 45,7 | g) 5,24678678... |
| c) 2,3333... | h) -3,65 |
| d) 0,0025 | i) 1,11223344... |
| e) 321,03333... | j) 3,2458458... |

36 **APLICA.** Indica qué números decimales representan estas fracciones.

- | | | | |
|--------------------|---------------------|------------------|-------------------|
| a) $\frac{7}{100}$ | b) $\frac{13}{990}$ | c) $\frac{2}{3}$ | d) $\frac{4}{99}$ |
|--------------------|---------------------|------------------|-------------------|

37 **REFLEXIONA.** Escribe un número decimal no exacto y no periódico con las cifras 3, 5 y 8.

SABER HACER



Expresar una fracción mediante un número decimal

Determina el tipo de número decimal que corresponde a cada fracción y calcúlalo.

a) $-\frac{28}{7}$ b) $\frac{34}{40}$ c) $-\frac{11}{15}$

Pasos a seguir

1. Si el numerador es múltiplo del denominador, la expresión decimal es un número entero.
2. En caso contrario, calculamos la fracción irreducible y descomponemos el denominador en factores primos.
3. Si solo aparecen los factores 2 y 5, será un decimal exacto.
4. Si aparecen otros factores, será un decimal periódico.

a) $\frac{-28}{7} \xrightarrow{-28 \text{ es múltiplo de } 7} \text{Número entero}$
 $-28 : 7 = -4 \rightarrow -\frac{28}{7} = -4$

b) $\frac{34}{40} = \frac{17}{20} \leftarrow \text{Fracción irreducible}$
 $20 = 2^2 \cdot 5$

c) $\frac{-11}{15} \leftarrow \text{Fracción irreducible}$
 $15 = 3 \cdot 5$

b) $\frac{34}{40} = \frac{17}{20} \xrightarrow[20 = 2^2 \cdot 5]{\text{Solo factores 2 y 5}} \text{Decimal exacto}$
 $17 : 20 = 0,85 \rightarrow \frac{34}{40} = 0,85$

c) $\frac{-11}{15} \xrightarrow[15 = 3 \cdot 5]{\text{Factores distintos de 2 y 5}} \text{Decimal periódico}$
 $-11 : 15 = 0,7333... \rightarrow -\frac{11}{15} = 0,7\overline{3}$

Una fracción negativa se expresa mediante un número decimal negativo.

ACTIVIDADES

38 Sin realizar la división, clasifica los números decimales que equivalen a estas fracciones.

$\frac{5}{9}$ $\frac{14}{20}$ $\frac{18}{300}$ $\frac{35}{10}$ $\frac{7}{210}$ $\frac{9}{40}$

39 Determina los números decimales que expresan estas fracciones y di cuántas cifras decimales tienen.

a) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{1}{20}$
 b) $\frac{56}{100}$ f) $\frac{2}{40}$
 c) $-\frac{9}{3}$ g) $\frac{16}{55}$
 d) $\frac{73}{8}$ h) $\frac{8}{88}$

40 Indica las cifras que forman el período y el anteperíodo, cuando exista, de los números decimales que se expresan con estas fracciones.

a) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{13}{6}$ e) $\frac{25}{45}$ g) $\frac{37}{12}$
 b) $\frac{1}{45}$ d) $\frac{1}{600}$ f) $\frac{1}{90}$ h) $\frac{49}{18}$

41 Determina el tipo de número decimal que equivale a estas fracciones.

a) $\frac{27}{18}$ c) $\frac{14}{35}$ e) $\frac{2\ 600}{1800}$ g) $\frac{1050}{1485}$
 b) $\frac{2\ 100}{3\ 000}$ d) $\frac{196}{140}$ f) $\frac{48}{120}$ h) $\frac{240}{4\ 800}$



Expresar un número decimal exacto o periódico mediante una fracción

Expresa estos números decimales mediante una fracción.

- a) 4,37 b) $6,\hat{1}$ c) $2,7\hat{8}1$

Pasos a seguir

1. Llamamos A al número decimal que queremos expresar como una fracción.
2. Si es un decimal exacto, multiplicamos la igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene. Para obtener la fracción buscada despejamos A.
3. Si es periódico puro, multiplicamos la igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene el período. Después, restamos a esa expresión la expresión inicial y despejamos A.
4. Si es periódico mixto, multiplicamos la igualdad:
 - Por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene su parte periódica y no periódica.
 - Y por la unidad seguida de tantos ceros como tiene el anteperíodo.
 Restamos las expresiones y despejamos A.

a) $A = 4,37$ b) $A = 6,\hat{1}$ c) $A = 2,7\hat{8}1$

a) $A = 4,37 \rightarrow 100 \cdot A = 100 \cdot 4,37 \rightarrow 100A = 437$
 $\rightarrow A = \frac{437}{100}$

b) $A = 6,\hat{1} \rightarrow 10 \cdot A = 10 \cdot 6,\hat{1} \rightarrow 10A = 61,\hat{1}$

$$\left. \begin{array}{r} 10A = 61,\hat{1} \\ - A = 6,\hat{1} \end{array} \right\} \rightarrow 9A = 55 \rightarrow A = \frac{55}{9}$$

c) $A = 2,7\hat{8}1 \rightarrow 1000 \cdot A = 1000 \cdot 2,7\hat{8}1 \rightarrow 1000A = 2781,\hat{8}1$
 $10 \cdot A = 10 \cdot 2,7\hat{8}1 \rightarrow 10A = 27,\hat{8}1$

$$\left. \begin{array}{r} 1000A = 2781,\hat{8}1 \\ - 10A = 27,\hat{8}1 \end{array} \right\} \rightarrow 990A = 2754 \rightarrow A = \frac{2754}{990} \xrightarrow{\text{Simplificando}} \frac{153}{55}$$

La **fracción generatriz** de un número decimal es la fracción irreducible tal que, al dividir el numerador entre el denominador, el resultado es ese número decimal.

