



# Matemáticas

SERIE **RESUELVE**

El libro Matemáticas para 2.º curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:

**José Antonio Almodóvar Herráiz**

**Araceli Cuadrado Fernández**

**Lourdes Díaz Ruiz**

**Carles Dorce Polo**

**José Carlos Gámez Pérez**

**Silvia Marín García**

**Carlos Pérez Saavedra**

**Marta Redón Gómez**

**Domingo Sánchez Figueroa**

EDICIÓN

**José Antonio Almodóvar Herráiz**

**Silvia Marín García**

**Laura Sánchez Fernández**

EDITOR EJECUTIVO

**Carlos Pérez Saavedra**

DIRECCIÓN DEL PROYECTO

**Domingo Sánchez Figueroa**

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

# Índice

UNIDAD	SABER	SABER HACER
<b>1</b> Números enteros	1. Números enteros 8 2. Operaciones con números enteros 10 3. Múltiplos y divisores de números enteros 14 4. Factorización de un número entero 16 5. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo 18	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver operaciones de suma y resta con paréntesis</li> <li>• Resolver operaciones combinadas con números enteros</li> <li>• Calcular todos los divisores de un número</li> <li>• Factorizar un número</li> <li>• Resolver problemas utilizando el m.c.d. o el m.c.m.</li> <li>• Sacar factor común en operaciones con números enteros</li> <li>• Calcular un múltiplo de un número comprendido entre otros dos números</li> <li>• Calcular una cifra para que un número sea divisible entre otro</li> <li>• Saber si dos números son primos entre sí</li> </ul>
6		
<b>2</b> Fracciones	1. Fracciones 30 2. Fracciones equivalentes 31 3. Comparación de fracciones 34 4. Operaciones con fracciones 35 5. Operaciones combinadas con fracciones 38	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular la fracción irreducible de una fracción dada</li> <li>• Resolver operaciones con fracciones negativas</li> <li>• Resolver operaciones combinadas con fracciones</li> <li>• Calcular un término desconocido para que dos fracciones sean equivalentes</li> <li>• Operar con fracciones que tienen una operación en el numerador y el denominador</li> <li>• Calcular una parte de un total</li> <li>• Calcular el total si conocemos una parte</li> <li>• Calcular una fracción de otra fracción</li> </ul>
28		
<b>3</b> Potencias y raíz cuadrada	1. Potencias de números enteros 50 2. Potencias de fracciones 52 3. Operaciones con potencias 53 4. Raíz cuadrada de números enteros 56 5. Raíz cuadrada de fracciones 58	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular el valor de la potencia de un número entero</li> <li>• Calcular el producto o el cociente de potencias</li> <li>• Calcular la raíz cuadrada de un número</li> <li>• Resolver operaciones combinadas con potencias y raíces</li> <li>• Resolver operaciones con potencias cuando las bases tienen factores primos comunes</li> <li>• Formar un cuadrado con un número de elementos determinado</li> </ul>
48		
<b>4</b> Números decimales	1. Números decimales 68 2. Aproximación y estimación 69 3. Fracciones y números decimales 70 4. Operaciones con números decimales 72 5. Raíz cuadrada. Aproximación decimal 74 6. Notación científica 77	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar el tipo de número decimal que corresponde a una fracción</li> <li>• Dividir números decimales</li> <li>• Calcular la raíz cuadrada de un número entero</li> <li>• Calcular la raíz cuadrada con decimales</li> <li>• Determinar números decimales comprendidos entre dos números</li> <li>• Multiplicar y dividir números decimales por la unidad seguida de ceros</li> </ul>
66		
<b>5</b> Expresiones algebraicas	1. Expresiones algebraicas 86 2. Monomios 87 3. Operaciones con monomios 88 4. Polinomios 90 5. Operaciones con polinomios 91 6. Igualdades notables 94	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver operaciones combinadas con monomios</li> <li>• Extraer factor común en un polinomio</li> <li>• Expresar un polinomio como cuadrado de una suma o una diferencia</li> <li>• Expresar un polinomio como producto de una suma por una diferencia</li> <li>• Expresar algebraicamente algunas relaciones geométricas</li> <li>• Calcular un coeficiente de un polinomio conociendo uno de sus valores numéricos</li> <li>• Resolver operaciones combinadas con polinomios</li> </ul>
84		
<b>6</b> Ecuaciones de primer y segundo grado	1. Igualdades algebraicas 106 2. Elementos de una ecuación 107 3. Ecuaciones de primer grado 108 4. Ecuaciones de segundo grado 112 5. Resolución de problemas mediante ecuaciones 116	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver ecuaciones de primer grado</li> <li>• Resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis</li> <li>• Resolver ecuaciones de primer grado con denominadores</li> <li>• Estudiar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado</li> <li>• Resolver ecuaciones de segundo grado</li> <li>• Resolver problemas utilizando ecuaciones</li> <li>• Resolver ecuaciones con un solo denominador</li> <li>• Resolver ecuaciones que son una igualdad de fracciones</li> <li>• Resolver ecuaciones de segundo grado con paréntesis y denominadores</li> </ul>
104		
<b>7</b> Sistemas de ecuaciones	1. Ecuaciones lineales 128 2. Sistemas de ecuaciones lineales 130 3. Resolución de sistemas de ecuaciones 131 4. Métodos de resolución de sistemas 132 5. Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones 136	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular soluciones de una ecuación lineal</li> <li>• Resolver un sistema de ecuaciones lineales</li> <li>• Resolver problemas utilizando sistemas de ecuaciones</li> <li>• Resolver un sistema por reducción cuando los coeficientes no son múltiplos</li> <li>• Resolver un sistema de ecuaciones con paréntesis y denominadores</li> <li>• Expresar enunciados mediante ecuaciones con dos incógnitas</li> </ul>
126		



# Esquema de la unidad

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

A lo largo de toda la unidad marcamos con iconos aquellos contenidos o actividades en los que se trabajan de manera particular las competencias básicas.

- Competencia matemática, científica y tecnológica
- Competencia social y cívica
- Conciencia y expresión artística
- Iniciativa y emprendimiento
- Comunicación lingüística
- Competencia digital
- Aprender a aprender

## Introducción a la unidad: dos elementos básicos, una base sólida y una motivación adecuada.

Las **Claves para empezar** te permitirán recordar aquellos contenidos que te serán útiles para la unidad.

Comenzamos la unidad en torno a la historia, utilidades y curiosidades de algún invento.

Se especifican los contenidos (**Saber**) y los procedimientos (**Saber hacer**) de la unidad.

**Vida cotidiana** te propone un ejercicio sencillo, relacionado con la imagen de entrada.

## Páginas de contenidos: SABER y SABER HACER como un todo integrado.

Nuestra propuesta para **Saber** son unos textos claros y estructurados. Los **Ejemplos** te ayudarán a afianzar esos saberes.

Junto a los textos encontrarás **informaciones complementarias**. Además, en **Resuelve el reto** pondremos a prueba tus conocimientos, y tu razonamiento matemático.

En la parte **Saber hacer** aprenderás, paso a paso, los procedimientos necesarios para tu desarrollo matemático.

Las actividades te ayudarán a **practicar, aplicar y reflexionar** sobre los conocimientos. Las actividades que acompañan a **Saber hacer** tienen como objetivo afianzar y dominar estos procedimientos.

