PROYECTO SABER HACER

Matemáticas

SERIE **RESUELVE**

ESO 2

El libro Matemáticas para 2.º curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:
José Antonio Almodóvar Herráiz
Araceli Cuadrado Fernández
Lourdes Díaz Ruiz
Carles Dorce Polo
José Carlos Gámez Pérez
Silvia Marín García
Carlos Pérez Saavedra
Marta Redón Gómez
Domingo Sánchez Figueroa

EDICIÓN
José Antonio Almodóvar Herráiz
Silvia Marín García
Laura Sánchez Fernández

EDITOR EJECUTIVO
Carlos Pérez Saavedra

DIRECCIÓN DEL PROYECTO
Domingo Sánchez Figueroa

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

SANTILLANA

Índice

Esquema de la unidad

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

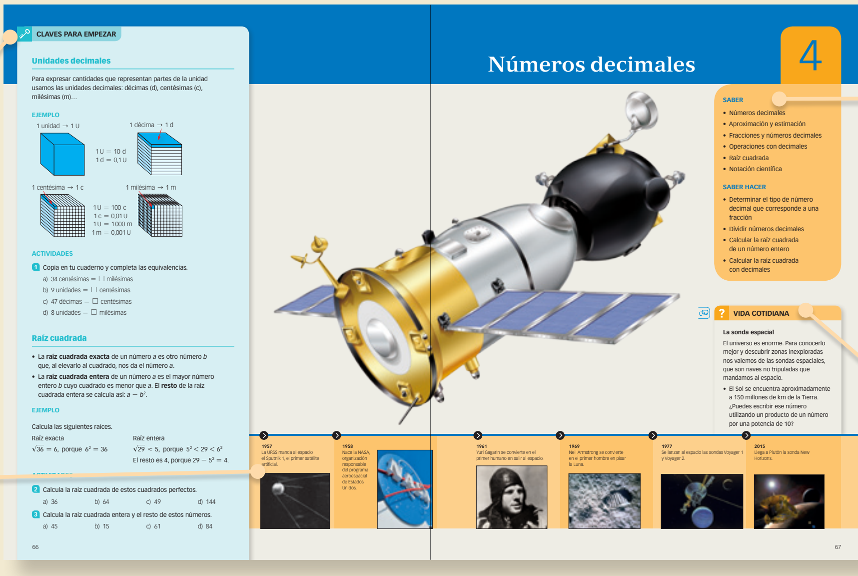
A lo largo de toda la unidad marcamos con iconos aquellos contenidos o actividades en los que se trabajan de manera particular las competencias básicas.

- Competencia matemática, científica y tecnológica
- Competencia social y cívica
- Conciencia y expresión artística
- Iniciativa y emprendimiento
- Comunicación lingüística
- Competencia digital
- Aprender a aprender

Introducción a la unidad: dos elementos básicos, una base sólida y una motivación adecuada.

Las **Claves para empezar** te permitirán recordar aquellos contenidos que te serán útiles para la unidad.

Comenzamos la unidad en torno a la historia, utilidades y curiosidades de algún invento.



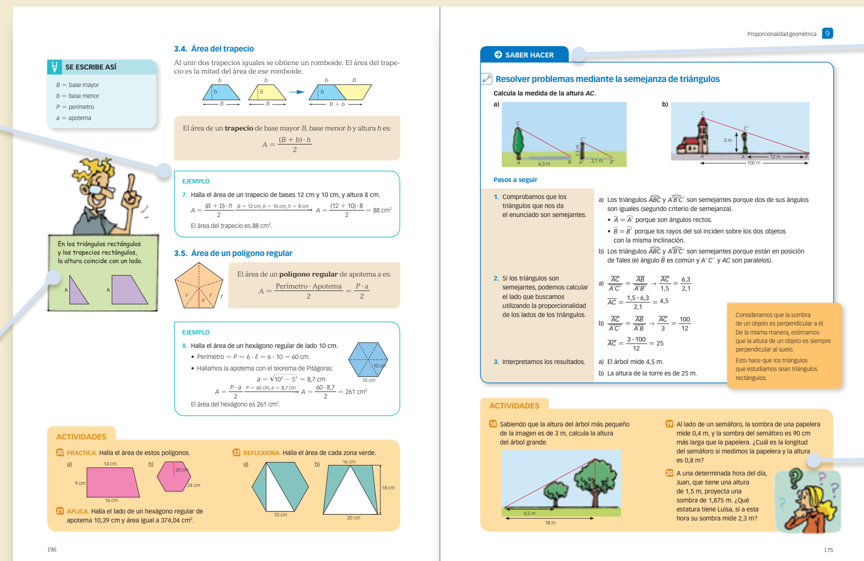
Se especifican los contenidos (**Saber**) y los procedimientos (**Saber hacer**) de la unidad.