ACTIVIDADES

42 Encuentra la fracción irreducible que corresponde a estos números decimales.

- a) 0,6 f) 5,94
 b) 2,08 g) 652,5
 c) 12,5 h) 0,148
 d) 42,06 i) 100,48
 e) 28,542 j) 0,0008

43 Los números decimales de cada grupo tienen una característica común. Exprésalos en forma de fracción y determina esa característica.

- a) $\{0,\hat{3}; 0,\hat{6}\}$
 b) $\{0,\hat{1}; 0,\hat{2}; 0,\hat{3}; 0,\hat{4}; 0,\hat{5}; 0,\hat{6}; 0,\hat{7}; 0,\hat{8}\}$
 c) $\{0,0\hat{1}; 0,0\hat{2}; 0,0\hat{3}; 0,0\hat{4}; 0,0\hat{5}; \dots\}$
 d) $\{0,0\hat{1}; 0,0\hat{2}; 0,0\hat{3}; 0,0\hat{4}; 0,0\hat{5}; \dots\}$

44 Encuentra la fracción generatriz de estos números decimales.

- a) $3,4\hat{5}$ f) $1,3\hat{5}6$
 b) $0,0\hat{8}$ g) $0,12\hat{5}8$
 c) $24,\hat{7}$ h) $4,4\hat{5}3$
 d) $0,00\hat{7}$ i) $5,6\hat{0}0\hat{5}$
 e) $0,0\hat{0}8$ j) $0,66\hat{7}2$

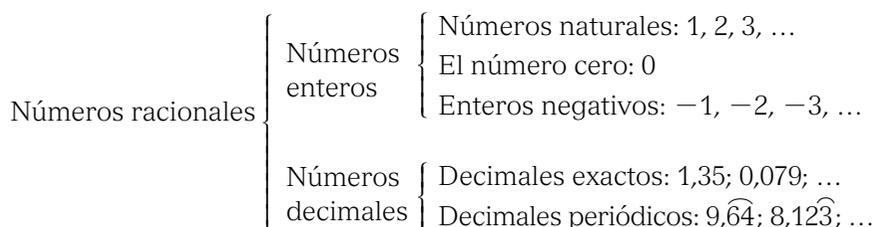
45 Escribe, en cada caso, una fracción que cumpla estos requisitos.

- a) Representa un número decimal exacto con dos cifras decimales.
 b) Representa un número decimal periódico puro con una cifra decimal de período.
 c) Representa un número decimal periódico mixto con una cifra en el anteperíodo y dos cifras periódicas.

6 Números racionales

Al conjunto de todos los números que se pueden expresar mediante fracciones se le llama conjunto de los **números racionales** y se representa por \mathbb{Q} .

Los números naturales, los enteros, los decimales exactos y los decimales periódicos se pueden expresar mediante fracciones.



Los números decimales no exactos y no periódicos no se pueden expresar mediante una fracción y, por tanto, no son racionales. Se denominan **números irracionales**.



EJEMPLO

12. Completa la siguiente tabla con estos números. Ten en cuenta que cada número puede estar colocado en más de una casilla.

0,345 $\hat{1}$ 34,02 -2 -0,33 $\hat{1}$ 0,1 $\overline{234}$ 4 2,1020304050...

Número natural	Número entero	Número decimal exacto	Número decimal periódico	Número decimal no exacto y no periódico	Número racional
4	4	34,02	0,345 $\hat{1}$	2,1020304050...	4
	-2		-0,33 $\hat{1}$		-2
			0,1 $\overline{234}$		34,02
					0,345 $\hat{1}$
					-0,33 $\hat{1}$
					0,1 $\overline{234}$

ACTIVIDADES

46 **PRACTICA.** Clasifica los siguientes números, indicando todos los grupos a los que pertenecen.

- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| a) -4,562 | e) $5,8\overline{75}$ |
| b) $\frac{-4}{9}$ | f) $\frac{10}{5}$ |
| c) $24,09\overline{23}$ | g) -76,43333333... |
| d) 1,23223222322223... | h) $4,\overline{9}$ |

47 **APLICA.** Escribe, en cada caso, tres números racionales que cumplan estas características.

- Son mayores que -1 y menores que 1.
- Su parte entera es 1 y tienen período.
- Son periódicos mixtos menores que 0.

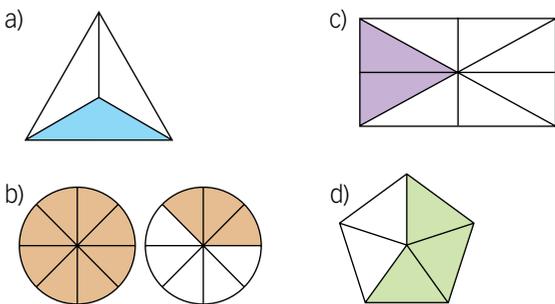
48 **REFLEXIONA.** Escribe tres números irracionales comprendidos entre 0 y 1.