## Páginas de actividades finales: una forma práctica de aprender a aprender.

Nuestras **Actividades finales** están **secuenciadas** para que aproveches de la mejor forma posible la aplicación de los contenidos estudiados.

Cada actividad te informa de la **dificultad** que tiene. Los **Saber hacer** te ayudarán a seguir profundizando en los procedimientos.

Las actividades finales terminan con una gran cantidad de **Problemas** que te permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

The image shows two pages from a mathematics textbook. The left page is titled 'ACTIVIDADES FINALES' and contains several numbered problems (1-10) involving fractions, geometry, and real-world scenarios like a pizza and a park. The right page is titled 'DEBES SABER HACER' and includes a 'Teorema de Pitágoras' section with problems 1-3, a 'Ángulos' section with problems 1-4, and a 'Circunferencia y figuras circulares' section with problems 1-2. There are also diagrams of geometric shapes and a small illustration of a group of people.

Para finalizar, **Debes saber hacer**. Esta autoevaluación básica te permitirá comprobar si has alcanzado los objetivos mínimos de la unidad.

## Páginas de competencia matemática: un paso más en la aplicación de los contenidos aprendidos.

En la **vida cotidiana** es una actividad relacionada con el invento inicial, donde podrás trabajar con algunos contenidos de la unidad.

Con las **Formas de pensar** pondremos a prueba tu **razonamiento matemático**.

The image shows two pages from a mathematics textbook. The left page is titled 'COMPETENCIA MATEMÁTICA' and features a section 'En la vida cotidiana' with a problem about Morse code, a bar chart showing letter frequency, and a 'Formas de pensar. Razonamiento matemático' section with problems 1-4. The right page is titled 'PROYECTO FINAL. Trabajo cooperativo' and includes an objective, a list of tasks (1-3), and a 'Pruebas PISA' section with a problem about height and a 'Feria' section with a problem about a game. There are also images of a group of people and a game board.

El **Proyecto final** te plantea objetivos que antes o después encontrarás en tu vida diaria. Con él mejorarás tus competencias para el **trabajo cooperativo**.

La unidad finaliza con las **Pruebas PISA**. Estas pruebas internacionales pretenden comprobar tu aprendizaje competencial y conviene que las conozcas.



## Usos de los números enteros

Los números enteros se utilizan en muchas situaciones cotidianas. Los **enteros positivos** expresan situaciones del tipo: recibir, ganar, sumar, aumentar...

Los **enteros negativos** se usan para expresar situaciones del tipo: deber, gastar, restar, disminuir...

### EJEMPLO

Observa el número entero asociado a cada situación:

Debo 5 € ► -5

Gano 80 € ► +80

Estoy a 30 m de profundidad ► -30

Estoy a 200 m de altura ► +200

### ACTIVIDADES

- Escribe el número entero asociado a cada situación.
  - La temperatura mínima de ayer fue 3 grados bajo cero.
  - Juana tiene 50 € ahorrados.
  - He pedido un préstamo de 500 €.
  - La temperatura aumentó en 8 grados del martes al jueves.
  - El submarino descendió 50 m.
  - Aquel pájaro volaba a 400 m de altura.

## Jerarquía de las operaciones con números naturales

Para resolver operaciones combinadas, calculamos siguiendo este orden:

- Operaciones que hay dentro de los paréntesis y corchetes.
- Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.
- Sumas y restas, de izquierda a derecha.

### EJEMPLO

$$\begin{aligned}
 & 7 \cdot (8 - 2) : 3 + 9 \\
 = & 7 \cdot 6 : 3 + 9 = \\
 = & 42 : 3 + 9 = \\
 = & 14 + 9 = 23
 \end{aligned}$$

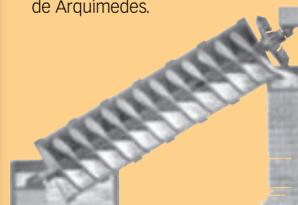
### ACTIVIDADES

- Calcula estas operaciones combinadas.
 

a) $82 - 14 : 2 \cdot 3 + 12 : 3$	c) $7 \cdot 6 : 21 + 25 : 5 + 16 \cdot 2 : 8$
b) $18 : 3 \cdot 5 - 24 : 6 : 2 + 25$	d) $55 : 5 - (9 : 3) \cdot 3 + 17$

**236 a.C.**

Arquímedes diseña el primer ascensor de la historia a partir de dos de sus inventos: la polea compuesta y el tornillo de Arquímedes.

**1000 d.C.**

En al-Ándalus se utiliza un ascensor con fines militares, diseñado para invadir fortalezas.

Se menciona su uso en el *Libro de los secretos* de Ibn Khalaf al-Murad.



# Números enteros

1



## SABER

- Números enteros. Operaciones con enteros
- Múltiplos y divisores de números enteros
- Factorización de un número entero
- Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

## SABER HACER

- Resolver operaciones de suma y resta con paréntesis
- Resolver operaciones combinadas con números enteros
- Calcular todos los divisores de un número
- Factorizar un número
- Resolver problemas utilizando el m.c.d. o el m.c.m.



## ? VIDA COTIDIANA

### El ascensor

El ascensor es una máquina que sirve para trasladarse verticalmente. La mayoría de nosotros solemos utilizarlo varias veces al día, su uso se hace imprescindible en edificios altos.

- Si hemos aparcado nuestro coche en la planta  $-3$  y subimos por el ascensor a nuestra casa, que está situada en el  $5.^\circ$  piso, ¿cuántas plantas hemos subido?

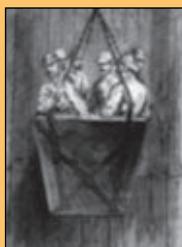
**Siglo xvii**

Se empiezan a instalar prototipos de ascensores en palacios de familias adineradas en Francia e Inglaterra.



**1851**

Waterman inventa el primer montacargas.



**1853**

Elisha Otis construye el primer ascensor con mecanismo automático de seguridad en caso de avería del cable de sustento.

La compañía que se creó entonces todavía existe, Otis Elevator Company.



**1957**

Se comienzan a comercializar ascensores con puertas automáticas.

En la actualidad, los ascensores recorren alturas de más de 500 m.



# 1

## Números enteros



### SE ESCRIBE ASÍ

Los números enteros positivos se escriben habitualmente sin el signo + delante.

$$+5 = 5 \quad +8 = 8$$

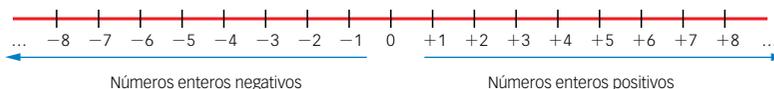
El conjunto de los números enteros se representa con la letra  $\mathbb{Z}$  y está formado por:

- Números **enteros positivos**:  $+1, +2, +3, +4, +5, \dots$
- El número cero:  $0$ .
- Números **enteros negativos**:  $-1, -2, -3, -4, -5, \dots$

### 1.1. Representación en la recta numérica

Los números enteros se representan ordenados en la recta numérica.