Vida cotidiana te propone un ejercicio sencillo, relacionado con la imagen de entrada.

Páginas de contenidos: SABER y SABER HACER como un todo integrado.

Nuestra propuesta para **Saber** son unos textos claros y estructurados. Los **Ejemplos** te ayudarán a afianzar esos saberes.

Junto a los textos encontrarás **informaciones complementarias**. Además, en **Resuelve el reto** pondremos a prueba tus conocimientos, y tu razonamiento matemático.



En la parte **Saber hacer** aprenderás, paso a paso, los procedimientos necesarios para tu desarrollo matemático.

Las actividades te ayudarán a **practicar, aplicar y reflexionar** sobre los conocimientos. Las actividades que acompañan a **Saber hacer** tienen como objetivo afianzar y dominar estos procedimientos.

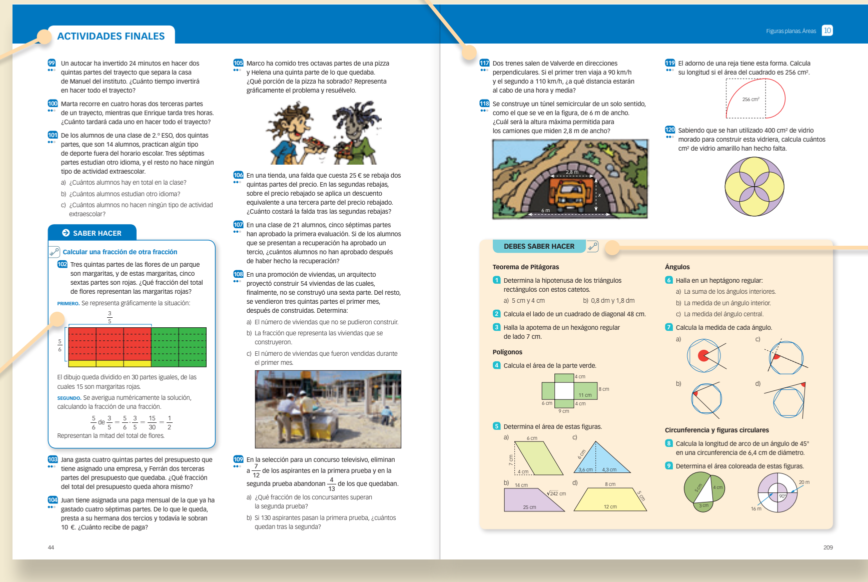
Páginas de actividades finales: una forma práctica de aprender a aprender.

Las actividades finales terminan con una gran cantidad de **Problemas** que te permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

Nuestras **Actividades finales** están **secuenciadas** para que aproveches de la mejor forma posible la aplicación de los contenidos estudiados.

Cada actividad te informa de la **dificultad** que tiene.

Los **Saber hacer** te ayudarán a seguir profundizando en los procedimientos.

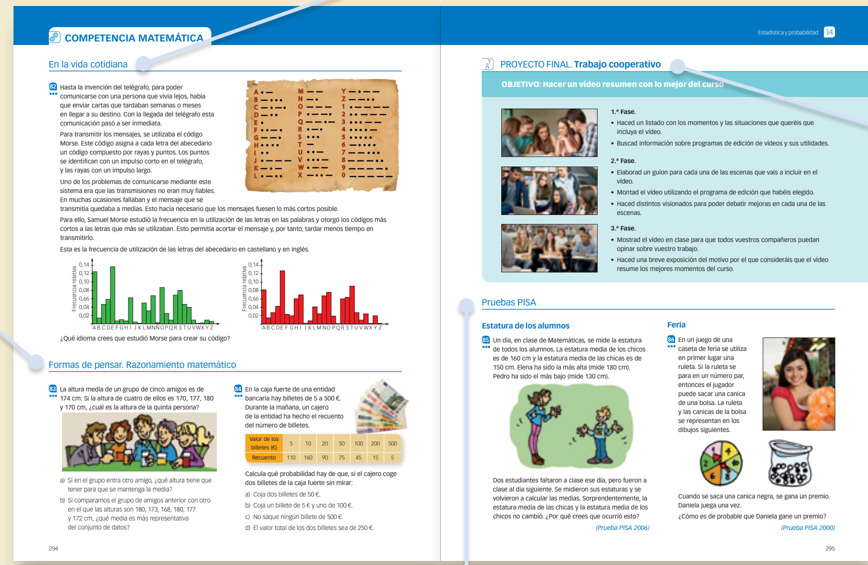


Para finalizar, **Debes saber hacer**. Esta autoevaluación básica te permitirá comprobar si has alcanzado los objetivos mínimos de la unidad.

Páginas de competencia matemática: un paso más en la aplicación de los contenidos aprendidos.