ACTIVIDADES FINALES

Fracciones

- 49 Expresa estos enunciados como una fracción.
- Ocho de cada quince personas utilizan diariamente el teléfono móvil.
 - Juan pide tres trozos de una pizza de diez raciones.
 - De los treinta alumnos de una clase, diecinueve saben tocar un instrumento musical.
 - Mario ha encestado tres de cada cinco lanzamientos.
 - Javier no ha sabido resolver dos de siete problemas.
 - De los nueve bolígrafos que tengo, dos no tienen tinta.

- 50 Escribe la fracción que representa la parte coloreada de cada figura.



SABER HACER

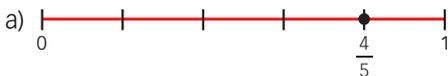


Representar una fracción en la recta numérica

- 51 Representa las fracciones. a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{11}{6}$

- Si el numerador es menor que el denominador.
PRIMERO. Se divide el segmento entre 0 y 1 en tantas partes como indique el denominador, 5.

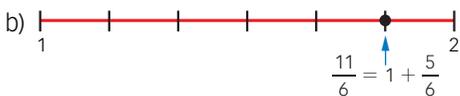
SEGUNDO. Se toman las partes que señale el numerador, 4.



- Si el numerador es mayor que el denominador.
PRIMERO. Se expresa la fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.

$$\frac{11}{5} \left| \frac{6}{1} \right. \quad \frac{11}{6} = 1 + \frac{5}{6}$$

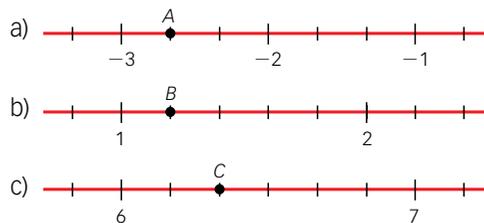
SEGUNDO. La fracción está comprendida entre el cociente y su número siguiente. En este caso es entre 1 y 2. Se representa en este tramo la fracción que aparece en la suma, $\frac{5}{6}$.



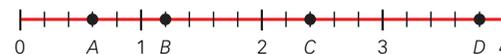
- 52 Representa en la recta numérica estas fracciones.

- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| a) $\frac{3}{5}$ | d) $\frac{23}{7}$ | g) $-\frac{11}{4}$ |
| b) $\frac{5}{6}$ | e) $-\frac{2}{7}$ | h) $\frac{25}{6}$ |
| c) $\frac{24}{3}$ | f) $-\frac{16}{5}$ | i) $-\frac{29}{9}$ |

- 53 ¿Qué fracción representa cada letra?



- 54 Indica la fracción que representa cada letra.



Fracciones equivalentes

- 55 Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes.

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\frac{3}{10}$ y $\frac{21}{70}$ | e) $\frac{7}{10}$ y $\frac{21}{15}$ |
| b) $\frac{3}{7}$ y $\frac{21}{70}$ | f) $-\frac{7}{5}$ y $-\frac{28}{40}$ |
| c) $\frac{3}{8}$ y $\frac{24}{64}$ | g) $-\frac{4}{5}$ y $-\frac{20}{10}$ |
| d) $\frac{6}{10}$ y $\frac{3}{5}$ | h) $\frac{2}{5}$ y $\frac{8}{15}$ |

- 56 Calcula el valor de x para que las fracciones sean equivalentes.

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\frac{x}{12} = \frac{6}{9}$ | e) $\frac{-4}{x} = \frac{32}{16}$ |
| b) $\frac{9}{x} = \frac{6}{4}$ | f) $\frac{-1}{7} = \frac{x}{98}$ |
| c) $\frac{10}{3} = \frac{x}{15}$ | g) $\frac{14}{x} = \frac{42}{9}$ |
| d) $\frac{2}{5} = \frac{120}{x}$ | h) $\frac{-6}{11} = \frac{90}{x}$ |

- 57 Completa en tu cuaderno para que se cumpla la igualdad.

- | |
|---|
| a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{\square} = \frac{\square}{40} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{100}$ |
| b) $\frac{-5}{6} = \frac{-75}{\square} = \frac{\square}{42} = \frac{-25}{\square} = \frac{\square}{60}$ |

58 Obtén, por amplificación, tres fracciones equivalentes a cada una de estas.

- a) $\frac{5}{3}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{-2}{9}$ d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{-3}{7}$

59 Calcula, por simplificación, tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes.

- a) $\frac{-16}{1000}$ c) $\frac{750}{4500}$ e) $\frac{1400}{3430}$
 b) $\frac{540}{72}$ d) $\frac{-270}{900}$ f) $\frac{168}{1008}$

60 Calcula fracciones equivalentes a estas con denominador un número comprendido entre 200 y 300.

- a) $\frac{7}{8}$ b) $\frac{2}{11}$ c) $\frac{9}{5}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{-7}{3}$

61 Halla la fracción irreducible.

- a) $\frac{20}{8}$ b) $\frac{-4}{48}$ c) $\frac{32}{12}$ d) $\frac{-54}{92}$ e) $\frac{-27}{36}$

SABER HACER

Simplificar una fracción factorizando su numerador y denominador

62 Calcula la fracción irreducible de $\frac{180}{168}$.

PRIMERO. Se descomponen el numerador y el denominador en factores primos.