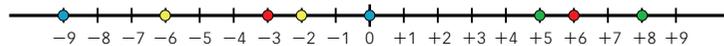
- El cero,  $0$ , divide la recta en dos partes iguales.
- Los enteros positivos se sitúan a la derecha del cero:  $+1, +2, +3, \dots$
- Los enteros negativos se sitúan a la izquierda del cero:  $-1, -2, -3, \dots$



#### EJEMPLO

1. Representa estos números enteros en la recta numérica:

$-9, -6, -3, -2, 0, +5, +6, +8$



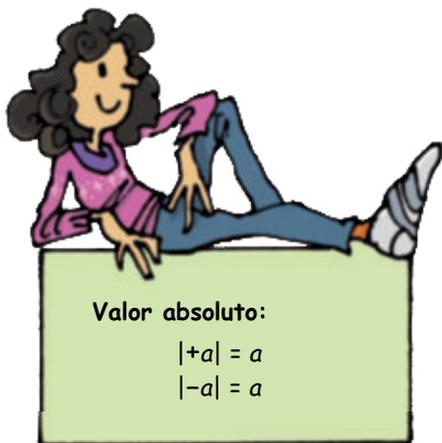
### 1.2. Valor absoluto de un número entero

El **valor absoluto** de un número entero  $a$  es el número que se obtiene al prescindir de su signo. Se escribe  $|a|$ .

#### EJEMPLO

2. Halla el valor absoluto de  $-7$  y  $+5$ .

Valor absoluto de  $-7 \rightarrow |-7| = 7$     Valor absoluto de  $+5 \rightarrow |+5| = 5$



### ACTIVIDADES

1 **PRACTICA.** Representa en la recta numérica:

$$-4, +6, -7, +2, -5, +3, -8$$

2 **PRACTICA.** Escribe el valor absoluto de:

- a)  $-9$     b)  $+6$     c)  $+9$     d)  $-4$

3 **APLICA.** ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre  $-20$  y  $+20$ ?

4 **REFLEXIONA.** Si dos números enteros, uno positivo y otro negativo, están a la misma distancia del cero, ¿qué relación hay entre sus valores absolutos?

### 1.3. Opuesto de un número entero

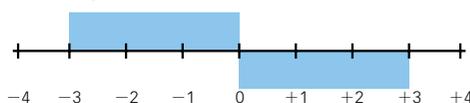
El **opuesto de un número** entero es otro número entero con el mismo valor absoluto pero de signo contrario. El opuesto de  $a$  se representa como  $Op(a)$ .

#### EJEMPLO

3. Halla el opuesto de  $-3$  y  $+3$ . Representalos en la recta numérica.

$$Op(-3) = +3$$

$$Op(+3) = -3$$



Dos números opuestos están en la recta a igual distancia del origen.



#### SE ESCRIBE ASÍ

Para «mayor que», el símbolo es  $>$ .

Para «menor que», el símbolo es  $<$ .

### 1.4. Comparación de números enteros

Un número entero es mayor que otro cuando está situado más a la derecha que él en la recta numérica.

- En un grupo de enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
- En un grupo de enteros negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto.
- Un número entero positivo es mayor que cualquier entero negativo.
- El cero es mayor que cualquier entero negativo y menor que cualquier entero positivo.



#### RESUELVE EL RETO

¿Qué es mayor: el valor absoluto del opuesto de un número o el opuesto de su valor absoluto?

#### EJEMPLO

4. Compara cada pareja de números enteros.

a)  $+6$  y  $+3$

b)  $-4$  y  $-9$

c)  $-8$  y  $+1$

$$\left. \begin{array}{l} a) \left\{ \begin{array}{l} |+6| = 6 \\ |+3| = 3 \end{array} \right\} 6 > 3 \rightarrow +6 > +3$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \left\{ \begin{array}{l} |-4| = 4 \\ |-9| = 9 \end{array} \right\} 4 < 9 \rightarrow -4 > -9$$

c)  $-8 < +1$ , ya que un entero negativo es menor que cualquier positivo.

#### ACTIVIDADES

5 **PRACTICA.** Escribe el opuesto de cada número.

$$-6, +5, -8, +9, -11, +12, -4$$

7 **APLICA.** Ordena de menor a mayor.

$$-7, -2, +5, 0, +3, -8, +4, -10$$

6 **PRACTICA.** Compara cada pareja de números.

a)  $-3$  y  $+6$

c)  $0$  y  $+5$

e)  $+7$  y  $+8$

b)  $-8$  y  $-2$

d)  $-6$  y  $0$

f)  $-11$  y  $-9$

8 **REFLEXIONA.** Escribe un número entero y calcula el opuesto de su opuesto.

¿Qué observas? ¿Ocurre siempre lo mismo para cualquier número?

## 2.1. Suma y resta de números enteros

Para **sumar dos números enteros**:

- Si los sumandos tienen el **mismo signo**, se suman sus valores absolutos y al resultado se le pone el mismo signo.
- Si tienen **signo diferente**, se restan los valores absolutos y al resultado se le pone el signo del sumando de mayor valor absoluto.

Para **restar dos números enteros**, se suma al primero el opuesto del segundo.

## Forma abreviada

$$(+a) = a \quad +(+a) = +a \quad -(+a) = -a$$

$$(-a) = -a \quad +(-a) = -a \quad -(-a) = +a$$



## EJEMPLO

5. Calcula.

a)  $(+5) + (+9) = +14$

Mismo signo  $\rightarrow | +5 | + | +9 | = 5 + 9 = 14$

b)  $(+5) + (-9) = -4$

Distinto signo  $\rightarrow | -9 | - | +5 | = 9 - 5 = 4$ , y ponemos signo  $-$ .

c)  $(+5) - (+9) = (+5) + \text{Op} (+9) = (+5) + (-9) = -4$

Para sumar y restar varios números enteros, primero se escriben estos en **forma abreviada**, quitando los paréntesis de los números. Después sumamos los números con signo  $+$ , sumamos los que tienen signo  $-$  y restamos a la suma de los positivos la de los negativos.

## EJEMPLO

6. Calcula  $(-3) - (+5) - (-9) + (+2)$ .

En forma abreviada:  $-3 - 5 + 9 + 2$ .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Suma de positivos: } 9 + 2 = 11 \\ \text{Suma de negativos: } 3 + 5 = 8 \end{array} \right\} \text{Resultado: } 11 - 8 = 3$$

## ACTIVIDADES

9 PRACTICA. Calcula.

a)  $(-3) + (-7)$

c)  $(-3) - (-7)$

b)  $(+8) + (-4)$

d)  $(+8) - (-4)$

10 PRACTICA. Expresa abreviadamente y calcula.

a)  $(+3) + (-2) - (-5) - (+2)$

b)  $(-1) - (-4) + (+6) - (+2)$

11 APLICA. Calcula.

a)  $7 - 2 + 4 - 5 - 1$

c)  $-4 - 1 - 5 + 7 + 4$

b)  $-3 + 2 - 1 - 6 - 2$

d)  $6 + 2 - 3 + 4 - 5$

12 REFLEXIONA. Completa en tu cuaderno.

a)  $(+3) + \square = -9$

c)  $\square + (-1) = +1$

b)  $(-5) - \square = +1$

d)  $\square - (-2) = +4$

➔ SABER HACER



### Resolver operaciones de suma y resta con paréntesis

Calcula el resultado de esta operación:

$$-5 - (-3 + 2) + (4 - 6)$$

#### Pasos a seguir

1. Eliminamos los paréntesis.  
Si el paréntesis tiene delante un signo  $-$ , los signos de los números de dentro cambian.  
Si va delante un signo  $+$ , los números mantienen su signo.
2. Calculamos el resultado de la expresión abreviada obtenida como ya sabemos.

$$\begin{array}{r}
 -5 \ominus (-3 + 2) \oplus (4 - 6) = \\
 \text{Signo -} \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \text{Signo +} \\
 = -5 + 3 - 2 + 4 - 6
 \end{array}$$

Suma de positivos:  $3 + 4 = 7$

Suma de negativos:  $5 + 2 + 6 = 13$

Resta:  $7 - 13 = -6$

$-5 - (-3 + 2) + (4 - 6) = -6$

Para sumar y restar varios números enteros sin paréntesis, también se pueden resolver las operaciones en el orden en que aparecen.