En la vida cotidiana es una actividad relacionada con el invento inicial, donde podrás trabajar con algunos contenidos de la unidad.

Con las **Formas de pensar** pondremos a prueba tu **razonamiento matemático**.



El **Proyecto final** te plantea objetivos que antes o después encontrarás en tu vida diaria. Con él mejorarás tus competencias para el **trabajo cooperativo**.

La unidad finaliza con las **Pruebas PISA**. Estas pruebas internacionales pretenden comprobar tu aprendizaje competencial y conviene que las conozcas.

CLAVES PARA EMPEZAR

Usos de los números enteros

Los números enteros se utilizan en muchas situaciones cotidianas. Los **enteros positivos** expresan situaciones del tipo: recibir, ganar, sumar, aumentar…

Los **enteros negativos** se usan para expresar situaciones del tipo: deber, gastar, restar, disminuir…

EJEMPLO

Observa el número entero asociado a cada situación:

Debo 5 € ▶ −5

Gano 80 € ▶ +80

Estoy a 30 m de profundidad ▶ −30

Estoy a 200 m de altura ▶ +200

ACTIVIDADES

1 Escribe el número entero asociado a cada situación.

a) La temperatura mínima de ayer fue 3 grados bajo cero.

b) Juana tiene 50 € ahorrados.

c) He pedido un préstamo de 500 €.

d) La temperatura aumentó en 8 grados del martes al jueves.

e) El submarino descendió 50 m.

f) Aquel pájaro volaba a 400 m de altura.

Jerarquía de las operaciones con números naturales

Para resolver operaciones combinadas, calculamos siguiendo este orden:

1.º Operaciones que hay dentro de los paréntesis y corchetes.

2.º Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.

3.º Sumas y restas, de izquierda a derecha.

EJEMPLO

$$7 \cdot (8 - 2) : 3 + 9$$
$$= 7 \cdot 6 : 3 + 9 =$$
$$= 42 : 3 + 9 =$$
$$= 14 + 9 = 23$$

ACTIVIDADES

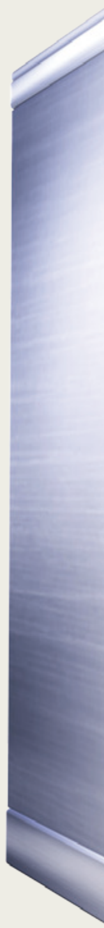
2 Calcula estas operaciones combinadas.

a) $82 - 14 : 2 \cdot 3 + 12 : 3$

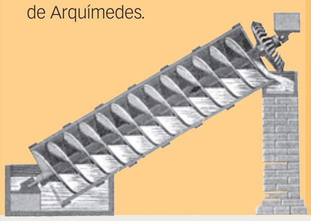
b) $18 : 3 \cdot 5 - 24 : 6 : 2 + 25$

c) $7 \cdot 6 : 21 + 25 : 5 + 16 \cdot 2 : 8$

d) $55 : 5 - (9 : 3) \cdot 3 + 17$



236 a.C.
Arquímedes diseña el primer ascensor de la historia a partir de dos de sus inventos: la polea compuesta y el tornillo de Arquímedes.



1000 d.C.
En al-Ándalus se utiliza un ascensor con fines militares, diseñado para invadir fortalezas.

Se menciona su uso en el *Libro de los secretos* de Ibn Khalaf al-Murad.

Números enteros

1

SABER

- Números enteros. Operaciones con enteros
- Múltiplos y divisores de números enteros
- Factorización de un número entero
- Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

SABER HACER

- Resolver operaciones de suma y resta con paréntesis
- Resolver operaciones combinadas con números enteros
- Calcular todos los divisores de un número
- Factorizar un número
- Resolver problemas utilizando el m.c.d. o el m.c.m.

? VIDA COTIDIANA

El ascensor

El ascensor es una máquina que sirve para trasladarse verticalmente.
La mayoría de nosotros solemos utilizarlo varias veces al día, su uso se hace imprescindible en edificios altos.

- Si hemos aparcado nuestro coche en la planta -3 y subimos por el ascensor a nuestra casa, que está situada en el 5.º piso, ¿cuántas plantas hemos subido?

Siglo XVII
Se empiezan a instalar prototipos de ascensores en palacios de familias adineradas en Francia e Inglaterra.

1851
Waterman inventa el primer montacargas.

1853
Elisha Otis construye el primer ascensor con mecanismo automático de seguridad en caso de avería del cable de sustento.

La compañía que se creó entonces todavía existe, Otis Elevator Company.

1957
Se comienzan a comercializar ascensores con puertas automáticas.

En la actualidad, los ascensores recorren alturas de más de 500 m.