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \qquad 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$

SEGUNDO. Se simplifican los factores comunes.

$$\frac{180}{168} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^3 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 7} = \frac{15}{14} \leftarrow \text{Fracción irreducible}$$

63 Calcula la fracción irreducible descomponiendo numerador y denominador en factores primos.

- a) $\frac{36}{60}$ b) $\frac{108}{48}$ c) $\frac{-225}{125}$ d) $\frac{252}{441}$

64 Señala cuáles de estas simplificaciones de fracciones están mal hechas y razona por qué.

- a) $\frac{22}{13} = \frac{\cancel{11} + 11}{\cancel{11} + 2} = \frac{11}{2}$ c) $\frac{20}{18} = \frac{\cancel{15} + 5}{\cancel{15} + 3} = \frac{5}{3}$
 b) $\frac{22}{14} = \frac{\cancel{2} \cdot 11}{\cancel{2} \cdot 7} = \frac{11}{7}$ d) $\frac{40}{80} = \frac{40 : \cancel{20}}{80 : \cancel{20}} = \frac{2}{4}$

65 Escribe una fracción equivalente a $\frac{1}{6}$ y otra a $\frac{4}{7}$ que tengan el mismo denominador.

66 Escribe una fracción equivalente a $\frac{-7}{3}$ y otra a $\frac{-9}{5}$ que tengan el mismo numerador.

Comparación de fracciones

67 Ordena de menor a mayor estas fracciones.

- a) $\frac{10}{3}, \frac{4}{3}, \frac{16}{3}, -\frac{5}{3}$ y $-\frac{2}{3}$
 b) $\frac{5}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{9}{4}, \frac{7}{4}$ y $\frac{1}{4}$
 c) $\frac{12}{5}, \frac{9}{5}, -\frac{8}{5}, -\frac{6}{5}$ y $\frac{7}{5}$
 d) $-\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{7}{6}$ y $\frac{5}{6}$

68 Ordena de menor a mayor estas fracciones.

- a) $\frac{5}{9}, \frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{7}$ y $\frac{5}{8}$
 b) $\frac{7}{3}, \frac{7}{2}, \frac{7}{5}, \frac{7}{6}$ y $-\frac{7}{9}$
 c) $-\frac{2}{9}, -\frac{2}{7}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{15}$ y $-\frac{2}{11}$
 d) $-\frac{3}{16}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{5}, \frac{3}{7}$ y $-\frac{3}{10}$

SABER HACER

Hallar una fracción comprendida entre otras dos fracciones dadas

69 Escribe una fracción comprendida entre las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$.

PRIMERO. Se suman las dos fracciones.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

SEGUNDO. Se divide el resultado de la suma entre 2.

$$\frac{5}{6} : 2 = \frac{5}{12}$$

La fracción $\frac{5}{12}$ está comprendida entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$.

70 Escribe una fracción comprendida entre:

- a) $\frac{4}{5}$ y $\frac{7}{8}$ d) $-\frac{3}{7}$ y $-\frac{2}{5}$
 b) $\frac{9}{7}$ y $\frac{11}{9}$ e) $\frac{-1}{6}$ y $\frac{1}{5}$
 c) $\frac{7}{6}$ y $\frac{8}{6}$ f) $-\frac{5}{9}$ y $-\frac{6}{9}$

71 Completa en tu cuaderno.

- a) $\frac{1}{2} < \frac{\square}{8} < \frac{5}{8}$ b) $\frac{3}{7} < \frac{3}{\square} < \frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{6} < \frac{\square}{\square} < \frac{7}{8}$

Operaciones con fracciones

72 Efectúa las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{5}{2} - 1$ c) $3 - \frac{8}{3} - \frac{1}{6} + \frac{2}{9}$
 b) $\frac{9}{5} + \frac{3}{10} - \frac{7}{2} - 2$ d) $5 - \frac{5}{6} + \frac{5}{12} - \frac{5}{3}$

73 Calcula el resultado de estas operaciones.

a) $\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(4 + \frac{2}{7}\right)$
 b) $\frac{5}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)$
 c) $-\frac{3}{7} - \left(4 + \frac{7}{8} - \frac{9}{4}\right)$
 d) $\left(9 + \frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{4}{9}\right)$

74 Halla el resultado de estas operaciones.

a) $\frac{5}{9} - \left(\frac{7}{5} - \frac{4}{15}\right) + 2$
 b) $-\frac{4}{25} - \left(\frac{9}{2} + 5\right) - 3$
 c) $-3 - \left(-\frac{6}{5}\right) - \frac{5}{3}$
 d) $\frac{11}{16} - \left(4 - \frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{8}\right)$

75 Completa en tu cuaderno.

a) $\frac{1}{3} + \square = \frac{1}{4}$ c) $\square + \frac{5}{6} = \frac{10}{3}$
 b) $\frac{3}{7} - \square = -\frac{1}{21}$ d) $\square - \frac{5}{12} = -\frac{2}{3}$

76 Resuelve estas operaciones.

a) $6 - \frac{1}{2} : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10}\right)$ d) $\frac{1}{4} + \left(-\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) : \frac{1}{6}$
 b) $\frac{6}{7} - 2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$ e) $\left(-\frac{3}{5} + \frac{7}{6}\right) \cdot \left(3 - \frac{2}{5}\right)$
 c) $\frac{4}{5} : \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{7}{20}$ f) $-\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6}\right)$

77 Calcula.

a) $\frac{5}{4} - \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{4} : \left(-\frac{3}{2}\right)\right]$
 b) $\frac{7}{2} : \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{8}\right) - 1$
 c) $\left[-\frac{1}{5} + \frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{3}{2} + 4\right)\right] : \frac{2}{3}$
 d) $\left[\frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{10}\right)\right] : \left(\frac{2}{5} - 3\right)$