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{-5 + 3}_{=-2} - 2 + 4 - 6 = \\
 & = \underbrace{-2 - 2}_{=-4} + 4 - 6 = \\
 & = \underbrace{-4 + 4}_{=0} - 6 = -6
 \end{aligned}$$

### ACTIVIDADES

13 Expresa en forma abreviada y calcula.

- $(-2) - (-7) - (+4) - (-3) + (+2)$
- $(+5) - (+4) - (+2) + (-1) + (-3)$
- $(-1) - (-1) - (+1) + (-1) - (-1)$
- $(+4) - (+2) - (-5) + (-1) - (-2)$
- $(-5) - (+3) + (-1) + (+2) - (-5)$
- $(+1) - (+2) + (+3) - (+7) - (-8)$

14 Calcula.

- $3 - 6 - 7 + 2 - 4 - 5 + 1$
- $-2 - 2 - 4 + 6 + 3 + 5$
- $6 - 1 - 2 - 4 + 5 + 2$
- $-8 - 1 - 2 + 4 - 1 + 3 - 7$
- $2 + 3 - 1 + 4 - 6 - 7 + 5$

15 Efectúa estas operaciones eliminando primero los paréntesis.

- $(4 - 1) - (2 - 3)$
- $(8 + 2) + (3 - 5)$
- $(-8 + 10) - (10 - 8)$
- $(-4 - 5) - (7 + 2)$
- $(9 - 3) + (5 - 9)$

16 Halla el resultado de estas operaciones.

- $-9 + (3 - 2 - 1) + 7$
- $4 + (6 - 3) - (2 - 1)$
- $-7 - (4 - 6) - (1 + 5)$
- $5 - (4 + 2 + 3) - 6$
- $-3 - (-1 - 2 - 3) + (5 - 1)$

17 Calcula.

- $-8 - (-3 - 2 + 1 - 4) + 5$
- $2 + (1 + 5 - 6 - 3) - 8$
- $-1 - (-2 - 3 + 4) - (1 - 5)$
- $-(2 - 1) + (-4 + 2) - 11$
- $9 - (2 - 5) + (3 - 1 - 2) - 4 - 7$
- $-4 + (-1 + 6) - (-2 + 1 - 3 + 5) + 6$

18 Completa estas operaciones para que todas las igualdades sean ciertas.

- $-1 - (-2 - \square) = 4 = -5 + \square$
- $(1 + \square - 3) - 1 = -1 = 6 - \square$
- $3 - (\square - 1) = -3 = \square + 4$
- $(5 - \square + 1) - 2 = -4 = \square + 2$
- $9 + (2 - \square - 3) = 13 = -7 - \square$

## 2.2. Multiplicación de números enteros

Para **multiplicar dos números enteros**, primero se multiplican sus valores absolutos. El resultado tendrá el signo  $+$  si los dos factores tienen el mismo signo y signo  $-$  si tienen signos diferentes.

Regla de los signos	
$+$ · $+$ = $+$	$+$ : $+$ = $+$
$-$ · $-$ = $+$	$-$ : $-$ = $+$
$+$ · $-$ = $-$	$+$ : $-$ = $-$
$-$ · $+$ = $-$	$-$ : $+$ = $-$



### EJEMPLO

7. Calcula.

Mismo signo → Resultado  $+$

Distinto signo → Resultado  $-$

a)  $(+3) \cdot (+4) = +12$

c)  $(+3) \cdot (-4) = -12$

b)  $(-3) \cdot (-4) = +12$

d)  $(-3) \cdot (+4) = -12$

Para calcular el producto de varios números enteros, se multiplican sus valores absolutos. El resultado tendrá signo  $+$  si el número de factores negativos es par, y tendrá signo  $-$  si es impar.

### EJEMPLO

8. Calcula.

a)  $(+5) \cdot (+8) \cdot (-2) = -80$

b)  $(-10) \cdot (+3) \cdot (-5) = +150$

## 2.3. División de números enteros

Para **dividir dos números enteros**, primero se dividen sus valores absolutos. El resultado tendrá el signo  $+$  si los dos factores tienen el mismo signo y signo  $-$  si tienen signos diferentes.

### EJEMPLO

9. Calcula.

Mismo signo → Resultado  $+$

Distinto signo → Resultado  $-$

a)  $(+35) : (+7) = +5$

c)  $(+35) : (-7) = -5$

b)  $(-35) : (-7) = +5$

d)  $(-35) : (+7) = -5$

### RESUELVE EL RETO

Encuentra dos números enteros cuyo cociente sea mayor que ellos.

## ACTIVIDADES

19 PRACTICA. Calcula.

a)  $(-7) \cdot (-4)$

c)  $(+8) \cdot (+9)$

b)  $(-6) \cdot (+10)$

d)  $(+4) \cdot (+5)$

20 PRACTICA. Divide.

a)  $(-63) : (+9)$

c)  $(-14) : (-2)$

b)  $(-24) : (-3)$

d)  $(+35) : (-5)$

21 APLICA. Completa.

a)  $\square \cdot (-7) = +21$

d)  $(+24) : \square = +4$

b)  $(+5) \cdot \square = -35$

e)  $\square : (-7) = +7$

c)  $\square \cdot (+9) = 0$

f)  $(-10) : \square = -10$

22 REFLEXIONA. Halla el signo de un producto de 99 factores con un tercio de ellos negativos.

➔ SABER HACER



Resolver operaciones combinadas con números enteros

Calcula el resultado de esta operación:

$$(+12) : (-6) - [(-4) : (+2)] : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-6 - 1)$$

Pasos a seguir

1. Realizamos las operaciones que hay entre paréntesis y corchetes.
2. Calculamos las multiplicaciones y divisiones en el orden en el que aparecen.
3. Calculamos las sumas y restas en el orden en el que aparecen.

Recuerda que al resolver las operaciones que hay entre paréntesis, el resultado queda entre paréntesis.

$$2 - (-6 - 1) = 2 - (-7) = 2 + 7 = 9$$

$$\begin{aligned}
 & (+12) : (-6) - [(-4) : (+2)] : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-6 - 1) = \\
 = & (+12) : (-6) - (-2) : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-7) = \\
 = & -2 - 1 + 6 - (-7) = \\
 = & -3 + 6 + 7 = \\
 = & 3 + 7 = \\
 = & 10
 \end{aligned}$$

ACTIVIDADES

23 Calcula.

- a)  $(-2) \cdot (-7) : (+14)$
- b)  $(+12) : (-2) \cdot (+3)$
- c)  $(-15) : (-3) : (-5)$
- d)  $(+4) \cdot (+2) - (-5) : (+5)$
- e)  $(-8) : (+4) - (+16) : (-2)$
- f)  $6 - (+10) : (-2) + (+9) \cdot (-1)$

24 Completa los huecos en tu cuaderno.

- a)  $(-12) : (+6) - 1 = 3 - \square$
- b)  $(+10) \cdot [(+2) : (-2)] = 5 + \square$
- c)  $6 - (-8) : (+2) = \square - 4$
- d)  $(+5) \cdot (+3) + 2 = \square + 3$