1 Números enteros

SE ESCRIBE ASÍ

Los números enteros positivos se escriben habitualmente sin el signo $+$ delante.

$+5 = 5 \qquad +8 = 8$

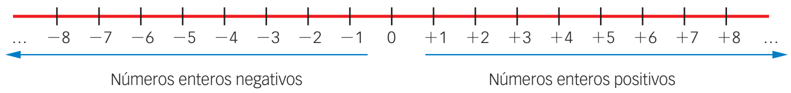
El conjunto de los números enteros se representa con la letra $\mathbb{Z}$ y está formado por:

- Números **enteros positivos**: $+1, +2, +3, +4, +5, \ldots$
- El número cero: 0.
- Números **enteros negativos**: $-1, -2, -3, -4, -5, \ldots$

1.1. Representación en la recta numérica

Los números enteros se representan ordenados en la recta numérica.

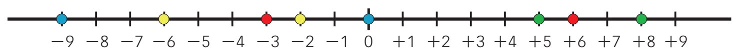
- El cero, 0, divide la recta en dos partes iguales.
- Los enteros positivos se sitúan a la derecha del cero: $+1, +2, +3, \ldots$
- Los enteros negativos se sitúan a la izquierda del cero: $-1, -2, -3, \ldots$

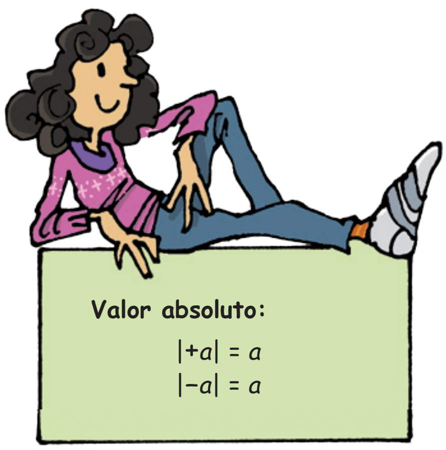


EJEMPLO

1. Representa estos números enteros en la recta numérica:

$$-9, -6, -3, -2, 0, +5, +6, +8$$





1.2. Valor absoluto de un número entero

El **valor absoluto** de un número entero a es el número que se obtiene al prescindir de su signo. Se escribe $|a|$.

EJEMPLO

2. Halla el valor absoluto de -7 y $+5$.

Valor absoluto de $-7 \rightarrow |-7| = 7$ Valor absoluto de $+5 \rightarrow |+5| = 5$

ACTIVIDADES

1. **PRACTICA.** Representa en la recta numérica:

$$-4, +6, -7, +2, -5, +3, -8$$

2. **PRACTICA.** Escribe el valor absoluto de:

a) -9 b) $+6$ c) $+9$ d) -4

3. **APLICA.** ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -20 y $+20$?

4. **REFLEXIONA.** Si dos números enteros, uno positivo y otro negativo, están a la misma distancia del cero, ¿qué relación hay entre sus valores absolutos?

1.3. Opuesto de un número entero

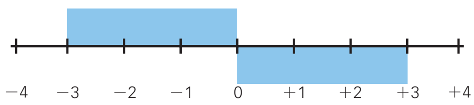
El **opuesto de un número** entero es otro número entero con el mismo valor absoluto pero de signo contrario. El opuesto de *a* se representa como Op (*a*).

EJEMPLO

3. Halla el opuesto de -3 y $+3$. Represéntalos en la recta numérica.

$\text{Op}(-3) = +3$

$\text{Op}(+3) = -3$



Dos números opuestos están en la recta a igual distancia del origen.

SE ESCRIBE ASÍ

Para «mayor que», el símbolo es $>$.

Para «menor que», el símbolo es $<$.

1.4. Comparación de números enteros

Un número entero es mayor que otro cuando está situado más a la derecha que él en la recta numérica.

- En un grupo de enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
- En un grupo de enteros negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto.
- Un número entero positivo es mayor que cualquier entero negativo.
- El cero es mayor que cualquier entero negativo y menor que cualquier entero positivo.

RESUELVE EL RETO

¿Qué es mayor: el valor absoluto del opuesto de un número o el opuesto de su valor absoluto?

EJEMPLO

4. Compara cada pareja de números enteros.

a) $+6$ y $+3$ b) -4 y -9 c) -8 y $+1$

a) $\left.\begin{array}{l} |+6| = 6 \\ |+3| = 3 \end{array}\right\} 6 > 3 \rightarrow +6 > +3$

b) $\left.\begin{array}{l} |-4| = 4 \\ |-9| = 9 \end{array}\right\} 4 < 9 \rightarrow -4 > -9$

c) $-8 < +1$, ya que un entero negativo es menor que cualquier positivo.