78 Halla el resultado de estas operaciones entre fracciones.

a) $\left(-\frac{10}{3} + 3\right) \cdot (-3) + \frac{1}{4}$
 b) $1 - 2 : \left(\frac{5}{3} - \frac{7}{4}\right) \cdot \frac{1}{3}$
 c) $\left(\frac{9}{2} - \frac{1}{6}\right) : \left[8 + \frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{2}\right)\right]$
 d) $\frac{6}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) : \left(-\frac{3}{2} + \frac{11}{4}\right)$

79 Resuelve estas operaciones.

a) $\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{10}{3}\right) - \left(\frac{1}{9} : \frac{4}{3}\right)$
 b) $\left(1 + \frac{5}{3}\right) - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) - 2$
 c) $\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$
 d) $-\frac{2}{7} - \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right)$

80 Completa los huecos en tu cuaderno.

a) $\frac{1}{3} \cdot \square = \frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \square = \frac{1}{6}$
 b) $\frac{4}{5} : \square = \frac{-4}{6}$ e) $(-5) \cdot \square = -\frac{10}{3}$
 c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \square = \frac{3}{9}$ f) $\frac{4}{5} : \square = -2$

81 Efectúa estas operaciones.

a) $-\frac{1}{6} + \frac{1}{4} : \left(\frac{5}{9} - 3\right) : \frac{3}{2}$
 b) $\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{5}{9} - 3\right) : \frac{3}{2}$
 c) $-\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{4} : \frac{5}{9} - 3\right) : \frac{3}{2}$
 d) $\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4} : \frac{5}{9}\right) - 3 : \frac{3}{2}$

82 Calcula el resultado de estas operaciones con fracciones.

a) $\left[\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)\right] : \left(4 - \frac{2}{3}\right)$
 b) $\left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) : 4 - \frac{2}{3}$
 c) $\left[\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) : 4\right] - \frac{2}{3}$
 d) $\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left[\left(-\frac{2}{9}\right) : 4 - \frac{2}{3}\right]$

Números decimales

83 Indica la parte entera y la parte decimal de estos números. En el caso de los decimales periódicos, señala su período y su anteperíodo.

- a) 1,25
- b) -24,777...
- c) 0,08999...
- d) 19,353535...
- e) -5,678678678
- f) 4,8456767...
- g) 1,010011000111...
- h) -752,5

84 Razona qué tipo de número (entero, decimal exacto o periódico) expresan las siguientes fracciones.

- a) $\frac{27}{36}$
- b) $-\frac{44}{11}$
- c) $\frac{4}{24}$
- d) $\frac{51}{20}$
- e) $-\frac{34}{30}$
- f) $\frac{15}{21}$
- g) $\frac{22}{-1}$
- h) $\frac{21}{420}$
- i) $\frac{19}{90}$

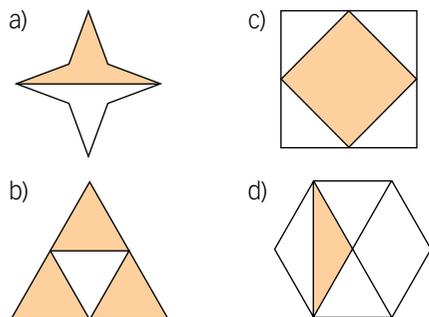
85 Clasifica estos números decimales en racionales e irracionales indicando el criterio que utilizas.

- a) 4,565656...
- b) -3,123456...
- c) $\frac{5}{9}$
- d) 0,040044000...
- e) -1,285
- f) $-\frac{6}{5}$
- g) $\frac{53}{90}$
- h) $\frac{13}{99}$

86 Expresa en forma decimal estas fracciones.

- a) $\frac{1}{30}$
- b) $-\frac{2}{9}$
- c) $\frac{4}{5}$
- d) $\frac{7}{12}$
- e) $-\frac{3}{8}$
- f) $\frac{25}{99}$
- g) $\frac{377}{100}$
- h) $-\frac{1}{990}$
- i) $\frac{9}{50}$

87 Expresa, mediante una fracción y mediante un número decimal, la parte coloreada de cada una de las figuras.



88 Expresa estos números decimales exactos como una fracción irreducible.

- a) 8,4
- b) 76,53
- c) -9,235
- d) 13,0062

89 Ordena de menor a mayor los números de cada uno de los grupos.

- a) $\frac{4}{7}$; $0,5\overline{4}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{1}{2}$; $0,55\overline{4}$
- b) $\frac{6}{5}$; $1,2\overline{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{13}{9}$; $1,23\overline{4}$

90 Encuentra la fracción que corresponde a estos números decimales.

- a) 2,777... b) 5,67878... c) 95,2525... d) 0,076444...