25 Efectúa estas operaciones.

- a)  $9 - (+8) : (-4) - 2 + (+3) \cdot (+2)$
- b)  $[9 - (+8) : (-4)] : (+11) - (+6) : (-3)$
- c)  $-5 - [4 - 1 + 3] : (+2) - (10 - 8)$
- d)  $-6 : (3 - 2 - 2) - (1 - 2 + 3)$
- e)  $4 \cdot [3 - 2 \cdot (-5)] - 12 : 3 + 6 : 2$
- f)  $5 \cdot (-2) - [10 + 2 \cdot (-4)] : 2 - (-12) : 6$

26 Averigua qué operaciones están bien hechas.

- a)  $-9 + (8 - 2 - 1) : (-5) = 10$
- b)  $4 - (-6 - 3) : (-2 - 1) = 1$
- c)  $(-7 - 1) : 4 - (6 + 2) : (-2) = -6$
- d)  $(-5 - 1 + 2 + 8) : (-2 - 1 - 1) = -1$
- e)  $-3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - (5 - 6 + 2) = 13$

27 ¿Qué operaciones dan el mismo resultado?

- a)  $-8 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 1$
- b)  $4 - (6 - 2 + 3) \cdot 5$
- c)  $5 + 6 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 + 2$
- d)  $(12 - 14 + 6) \cdot (-7) + 2$
- e)  $2 \cdot (5 - 1 - 7) : 6 - 4$
- f)  $-9 : (6 + 2 - 1 - 4) - 8$

28 Coloca los paréntesis para que las igualdades sean ciertas.

- a)  $-1 - 2 \cdot 3 + 4 = -11$
- b)  $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 3$
- c)  $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 15$
- d)  $8 - 3 + 2 + 4 \cdot 6 = 31$

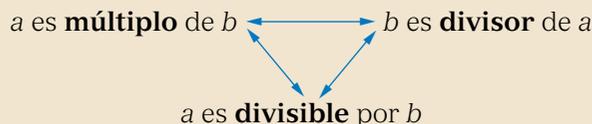
### 3

## Múltiplos y divisores de números enteros



La divisibilidad se suele estudiar solo en los números enteros positivos, ya que para los negativos se cumplen las mismas propiedades.

Si la división  $a : b$  es exacta, se cumple que:



El conjunto de todos los múltiplos de un número se obtiene multiplicándolo por los sucesivos números enteros positivos. Se representa por  $\dot{a}$ . Un número tiene infinitos múltiplos.

$$\dot{a} = \{a \cdot 1, a \cdot 2, a \cdot 3, \dots\}$$

El conjunto de todos los divisores de un número se obtiene realizando las sucesivas divisiones por los números positivos menores que él y seleccionando aquellos cuya división es exacta. Se representa por  $\text{Div}(a)$ .

### EJEMPLOS

10. Calcula los primeros cinco múltiplos de 9.

$$\text{Múltiplos de } 9 \rightarrow \dot{9} = \{9 \cdot 1, 9 \cdot 2, 9 \cdot 3, 9 \cdot 4, 9 \cdot 5, \dots\} = \{9, 18, 27, 36, 45, \dots\}$$

11. ¿Es 8 divisor de 12? ¿Y de 16?

8 no es divisor de 12 porque la división  $12 : 8$  no es exacta.

8 sí es divisor de 16 porque  $16 : 8 = 2$ .

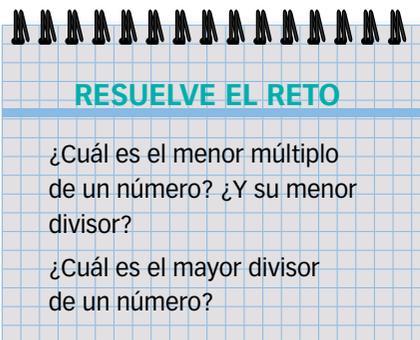
Un número es **primo** cuando es positivo y sus únicos divisores son él mismo y la unidad. En caso contrario, es **compuesto**.

### EJEMPLO

12. Determina si los números 11 y 33 son primos o compuestos.

$\text{Div}(11) = \{1, 11\} \rightarrow$  Dos divisores: es un número primo.

$\text{Div}(33) = \{1, 3, 11, 33\} \rightarrow$  Más de dos divisores: es compuesto.



### RESUELVE EL RETO

¿Cuál es el menor múltiplo de un número? ¿Y su menor divisor?

¿Cuál es el mayor divisor de un número?

### ACTIVIDADES

- 29 **PRACTICA.** Calcula los cinco primeros múltiplos de cada número.

a) 4      b) 8      c) 19      d) 10      e) 13

- 30 **PRACTICA.** Calcula un número múltiplo de:

a) 2 y 3      c) 2 y 16      e) 2, 3, 4 y 6  
b) 3 y 5      d) 2, 3 y 5      f) 2, 3, 5 y 7

- 31 **APLICA.** Copia en tu cuaderno y completa.

a)  $\dot{\square} = \{3, 6, \square, 12, \dots\}$

b)  $\text{Div}(\square) = \{\square, 7\}$

c)  $\text{Div}(\square) = \{1, 2, 4, 8\}$

- 32 **REFLEXIONA.** Dados dos números, ¿podemos hallar el mayor de sus múltiplos comunes?

➔ SABER HACER



### Calcular todos los divisores de un número

Halla todos los divisores de 48.

Pasos a seguir

1. Dividimos el número entre los números naturales (1, 2, 3...) hasta llegar a una división en la que el cociente sea menor que el divisor.

$$\begin{array}{r} 48 \overline{)1} \\ 0 \ 48 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)2} \\ 0 \ 24 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)3} \\ 0 \ 16 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)4} \\ 0 \ 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \overline{)5} \\ 3 \ 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)6} \\ 0 \ 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)7} \\ 6 \ 6 \\ \hline \end{array}$$

Paramos de dividir, el cociente es menor que el divisor  $6 < 8$

2. De cada división exacta, obtenemos dos divisores de ese número: el divisor y el cociente.

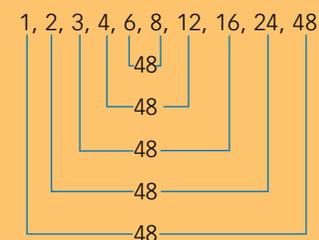
$48 : 1 = 48 \rightarrow 1$  y  $48$  son divisores de  $48$ .  
 $48 : 2 = 24 \rightarrow 2$  y  $24$  son divisores de  $48$ .  
 $48 : 3 = 16 \rightarrow 3$  y  $16$  son divisores de  $48$ .  
 $48 : 4 = 12 \rightarrow 4$  y  $12$  son divisores de  $48$ .  
 $48 : 6 = 8 \rightarrow 6$  y  $8$  son divisores de  $48$ .

El resto de divisiones no son exactas.

Los divisores de  $48$  son:

$$\text{Div}(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

Si ordenas los divisores de un número y multiplicas los que están en sus extremos, obtienes ese número.