ACTIVIDADES

5 PRACTICA. Escribe el opuesto de cada número.

$-6,\ +5,\ -8,\ +9,\ -11,\ +12,\ -4$

6 PRACTICA. Compara cada pareja de números.

a) -3 y $+6$ c) 0 y $+5$ e) $+7$ y $+8$

b) -8 y -2 d) -6 y 0 f) -11 y -9

7 APLICA. Ordena de menor a mayor.

$-7,\ -2,\ +5,\ 0,\ +3,\ -8,\ +4,\ -10$

8 REFLEXIONA. Escribe un número entero y calcula el opuesto de su opuesto.

¿Qué observas? ¿Ocurre siempre lo mismo para cualquier número?

2 Operaciones con números enteros

2.1. Suma y resta de números enteros

Para **sumar dos números enteros**:

- Si los sumandos tienen el **mismo signo**, se suman sus valores absolutos y al resultado se le pone el mismo signo.
- Si tienen **signo diferente**, se restan los valores absolutos y al resultado se le pone el signo del sumando de mayor valor absoluto.

Para **restar dos números enteros**, se suma al primero el opuesto del segundo.

EJEMPLO

5. Calcula.

a) $\underbrace{(+5)+(+9)} = +14$

Mismo signo → $|+5| + |+9| = 5 + 9 = 14$

b) $\underbrace{(+5)+(-9)} = -4$

Distinto signo → $|-9| - |+5| = 9 - 5 = 4$, y ponemos signo $-$.

c) $(+5) - (+9) = (+5) + \text{Op}\,(+9) = (+5) + (-9) = -4$

Para sumar y restar varios números enteros, primero se escriben estos en **forma abreviada**, quitando los paréntesis de los números. Después sumamos los números con signo $+$, sumamos los que tienen signo $-$ y restamos a la suma de los positivos la de los negativos.

EJEMPLO

6. Calcula $(-3) - (+5) - (-9) + (+2)$.

En forma abreviada: $-3 - 5 + 9 + 2$.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Suma de positivos: } 9 + 2 = 11\\ \text{Suma de negativos: } 3 + 5 = 8\end{array}\right\}\text{Resultado: } 11 - 8 = 3$$

ACTIVIDADES

9 PRACTICA. Calcula.

a) $(-3) + (-7)$ c) $(-3) - (-7)$

b) $(+8) + (-4)$ d) $(+8) - (-4)$

10 PRACTICA. Expresa abreviadamente y calcula.

a) $(+3) + (-2) - (-5) - (+2)$

b) $(-1) - (-4) + (+6) - (+2)$

11 APLICA. Calcula.

a) $7 - 2 + 4 - 5 - 1$ c) $-4 - 1 - 5 + 7 + 4$

b) $-3 + 2 - 1 - 6 - 2$ d) $6 + 2 - 3 + 4 - 5$

12 REFLEXIONA. Completa en tu cuaderno.

a) $(+3) + \square = -9$ c) $\square + (-1) = +1$

b) $(-5) - \square = +1$ d) $\square - (-2) = +4$

SABER HACER

Resolver operaciones de suma y resta con paréntesis

Calcula el resultado de esta operación:

$$-5 - (-3 + 2) + (4 - 6)$$

Pasos a seguir

1. Eliminamos los paréntesis.
Si el paréntesis tiene delante un signo −, los signos de los números de dentro cambian.
Si va delante un signo +, los números mantienen su signo.

$$-5 - (-3 + 2) + (4 - 6) =$$

Signo −   Signo +

$$= -5 + \ \ 3 - 2 + 4 - 6$$

2. Calculamos el resultado de la expresión abreviada obtenida como ya sabemos.

Suma de positivos: $3 + 4 = 7$

Suma de negativos: $5 + 2 + 6 = 13$

Resta: $7 - 13 = -6$

$-5 - (-3 + 2) + (4 - 6) = -6$

Para sumar y restar varios números enteros sin paréntesis, también se pueden resolver las operaciones en el orden en que aparecen.

$$\underbrace{-5 + 3}_{=-2} - 2 + 4 - 6 =$$
$$= \underbrace{-2 - 2}_{=-4} + 4 - 6 =$$
$$= \underbrace{-4 + 4}_{=0} - 6 = -6$$