91 Expresa en forma de fracción estos números.

- a) -5
- b) $8,\overline{7}$
- c) $5,6\overline{34}$
- d) 5,84
- e) $0,45\overline{6}$
- f) -0,752
- g) 74
- h) $2,68\overline{25}$
- i) $0,01\overline{25}$

SABER HACER

Resolver operaciones con números de infinitas cifras decimales

92 Calcula esta operación: $4,2 \cdot 3,0\overline{6} - 0,8\overline{67}$

PRIMERO. Se transforman los números decimales en fracciones.

$$4,2 = \frac{42}{10} \quad 3,0\overline{6} = \frac{303}{99} \quad 0,8\overline{67} = \frac{859}{990}$$

SEGUNDO. Se opera con las fracciones.

$$\begin{aligned} 4,2 \cdot 3,0\overline{6} - 0,8\overline{67} &= \frac{42}{10} \cdot \frac{303}{99} - \frac{859}{990} = \\ &= \frac{12726}{990} - \frac{859}{990} = \frac{11867}{990} \end{aligned}$$

93 Transforma estos números decimales en fracciones y realiza la operación.

- a) $5,9 + 8,333...$
- b) $2,333... + 56,444...$
- c) $34,666... - 7,888...$
- d) $9,5777... + 3,75$
- e) $4,8999... + 2,565656...$
- f) $3,1818... + 0,0606...$

94 Calcula el resultado en forma de fracción.

- a) $4,\overline{7} - 2,\overline{83} \cdot 1,5$
- b) $(5,\overline{724} + 1,\overline{9}) : 0,5\overline{4}$
- c) $12,6\overline{4} + 4,\overline{2} : 0,6$
- d) $15,75 - (1,8\overline{6} - 0,\overline{2}) \cdot 3,8$

95 Indica si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, justificando tu respuesta.

- a) Cualquier número decimal puede expresarse en forma de fracción.
- b) Un número entero se puede expresar como una fracción.
- c) En un número decimal periódico, las cifras decimales se repiten indefinidamente después de la coma.
- d) Si un número decimal tiene como período 0, es un número decimal exacto.

ACTIVIDADES FINALES

Problemas con fracciones

- 96 Alejandro y sus 13 amigos han comido cada uno 2 raciones de tarta. Las tartas se sirven divididas en 10 raciones. Escribe, con una fracción, la cantidad de tartas que han comido.
- 97 Un profesor propone 5 actividades y asigna un cuarto de hora para realizarlas. Escribe con una fracción el tiempo, en horas, que le corresponde a cada actividad.



SABER HACER

Calcular una parte de un total

- 98 Un taxista ha llevado hoy a 40 pasajeros. De ellos, $\frac{5}{8}$ eran hombres. ¿Cuántos pasajeros eran mujeres?

PRIMERO. Se calcula la parte del total de pasajeros que eran mujeres.

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \text{ eran mujeres}$$

SEGUNDO. Se halla lo que representa esa parte.

$$\frac{3}{8} \text{ de } 40 = \frac{3}{8} \cdot 40 = \frac{3 \cdot 40}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

Del total de pasajeros, 15 eran mujeres.

- 99 Según las estadísticas, 7 de cada 12 pacientes mejoran con el primer tratamiento asignado por su médico. Calcula cuántos pacientes no mejorarán con el primer tratamiento si cada médico pasa consulta a 540 enfermos.

- 100 Cuatro de cada cinco electrodomésticos que se venden son de color blanco, y una décima parte son negros. Calcula cuántos electrodomésticos blancos y cuántos negros ha vendido un establecimiento de un total de 140 aparatos.

- 101 Unos amigos recorren 105 km en bicicleta.

El primer día hacen $\frac{1}{3}$ del camino, y el segundo día, $\frac{4}{15}$, dejando el resto para el tercero.

¿Cuántos kilómetros recorren cada día?

SABER HACER

Calcular el total conociendo una parte

- 102 Un teatro tiene ocupadas las $\frac{4}{9}$ partes de sus butacas. Si han quedado libres 50, ¿cuántas butacas tiene el teatro en total?

PRIMERO. Se calcula la fracción que representa el dato entero que nos dan.

En este caso se sabe el número de butacas libres.

$$1 - \frac{4}{9} = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \text{ partes están libres.}$$

SEGUNDO. Se llama x al total y se establece la relación entre la fracción que se ha calculado y el dato entero que da el problema.

$$\frac{5}{9} \text{ de } x = 50 \rightarrow \frac{5 \cdot x}{9} = 50$$

TERCERO. Se despeja x .

$$\frac{5x}{9} = 50 \rightarrow 5x = 50 \cdot 9 \rightarrow x = \frac{50 \cdot 9}{5} = 90$$

El aforo del teatro son 90 butacas.

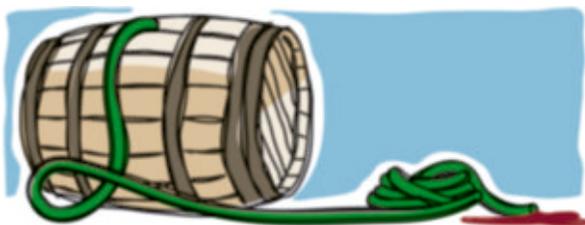
- 103 La octava parte del huerto de Pedro está sembrada con tomates. Si la superficie que no lo está es de 982,5 m², ¿qué superficie total tiene el huerto?



- 104 Una piscina que está llena hasta los $\frac{10}{13}$ de su capacidad, necesita 720 litros para estar completamente llena. Calcula la capacidad de la piscina.

- 105 Un trozo de tela mide 5,4 m y representa las tres séptimas partes del total. ¿Cuál es la longitud total de la tela?

- 106** Una barrica de 12000 ℓ de capacidad se vacía hasta que quedan sus tres décimas partes. ¿Cuántos litros se han extraído?