### ACTIVIDADES

33 Halla todos los divisores de estos números y averigua cuáles son primos.

- |       |       |       |
|-------|-------|-------|
| a) 18 | d) 80 | g) 42 |
| b) 31 | e) 79 | h) 41 |
| c) 32 | f) 37 | i) 96 |

34 Calcula todos los divisores de estos números y averigua cuáles son primos.

- |        |        |         |
|--------|--------|---------|
| a) 199 | c) 582 | e) 856  |
| b) 424 | d) 603 | f) 1021 |

35 Estos son todos los divisores de un número. Completa en tu cuaderno los que faltan. ¿De qué número se trata en cada caso?

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| a) $\{1, \square, \square, 8\}$ | c) $\{1, 2, 3, 5, \square, 10, 15, \square\}$       |
| b) $\{1, 5, \square\}$          | d) $\{\square, 2, 4, \square, 8, 10, \square, 40\}$ |

36 Halla los divisores de 24 y de 30. ¿Qué números aparecen en las dos listas? ¿Cuál es el mayor de sus divisores comunes?

37 ¿Tienen algún divisor común estas parejas de números?

- |            |            |             |
|------------|------------|-------------|
| a) 24 y 49 | b) 48 y 95 | c) 33 y 102 |
|------------|------------|-------------|

38 Razona si es verdadero o falso.

- Todo múltiplo de un número es mayor que ese número.
- Todo número es divisor de su doble y de su triple.
- Existe un número que es divisor de todos los números.
- Todos los números impares son primos.
- Todos los números primos, salvo el 2, son impares.

39 María tenía un montón de lápices. Al agruparlos de 3 en 3 le ha sobrado 1. ¿Cuántos lápices puede tener María? Escribe cinco posibles soluciones.



40 Marcos quiere repartir 60 DVD en cajas de manera que en todas haya el mismo número de DVD y no sobre ninguno.

- ¿Cuántos DVD puede poner en cada caja?
- ¿Cuántas cajas obtendrá en cada caso?

# 4

## Factorización de un número entero

### 4.1. Criterios de divisibilidad



**Divisibilidad por 9**  
Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

**Divisibilidad por 10**  
Un número es divisible por 10 si acaba en 0.

Los **criterios de divisibilidad** son reglas que nos permiten averiguar, sin dividir, si un número es divisible por otro.

Los criterios más útiles son los asociados con los números primos:

Divisible por	Criterio de divisibilidad
2	Si la última cifra es 0 o par.
3	Si la suma de sus cifras es divisible por 3.
5	Si la última cifra es 0 o 5.
11	Si la diferencia entre la suma de las cifras de lugar par y la suma de las cifras de lugar impar es 0 o divisible por 11.

**EJEMPLO**

**13.** Averigua si 3036 es divisible por 2, 3, 5 u 11.  
Es divisible por 2 porque acaba en cifra par.  
Es divisible por 3 porque  $3 + 0 + 3 + 6 = 12$ , que es divisible por 3.  
No es divisible por 5, porque su última cifra no es 0 ni 5.  
Es divisible por 11 porque  $(3 + 3) - (0 + 6) = 0$ .

### 4.2. Descomposición en factores primos

Todo número entero se puede expresar de forma única como el producto de potencias de números primos. A esta expresión se le llama **factorización del número**.

**EJEMPLO**

**14.** Comprueba que la factorización de 40 es  $2^3 \cdot 5$ .  
2 y 5 son primos.  $2^3 \cdot 5 = 8 \cdot 5 = 40$ . Luego es la factorización de 40.

**RESUELVE EL RETO**

Escribe los cuatro primeros números múltiplos de 3 cuyas cifras sean todas 1.

**ACTIVIDADES**

**41 PRACTICA.** Comprueba si estos números son divisibles por 2, 3, 5, 9, 10 u 11.  
a) 72                      c) 282                      e) 370  
b) 147                      d) 331                      f) 267

**42 APLICA.** ¿Qué factorizaciones son incorrectas?  
a)  $2 \cdot 4 \cdot 5$                       b)  $2^3 \cdot 5 \cdot 7$                       c)  $5^2 \cdot 7^3 + 11$

**43 REFLEXIONA.** Calcula el valor de  $a$  y  $b$  para que el número  $5a7b$  sea múltiplo de 2 y de 11.

➔ SABER HACER



### Factorizar un número

Descompón el número 702 como producto de factores primos.

Pasos a seguir

1. Dividimos el número entre los sucesivos números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13...), tantas veces como se pueda hasta obtener la unidad.

- 702 es divisible por 2.  $702 : 2 = 351$        $702 = 2 \cdot 351$
- 351 no es divisible por 2.  
351 es divisible por 3.  $351 : 3 = 117$        $351 = 3 \cdot 117$
- 117 es divisible por 3.  $117 : 3 = 39$        $117 = 3 \cdot 39$
- 39 es divisible por 3.  $39 : 3 = 13$        $39 = 3 \cdot 13$
- 13 es un número primo.  $13 : 13 = 1$        $13 = 13 \cdot 1$

Esta descomposición se puede escribir de forma abreviada de esta manera:

		FACTORES PRIMOS
702	2	
702 : 2 → 351	3	
351 : 3 → 117	3	
117 : 3 → 39	3	
39 : 3 → 13	13	
13 : 13 → 1	1	

2. Escribimos el número como producto de los factores primos y si hay algunos repetidos los expresamos como potencias.

La factorización de 702 es:  
 $702 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 2 \cdot 3^3 \cdot 13$

La factorización termina al llegar a un número primo. Al dividir este por sí mismo, obtenemos la unidad.

### ACTIVIDADES

44 Halla la factorización de estos números.

- |       |        |        |
|-------|--------|--------|
| a) 15 | e) 55  | i) 400 |
| b) 16 | f) 72  | j) 675 |
| c) 24 | g) 86  | k) 405 |
| d) 29 | h) 270 | l) 943 |

45 Determina si los siguientes números están bien factorizados. En caso de que no sea así escribe la factorización correcta.

- |                             |                               |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a) $60 = 3 \cdot 4 \cdot 5$ | d) $222 = 2 \cdot 3 \cdot 37$ |
| b) $72 = 2 \cdot 6^2$       | e) $360 = 2^3 \cdot 3^2$      |
| c) $104 = 2^3 \cdot 13$     | f) $2\,450 = 5^2 \cdot 7^2$   |

46 Escribe la descomposición factorial de estos números sabiendo que  $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ .

- |        |         |        |        |
|--------|---------|--------|--------|
| a) 210 | b) 1050 | c) 315 | d) 945 |
|--------|---------|--------|--------|

47 Razona si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) En la factorización de un número acabado en 0 hay como mínimo dos factores primos, el 2 y el 5.
- b) Si un número es múltiplo de 6, en su factorización estarán el 2 y el 3.
- c) El menor número que es múltiplo de 2, 3, 5 y 7 a la vez es 210.
- d) Un número puede ser múltiplo de 8 y no ser múltiplo de 2.

48 Del número  $a$  sabemos que su factorización es:

$$a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot b$$

- a) ¿Es un múltiplo de 6? ¿Y de 45?
- b) ¿Podemos decir que el número  $a$  es divisible por 20? ¿Y por 14?

Razona tus respuestas.

## 5

## Máximo común divisor y mínimo común múltiplo



### SE ESCRIBE ASÍ

El máximo común divisor de dos o más números,  $a, b, c, \dots$ , se expresa como:  
m.c.d. ( $a, b, c, \dots$ ).

El mínimo común múltiplo de dos o más números,  $a, b, c, \dots$ , se expresa como:  
m.c.m. ( $a, b, c, \dots$ ).

El **máximo común divisor** de varios números enteros es el mayor número entero positivo que es divisor de todos ellos.