ACTIVIDADES

13 Expresa en forma abreviada y calcula.

a) $(-2) - (-7) - (+4) - (-3) + (+2)$

b) $(+5) - (+4) - (+2) + (-1) + (-3)$

c) $(-1) - (-1) - (+1) + (-1) - (-1)$

d) $(+4) - (+2) - (-5) + (-1) - (-2)$

e) $(-5) - (+3) + (-1) + (+2) - (-5)$

f) $(+1) - (+2) + (+3) - (+7) - (-8)$

14 Calcula.

a) $3 - 6 - 7 + 2 - 4 - 5 + 1$

b) $-2 - 2 - 4 + 6 + 3 + 5$

c) $6 - 1 - 2 - 4 + 5 + 2$

d) $-8 - 1 - 2 + 4 - 1 + 3 - 7$

e) $2 + 3 - 1 + 4 - 6 - 7 + 5$

15 Efectúa estas operaciones eliminando primero los paréntesis.

a) $(4 - 1) - (2 - 3)$

b) $(8 + 2) + (3 - 5)$

c) $(-8 + 10) - (10 - 8)$

d) $(-4 - 5) - (7 + 2)$

e) $(9 - 3) + (5 - 9)$

16 Halla el resultado de estas operaciones.

a) $-9 + (3 - 2 - 1) + 7$

b) $4 + (6 - 3) - (2 - 1)$

c) $-7 - (4 - 6) - (1 + 5)$

d) $5 - (4 + 2 + 3) - 6$

e) $-3 - (-1 - 2 - 3) + (5 - 1)$

17 Calcula.

a) $-8 - (-3 - 2 + 1 - 4) + 5$

b) $2 + (1 + 5 - 6 - 3) - 8$

c) $-1 - (-2 - 3 + 4) - (1 - 5)$

d) $-(2 - 1) + (-4 + 2) - 11$

e) $9 - (2 - 5) + (3 - 1 - 2) - 4 - 7$

f) $-4 + (-1 + 6) - (-2 + 1 - 3 + 5) + 6$

18 Completa estas operaciones para que todas las igualdades sean ciertas.

a) $-1 - (-2 - \square) = 4 = -5 + \square$

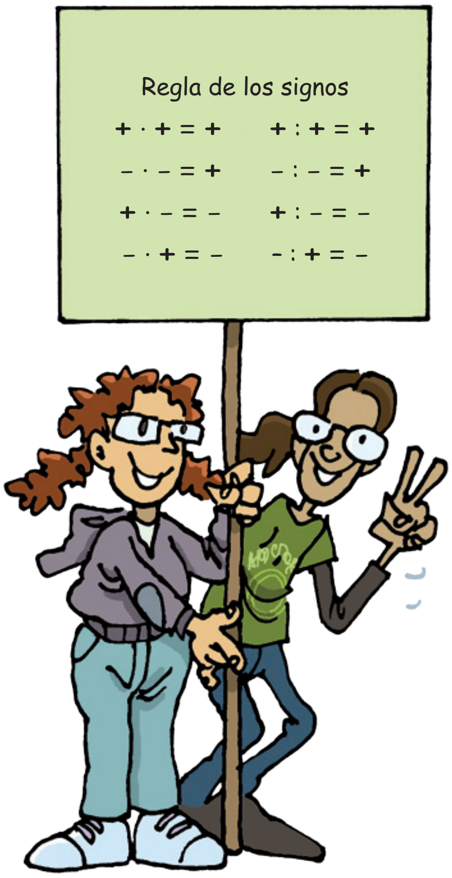
b) $(1 + \square - 3) - 1 = -1 = 6 - \square$

c) $3 - (\square - 1) = -3 = \square + 4$

d) $(5 - \square + 1) - 2 = -4 = \square + 2$

e) $9 + (2 - \square - 3) = 13 = -7 - \square$

2.2. Multiplicación de números enteros



Para **multiplicar dos números enteros**, primero se multiplican sus valores absolutos. El resultado tendrá el signo + si los dos factores tienen el mismo signo y signo − si tienen signos diferentes.

EJEMPLO

7. Calcula.

Mismo signo → Resultado +

a) $(+3) \cdot (+4) = +12$

b) $(-3) \cdot (-4) = +12$

Distinto signo → Resultado −

c) $(+3) \cdot (-4) = -12$

d) $(-3) \cdot (+4) = -12$

Para calcular el producto de varios números enteros, se multiplican sus valores absolutos. El resultado tendrá signo + si el número de factores negativos es par, y tendrá signo − si es impar.

EJEMPLO

8. Calcula.

a) $(+5) \cdot (+8) \cdot (-2) = -80$

b) $(-10) \cdot (+3) \cdot (-5) = +150$

2.3. División de números enteros

Para **dividir dos números enteros**, primero se dividen sus valores absolutos. El resultado tendrá el signo + si los dos factores tienen el mismo signo y signo − si tienen signos diferentes.

EJEMPLO

9. Calcula.

Mismo signo → Resultado +

a) $(+35) : (+7) = +5$

b) $(-35) : (-7) = +5$

Distinto signo → Resultado −

c) $(+35) : (-7) = -5$

d) $(-35) : (+7) = -5$

RESUELVE EL RETO

Encuentra dos números enteros cuyo cociente sea mayor que ellos.