- 107** Los cinco doceavos del total de los alumnos de un instituto son hijos únicos. Si 322 tienen algún hermano, ¿cuántos son hijos únicos?
- 108** En la clase de Marcos llevan gafas 16 alumnos, que representan las cuatro novenas partes del total. ¿Cuántos alumnos no llevan gafas?
- 109** ¿Cuántas botellas de tres cuartos de litro se necesitan para embotellar 600 ℓ de vino?
- 110** ¿Cuántas botellas de un tercio de litro de refresco hay en 7 ℓ?
- 111** Si una botella de agua pequeña tiene una capacidad de un quinto de litro, ¿cuántas botellas pequeñas podemos llenar con 12 ℓ de agua?
- 112** El hijo de Isabel tiene la mitad de la séptima parte de la edad de su madre. Si Isabel tiene 42 años, ¿cuántos años tiene su hijo?

- 113** Carlos decide hacer un viaje de 210 km en tres etapas. En la primera recorre dos séptimos del total del trayecto, y en la segunda, la tercera parte de lo que queda. ¿Qué distancia recorrerá en la tercera etapa?

- 114** Héctor gastó en la entrada de cine una tercera parte del dinero con el que salió de casa. Con la cuarta parte del dinero compró una bolsa de palomitas y le quedaron 15 €. ¿Con cuánto dinero salió de casa?

- 115** En la biblioteca hay 5000 libros. De ellos, una quinta parte son novelas, y del resto, la mitad son literatura infantil. ¿Cuántos libros de literatura infantil hay?

- 116** En un almacén de fruta, verdura y conservas se utilizan cinco octavas partes del espacio para almacenar fruta y dos terceras partes para almacenar verdura. Las conservas ocupan todo el espacio restante. ¿Qué fracción del total ocupan?



- 117** Con la cuarta parte de una botella de 2 ℓ y una sexta parte de otra botella de tres cuartos de litro se llenan cinco sextas partes de una vasija. ¿Cuál es la capacidad de la vasija?

DEBES SABER HACER



Fraciones equivalentes

- 1** Calcula el valor desconocido para que las fracciones sean equivalentes.

a) $\frac{4}{15} = \frac{x}{60}$ b) $\frac{24}{12} = \frac{8}{x}$ c) $\frac{-3}{10} = \frac{x}{120}$

Fracción irreducible

- 2** Calcula la fracción irreducible.

a) $\frac{52}{72}$ c) $\frac{105}{126}$
 b) $\frac{-165}{90}$ d) $\frac{-132}{68}$

Comparación de fracciones

- 3** Ordena de mayor a menor.

$\frac{5}{9}$ $-\frac{1}{5}$ $\frac{13}{4}$ $\frac{3}{8}$ $-\frac{8}{3}$ $\frac{13}{5}$

Números decimales

- 4** Ordena de menor a mayor.

1,6 $\frac{5}{3}$ $1,6\overline{65}$ $\frac{72}{45}$ $\frac{16}{9}$ $1,\overline{65}$

Operaciones con fracciones

- 5** Realiza estas operaciones.

a) $\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right)$
 b) $\frac{9}{7} - \left[\frac{7}{2} - \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{10}{9}\right]$

- 6** Un granjero quiere vallar un terreno de 2275 m de perímetro. El primer día hace los $\frac{3}{7}$ del trabajo, y el segundo día, los $\frac{2}{5}$. ¿Cuántos metros faltan por vallar?



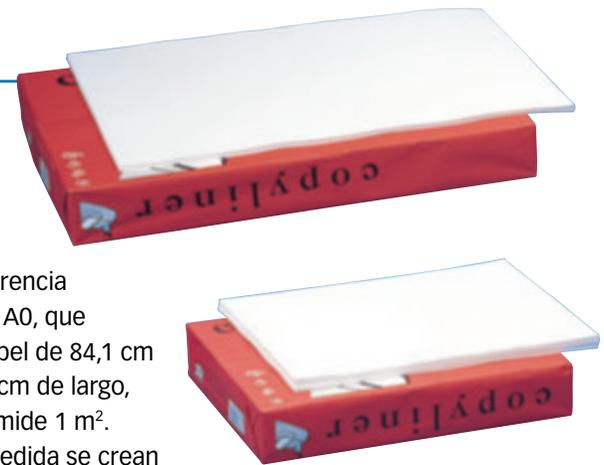
En la vida cotidiana

- 118** La mayoría del papel comercial que se vende corresponde a unos formatos de tamaño establecidos. Son los tamaños DIN A.



El formato de referencia es el denominado A0, que es una hoja de papel de 84,1 cm de ancho y 118,9 cm de largo, y cuya superficie mide 1 m². A partir de esta medida se crean las medidas inferiores.

Cada formato debe tener un lado igual a $\frac{1}{2}$ del lado mayor del formato inmediatamente superior y el otro igual al lado menor de este.

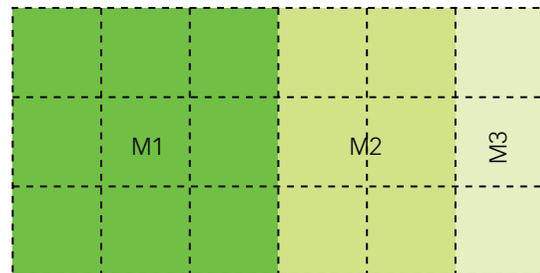


- a) Completa en tu cuaderno las medidas de todos los tamaños de DIN A.

A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
841 × 1189										

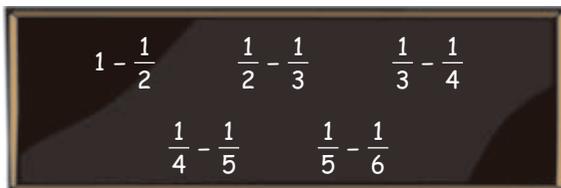
- b) En una empresa de publicidad quieren crear carteles con formatos distintos a los DIN A. Para ello han tomado un DIN A2 y lo han cortado como indica la imagen.