El **mínimo común múltiplo** de varios números enteros es el menor número entero positivo que es múltiplo de todos.

### EJEMPLO

15. Comprueba que m.c.d. (12, 28) = 4 y m.c.m. (12, 28) = 84.

$$\text{Div (12)} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

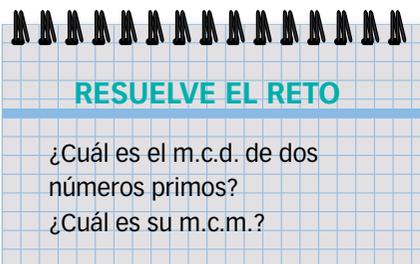
$$\text{Div (28)} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$\text{Divisor común más grande} = 4 \rightarrow \text{m.c.d. (12, 28)} = 4$$

$$12 = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, \dots\}$$

$$28 = \{28, 56, 84, 112, \dots\}$$

$$\text{Múltiplo común más pequeño} = 84 \rightarrow \text{m.c.m. (12, 28)} = 84$$



### RESUELVE EL RETO

¿Cuál es el m.c.d. de dos números primos?  
¿Cuál es su m.c.m.?

Para **calcular el m.c.d.** de varios números, se descomponen en factores primos y se multiplican los factores primos comunes elevados al menor de sus exponentes.

Para **calcular el m.c.m.** de varios números, se descomponen en factores primos y se multiplican los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor de sus exponentes.

### EJEMPLO

16. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de 12, 16 y 20.

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 16 = 2^4 \quad 20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.d. (12, 16, 20)} = 2^2 = 4 \quad \text{m.c.m. (12, 16, 20)} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

Cuando m.c.d. ( $a, b$ ) = 1, los números  $a$  y  $b$  no tienen divisores comunes (salvo el 1). Decimos que son primos entre sí.

### ACTIVIDADES

49 **PRACTICA.** Calcula el m.c.d. de cada pareja de números.

- a) 13 y 90    b) 72 y 12    c) 24 y 102    d) 8 y 74

50 **PRACTICA.** Calcula el m.c.m. de estos números.

- a) 8 y 10    b) 55 y 75    c) 9 y 30    d) 4 y 44

51 **APLICA.** Halla el m.c.d. y el m.c.m. de:

- a) 842, 77 y 91    c) 50, 60 y 75  
b) 18, 90 y 360    d) 49, 91 y 119

52 **REFLEXIONA.** Da dos valores de  $x$  para que se cumpla que m.c.m. ( $x, 8$ ) = 40.

➔ SABER HACER



**Resolver problemas utilizando el m.c.d. o el m.c.m.**

Resuelve estos problemas.

- a) Claudia tiene tres cintas de 9, 10 y 12 m, respectivamente, que quiere cortar en trozos iguales. ¿Qué longitud tendrán los trozos más largos que puede hacer?
- b) Diego puede colocar los libros de una estantería en montones de 4, 6 u 8 libros sin que le sobre ninguno. ¿Cuántos libros como mínimo tiene Diego?



**Pasos a seguir**

1. Analizamos cada problema y decidimos si hay que hallar el máximo común divisor o el mínimo común múltiplo.

2. Descomponemos los números en factores primos.

3. Calculamos el m.c.d. o el m.c.m. según corresponda.

4. Interpretamos el resultado.

- a) La longitud de cada trozo debe ser divisor de las longitudes de las tres cintas y, además, el máximo posible → Problema de m.c.d.
- b) El número de libros debe ser múltiplo de 4, 6 y 8 y, además, tiene que ser el mínimo múltiplo. → Problema de m.c.m.

a) $\begin{array}{c c} 9 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} 10 & 2 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} 12 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$	b) $\begin{array}{c c} 4 & 2 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} 6 & 2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} 8 & 2 \\ \hline 4 & 2 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$
---	---	---	---	--	--

$9 = 3^2 \quad 10 = 2 \cdot 5 \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \quad 4 = 2^2 \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad 8 = 2^3$

- a) m.c.d. (9, 10, 12) = 1
  - b) m.c.m. (4, 6, 8) =  $2^3 \cdot 3 = 24$
- a) El trozo más largo medirá 1 m.
  - b) Tiene como mínimo 24 libros.

Si dos números no tienen divisores comunes, su m.c.d. es 1.

**ACTIVIDADES**

- 53 Queremos alicatar una habitación rectangular de 520 cm de largo por 240 cm de ancho con baldosas cuadradas, con el lado más grande posible, sin cortar ninguna. ¿Qué medida tendrá que tener cada baldosa?
- 54 Silvia tiene un reloj que hace una señal cada 30 minutos, otro que la hace cada 90 minutos y un tercero que la hace cada 150 minutos. A las 8 de la mañana, los tres relojes han coincidido al hacer la señal.

- a) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que vuelvan a coincidir los dos primeros?



- b) ¿Y el segundo y el tercero?

- 55 Juan tiene cubos azules de 55 mm de arista y cubos rojos de 45 mm de arista. Los apila en dos columnas, una de cada color; quiere conseguir que las dos columnas sean igual de altas. ¿Cuántos cubos necesita, como mínimo, de cada color?

- 56 Mercedes tiene 14 cuentas azul cielo, 16 naranjas, 16 rojas y 10 azul marino. Quiere hacer el mayor número de collares iguales, sin que sobre ninguna cuenta.

- a) ¿Cuántos collares iguales puede hacer?
- b) ¿Cuántas cuentas de cada color tendrá que tener cada collar?



## Números enteros

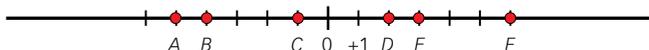
57 Expresa con números enteros.

- a) El coche está aparcado en el sótano 4.
- b) El pico de San Jerónimo tiene una altura de 1236 m.
- c) José le debe 10 € a su hermana.
- d) Platón nació en el año 428 antes de Cristo.
- e) El termómetro marca 5 grados centígrados bajo cero.

58 Escribe una situación de la vida cotidiana que corresponda a cada uno de estos números.

- a) -4    b) +15    c) +8    d) -25    e) 0

59 Indica el número entero que corresponde a cada punto marcado en la recta numérica.



60 Encuentra los números enteros que están situados a una distancia igual o menor de tres unidades del número -7 y represéntalos en una recta numérica.

61 Si trazamos una circunferencia con centro en 0 y radio 6 unidades que corte a la recta numérica, ¿qué números enteros están dentro de ella?

62 Escribe el número anterior y posterior.

- a) -4    c) 0    e) -80    g) -109
- b) -1    d) -9    f) -99    h) -999

63 Calcula.

- a) Op (+13)    d) |0|    g) Op (-7)
- b) |-4|    e) |+6|    h) Op (9)
- c) Op (-5)    f) |-10|    i) |+10|

64 Representa en la recta numérica.

- a) El opuesto de 5.
- b) El valor absoluto de -4.
- c) Los números cuyo valor absoluto es 3.
- d) El número opuesto del valor absoluto de -7.

65 ¿Cuántos números enteros hay entre -12 y +6? ¿Y entre sus opuestos? ¿Y entre los opuestos de sus opuestos?

66 Razona.

- a) ¿Es posible que el valor absoluto de un número entero sea negativo? ¿Por qué?
- b) ¿Es posible que el opuesto de un número entero sea negativo? ¿Por qué?