ACTIVIDADES

19 **PRACTICA.** Calcula.

a) $(-7) \cdot (-4)$

b) $(-6) \cdot (+10)$

c) $(+8) \cdot (+9)$

d) $(+4) \cdot (+5)$

20 **PRACTICA.** Divide.

a) $(-63) : (+9)$

b) $(-24) : (-3)$

c) $(-14) : (-2)$

d) $(+35) : (-5)$

21 **APLICA.** Completa.

a) $\square \cdot (-7) = +21$

b) $(+5) \cdot \square = -35$

c) $\square \cdot (+9) = 0$

d) $(+24) : \square = +4$

e) $\square : (-7) = +7$

f) $(-10) : \square = -10$

22 **REFLEXIONA.** Halla el signo de un producto de 99 factores con un tercio de ellos negativos.

SABER HACER

Resolver operaciones combinadas con números enteros

Calcula el resultado de esta operación:

$$(+12) : (-6) - [(-4) : (+2)] : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-6 - 1)$$

Recuerda que al resolver las operaciones que hay entre paréntesis, el resultado queda entre paréntesis.

$2 - (-6 - 1) = 2 - (-7) =$
$= 2 + 7 = 9$

Pasos a seguir

1. Realizamos las operaciones que hay entre paréntesis y corchetes.
2. Calculamos las multiplicaciones y divisiones en el orden en el que aparecen.
3. Calculamos las sumas y restas en el orden en el que aparecen.

$$\begin{aligned}
&(+12) : (-6) - [(-4) : (+2)] : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-6 - 1) = \\
&= (+12) : (-6) - (-2) : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-7) = \\
&= -2 - 1 + 6 - (-7) = \\
&= -3 + 6 + 7 = \\
&= 3 + 7 = \\
&= 10
\end{aligned}$$

ACTIVIDADES

23 Calcula.

a) $(-2) \cdot (-7) : (+14)$

b) $(+12) : (-2) \cdot (+3)$

c) $(-15) : (-3) : (-5)$

d) $(+4) \cdot (+2) - (-5) : (+5)$

e) $(-8) : (+4) - (+16) : (-2)$

f) $6 - (+10) : (-2) + (+9) \cdot (-1)$

24 Completa los huecos en tu cuaderno.

a) $(-12) : (+6) - 1 = 3 - \square$

b) $(+10) \cdot [(+2) : (-2)] = 5 + \square$

c) $6 - (-8) : (+2) = \square - 4$

d) $(+5) \cdot (+3) + 2 = \square + 3$

25 Efectúa estas operaciones.

a) $9 - (+8) : (-4) - 2 + (+3) \cdot (+2)$

b) $[9 - (+8) : (-4)] : (+11) - (+6) : (-3)$

c) $-5 - [4 - 1 + 3] : (+2) - (10 - 8)$

d) $-6 : (3 - 2 - 2) - (1 - 2 + 3)$

e) $4 \cdot [3 - 2 \cdot (-5)] - 12 : 3 + 6 : 2$

f) $5 \cdot (-2) - [10 + 2 \cdot (-4)] : 2 - (-12) : 6$

26 Averigua qué operaciones están bien hechas.

a) $-9 + (8 - 2 - 1) : (-5) = 10$

b) $4 - (-6 - 3) : (-2 - 1) = 1$

c) $(-7 - 1) : 4 - (6 + 2) : (-2) = -6$

d) $(-5 - 1 + 2 + 8) : (-2 - 1 - 1) = -1$

e) $-3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - (5 - 6 + 2) = 13$

27 ¿Qué operaciones dan el mismo resultado?

a) $-8 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 1$

b) $4 - (6 - 2 + 3) \cdot 5$

c) $5 + 6 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 + 2$

d) $(12 - 14 + 6) \cdot (-7) + 2$

e) $2 \cdot (5 - 1 - 7) : 6 - 4$

f) $-9 : (6 + 2 - 1 - 4) - 8$

28 Coloca los paréntesis para que las igualdades sean ciertas.

a) $-1 - 2 \cdot 3 + 4 = -11$

b) $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 3$

c) $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 15$

d) $8 - 3 + 2 + 4 \cdot 6 = 31$

3 Múltiplos y divisores de números enteros

La divisibilidad se suele estudiar solo en los números enteros positivos, ya que para los negativos se cumplen las mismas propiedades.

Si la división $a : b$ es exacta, se cumple que:

a es **múltiplo** de b ⟷ b es **divisor** de a

a es **divisible** por b

El conjunto de todos los múltiplos de un número se obtiene multiplicándolo por los sucesivos números enteros positivos. Se representa por $\dot{a}$. Un número tiene infinitos múltiplos.

$$\dot{a} = \{a \cdot 1, a \cdot 2, a \cdot 3, \ldots\}$$

El conjunto de todos los divisores de un número se obtiene realizando las sucesivas divisiones por los números positivos menores que él y seleccionando aquellos cuya división es exacta. Se representa por Div (a).