Calcula las dimensiones de los formatos M1, M2 y M3 que han creado.



Formas de pensar. Razonamiento matemático

- 119** Calcula las siguientes diferencias.



- a) Con los resultados, efectúa esta suma.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$$

- b) A la vista de lo obtenido, ¿cuál crees que será el resultado de esta suma?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{1001000}$$

- 120** Si vaciamos estos dos recipientes en una jarra, ¿cuál es la proporción de agua y de vinagre en ella?



MEZCLA
2 partes de agua
1 parte de vinagre

MEZCLA
3 partes de agua
1 parte de vinagre



PROYECTO FINAL. Trabajo cooperativo

OBJETIVO: Comprar una bicicleta

Una vez formados los grupos, seguid este proceso:



1.ª Fase.

- Buscad información sobre las características de los distintos tipos de bicicletas que existen: de paseo, de montaña, de carretera, BMX...
- Decidid los accesorios que necesitaríais para la bicicleta.
- Estableced el tipo de actividad para la que utilizaréis la bicicleta.

2.ª Fase.

- Estudiad, a través de Internet o en tiendas deportivas, los precios de las distintas bicicletas y sus accesorios.
- Determinad un presupuesto al que se tendría que ajustar vuestra compra.

3.ª Fase.

- Poned en común la información recogida y acordad el tipo de bicicleta que responde mejor a vuestros intereses.
- Realizad un informe que recoja las conclusiones a las que habéis llegado.

Pruebas PISA

Tiempo de reacción

121 En una carrera de velocidad, el «tiempo de reacción» es el tiempo que transcurre entre el disparo de salida y el instante en que el atleta abandona el taco de salida. El «tiempo final» incluye tanto el tiempo de reacción como el tiempo de carrera.

En la tabla siguiente figura el tiempo de reacción y el tiempo final de 8 corredores en una carrera de velocidad de 100 metros.

Calle	Tiempo de reacción (s)	Tiempo final (s)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	No acabó la carrera
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13

- Identifica a los corredores que ganaron las medallas de oro, plata y bronce en esta carrera. Completa la tabla siguiente.

Medalla	Calle	Tiempo de reacción (s)	Tiempo final (s)
ORO			
PLATA			
BRONCE			

- Hasta la fecha, nadie ha sido capaz de reaccionar al disparo de salida en menos de 0,110 segundos.

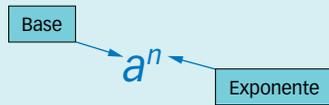
Si el tiempo de reacción registrado para un corredor es inferior a 0,110 segundos, se considera que se ha producido una salida falsa, porque el corredor tiene que haber salido antes de oír la señal.

Si el tiempo de reacción del corredor que ha ganado la medalla de bronce fuera menor, ¿podría haber ganado la medalla de plata? Justifica tu respuesta.

(Prueba PISA 2003)



Cómo se calculan potencias de números enteros



$$2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ veces}} \quad (-2)^5 = \underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_{5 \text{ veces}}$$

EJEMPLO

- Si la base es un número entero positivo, la potencia es siempre positiva.

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

- Si la base es un número entero negativo, la potencia es positiva si el exponente es par, y negativa si el exponente es impar.

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$$

$$(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$$

ACTIVIDADES

- 1 Calcula las siguientes potencias.

a) $(-5)^3$ c) $(-5)^4$ e) $(-1)^9$
 b) 5^3 d) 5^4 f) 1^9

Cómo se calcula la raíz cuadrada de un número racional

El número b es un cuadrado perfecto si existe un número a tal que $a^2 = b$.

La raíz cuadrada de un cuadrado perfecto es una raíz exacta.

La raíz cuadrada de un número que no es un cuadrado perfecto es un número decimal con infinitas cifras decimales no periódicas.

EJEMPLO

Los números 4, 9 y 16,81 son cuadrados perfectos porque:

$$2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4,1^2 = 16,81$$

La raíz cuadrada de estos números es exacta:

$$\sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{16,81} = 4,1$$

Los números 2 y 5 no son cuadrados perfectos porque no existe ningún número que al elevarlo al cuadrado nos dé estos números. Sus raíces cuadradas no son exactas:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242097\dots$$

$$\sqrt{5} = 2,2360679774997896964091736687313\dots$$

ACTIVIDADES

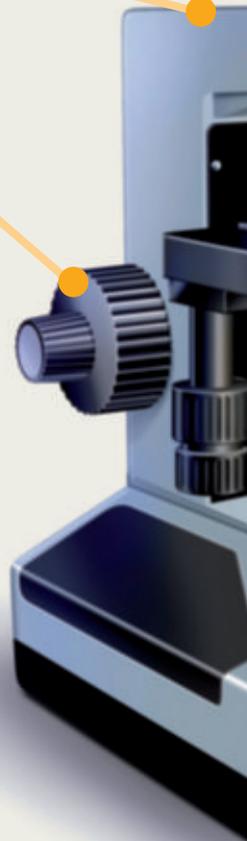
- 2 Calcula estas raíces cuadradas.

a) $\sqrt{16}$ b) $\sqrt{7}$ c) $\sqrt{36}$ d) $\sqrt{10}$ e) $\sqrt{12}$

Cabezal

Brazo

Tornillos:
macrométrico
micrométrico



1610

Según los italianos, Galileo, y según los holandeses, Janssen, nacido en Middelburg, inventan el microscopio.