EJEMPLOS

10. Calcula los primeros cinco múltiplos de 9.

Múltiplos de 9 → $\dot{9} = \{9 \cdot 1, 9 \cdot 2, 9 \cdot 3, 9 \cdot 4, 9 \cdot 5, \ldots\} = \{9, 18, 27, 36, 45, \ldots\}$

11. ¿Es 8 divisor de 12? ¿Y de 16?

8 no es divisor de 12 porque la división 12 : 8 no es exacta.

8 sí es divisor de 16 porque 16 : 8 = 2.

RESUELVE EL RETO

¿Cuál es el menor múltiplo de un número? ¿Y su menor divisor?

¿Cuál es el mayor divisor de un número?

Un número es **primo** cuando es positivo y sus únicos divisores son él mismo y la unidad. En caso contrario, es **compuesto**.

EJEMPLO

12. Determina si los números 11 y 33 son primos o compuestos.

Div (11) = {1, 11} → Dos divisores: es un número primo.

Div (33) = {1, 3, 11, 33} → Más de dos divisores: es compuesto.

ACTIVIDADES

29 **PRACTICA.** Calcula los cinco primeros múltiplos de cada número.

a) 4 b) 8 c) 19 d) 10 e) 13

30 **PRACTICA.** Calcula un número múltiplo de:

a) 2 y 3 c) 2 y 16 e) 2, 3, 4 y 6

b) 3 y 5 d) 2, 3 y 5 f) 2, 3, 5 y 7

31 **APLICA.** Copia en tu cuaderno y completa.

a) $\dot{\square} = \{3, 6, \square, 12 \ldots\}$

b) Div (□) = {□, 7}

c) Div (□) = {1, 2, 4, 8}

32 **REFLEXIONA.** Dados dos números, ¿podemos hallar el mayor de sus múltiplos comunes?

SABER HACER

Calcular todos los divisores de un número

Halla todos los divisores de 48.

Pasos a seguir

1. Dividimos el número entre los números naturales (1, 2, 3…) hasta llegar a una división en la que el cociente sea menor que el divisor.

Dividendo	Divisor	Resto	Cociente
48	1	0	48
48	2	0	24
48	3	0	16
48	4	0	12
48	5	3	9
48	6	0	8
48	7	6	6

Paramos de dividir, el cociente es menor que el divisor $6 < 7$

2. De cada división exacta, obtenemos dos divisores de ese número: el divisor y el cociente.

48 : 1 = 48 → 1 y 48 son divisores de 48.
48 : 2 = 24 → 2 y 24 son divisores de 48.
48 : 3 = 16 → 3 y 16 son divisores de 48.
48 : 4 = 12 → 4 y 12 son divisores de 48.
48 : 6 = 8 → 6 y 8 son divisores de 48.

El resto de divisiones no son exactas.

Los divisores de 48 son:

Div (48) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}

Si ordenas los divisores de un número y multiplicas los que están en sus extremos, obtienes ese número.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

48
48
48
48
48

ACTIVIDADES

33 Halla todos los divisores de estos números y averigua cuáles son primos.

a) 18 d) 80 g) 42
b) 31 e) 79 h) 41
c) 32 f) 37 i) 96

34 Calcula todos los divisores de estos números y averigua cuáles son primos.

a) 199 c) 582 e) 856
b) 424 d) 603 f) 1 021

35 Estos son todos los divisores de un número. Completa en tu cuaderno los que faltan. ¿De qué número se trata en cada caso?

a) {1, □, □, 8} c) {1, 2, 3, 5, □, 10, 15, □}
b) {1, 5, □} d) {□, 2, 4, □, 8, 10, □, 40}

36 Halla los divisores de 24 y de 30. ¿Qué números aparecen en las dos listas? ¿Cuál es el mayor de sus divisores comunes?

37 ¿Tienen algún divisor común estas parejas de números?

a) 24 y 49 b) 48 y 95 c) 33 y 102

38 Razona si es verdadero o falso.

a) Todo múltiplo de un número es mayor que ese número.
b) Todo número es divisor de su doble y de su triple.
c) Existe un número que es divisor de todos los números.
d) Todos los números impares son primos.
e) Todos los números primos, salvo el 2, son impares.

39 María tenía un montón de lápices. Al agruparlos de 3 en 3 le ha sobrado 1. ¿Cuántos lápices puede tener María? Escribe cinco posibles soluciones.

40 Marcos quiere repartir 60 DVD en cajas de manera que en todas haya el mismo número de DVD y no sobre ninguno.

a) ¿Cuántos DVD puede poner en cada caja?
b) ¿Cuántas cajas obtendrá en cada caso?