67 Completa en tu cuaderno los huecos.

- a) Op (□) = -5    c) Op (□) = 6    e) |Op (□)| = 8
- b) |□| = 4    d) Op (|□|) = 3    f) |□ - 1| = 2

68 Dados los números -8, 5, 0, -2, 6, -1:

- a) Represéntalos en una recta numérica.
- b) Ordénalos de más grande a más pequeño, utilizando el signo correspondiente.

69 Compara estas parejas de números y completa en tu cuaderno con el signo < o >.

- a) -5 □ +8    e) -3 □ -1
- b) -2 □ -10    f) +15 □ -25
- c) +6 □ 0    g) -3 □ -8
- d) 0 □ +6    h) -2 □ -5

70 Escribe, en cada caso, tres números enteros.

- a) Más pequeños que 5 y más grandes que -2.
- b) Más grandes que -4 y más pequeños que 2.
- c) Más pequeños que -5 y más grandes que -10.

71 Compara y coloca en tu cuaderno el signo correcto.

- a) Op (+5) □ +5    d) |+2| □ |-1|
- b) |-9| □ |+1|    e) |-6| □ Op (-6)
- c) Op (-3) □ |-1|    f) Op (-5) □ Op (-2)

72 Ordena estos números.

**De mayor a menor**

-3 +4 -8 -9 +2 0 +6 -13 -5

**De menor a mayor**

+5 -7 -2 -8 +1 -6 +4 0 -15

73 ¿Cuántos años pasan desde que nace una persona 250 años antes de Cristo hasta el nacimiento de otra el año 46 d. C.?

74 Jorge ha escrito tres números enteros negativos y los ha ordenado de menor a mayor.

- a) Si halla los opuestos de los tres números, ¿cambiará el orden?
- b) ¿Y si halla el valor absoluto de los tres?
- c) ¿Qué pasaría en los dos casos anteriores si los tres números fueran enteros positivos?

75 La temperatura en un pueblo no bajó ayer de 5 °C bajo cero. A las 12 de la mañana era de -2 °C, la máxima del día. ¿Se superaron en algún momento los 0 °C? ¿Qué temperaturas pudo haber el resto del día?



### Operaciones con números enteros

**76** Resuelve estas operaciones.

- a)  $(+4) + (-2)$     e)  $(-3) - (-6)$     i)  $(+2) + (+6)$
- b)  $(-3) + (-6)$     f)  $(-15) - (-5)$     j)  $(+4) - (-8)$
- c)  $(-15) + (-5)$     g)  $(+4) + (-8)$     k)  $(-1) - (+1)$
- d)  $(+4) - (-2)$     h)  $(-1) + (+1)$     l)  $(+2) - (+6)$

**77** Escribe cuatro pares de números enteros diferentes que sumados den  $-9$ .

**78** Escribe cuatro pares de números enteros diferentes que restados den  $-2$ .

**79** Razona si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas.

- a) El resultado de la suma de dos números enteros positivos es otro número entero positivo.
- b) El resultado de la resta de dos números enteros positivos es otro número entero negativo.
- c) El resultado de la suma de un entero negativo y un entero positivo es otro número entero negativo.
- d) El resultado de la resta de un entero negativo y un entero positivo es otro número entero negativo.

**80** Completa los huecos en tu cuaderno.

- a)  $(+5) - \square = 12$                       c)  $(-3) - \square = 1$
- b)  $\square + (+2) = -7$                       d)  $(-2) - \square + (+3) = -5$

**81** Completa la siguiente tabla en tu cuaderno y responde.

$a$	$b$	$a + b$	$b + a$	$a - b$	$b - a$
$-1$		$+4$			
	$+5$		$-2$		
$+3$				$+6$	
	$-6$				$-5$

- a) La suma de enteros ¿es conmutativa?
- b) ¿Y la resta de enteros?

**82** Copia el cuadrado mágico en tu cuaderno y complétalo. Recuerda que la suma de cada columna, fila y diagonal es la misma.

$-4$		
	$-5$	
$-8$		$-6$

- a) Suma  $-4$  a todos los números de las celdas del cuadrado. El resultado ¿sigue siendo un cuadrado mágico? ¿Cuánto vale ahora la suma de cada fila?
- b) ¿Qué ocurre si sumas  $2$  a cada celda?

**83** Calcula y completa en tu cuaderno.

	$+$	$(-1)$	$=$	$(+5)$
$+$		$+$		$+$
$4$	$+$		$=$	
$=$		$=$		$=$
	$+$	$(-12)$	$=$	$(-2)$

**84** Calcula estas sumas.

- a)  $(+3) + (+6) + (-5)$                       c)  $(-3) + (+3) + (-5)$
- b)  $(-8) + (-1) + (-2)$                       d)  $(+3) + (-7) + (-4)$

**85** Calcula estas restas.

- a)  $(+10) - (-5) - (-7)$                       c)  $(-1) - (+7) - (+3)$
- b)  $(-2) - (-4) - (-8)$                       d)  $(+4) - (+1) - (+6)$

**86** Resuelve estas operaciones.

- a)  $(-3) - (+7) + (-1)$
- b)  $(+4) + (-6) - (+5)$
- c)  $(-4) - (-6) + (+8)$
- d)  $(-6) - (+2) + (-5)$
- e)  $(-2) + (-5) + (+3) - (-1) + (+6)$
- f)  $(+4) - (-1) - (+2) + (+5) - (+7)$
- g)  $(-3) - (-3) + (-5) - (-2) + (-3) - (-4)$

**87** Calcula.

- a)  $-5 + 6 - 8 + 12 - 6$
- b)  $2 - 8 + 13 - 7 + 9$
- c)  $-2 + 3 - 6 - 1 + 4$
- d)  $-3 + 6 - 11 + 5 - 1$
- e)  $-6 + 2 - 4 - 6 - 3$

**88** Elimina los paréntesis y calcula.

- a)  $5 - (3 + 4) - (6 - 5)$
- b)  $-(10 + 4 - 3) + 8$
- c)  $12 - (6 - 3) - (-2 + 7)$
- d)  $-(-1 + 14 - 2) - (1 - 6)$
- e)  $-6 + (-5 - 3) - (-2 + 3)$

**89** Calcula estos productos.

- a)  $(-5) \cdot (-6)$                                       c)  $(+15) \cdot (-3)$
- b)  $(-10) \cdot (+3)$                                       d)  $(+12) \cdot (+4)$

**90** Escribe cuatro pares diferentes de números enteros cuyo producto sea  $-48$ .

**91** Calcula.

- a)  $(-3) \cdot (-2) \cdot (-8)$                               c)  $(-5) \cdot (-6) \cdot (+3)$
- b)  $(+7) \cdot (-4) \cdot (+2)$                               d)  $(+5) \cdot (0) \cdot (+25)$

## ACTIVIDADES FINALES

92 Completa en tu cuaderno.

$a$	$b$	$a \cdot b$	$ a \cdot b $
-2	-1		
+3		-6	
	-5	+10	
-6		-12	

93 Escribe el signo que tendrá el resultado de estos productos de números enteros.

- 25 factores, 13 de ellos negativos.
- El número  $-4$  multiplicado por sí mismo 18 veces.
- El número  $-2$  multiplicado por sí mismo 13 veces.
- 30 factores, la mitad de ellos negativos.

### → SABER HACER



#### Sacar factor común en operaciones con números enteros

94 Calcula:  $-4 \cdot (+2) + (-4) \cdot (-6)$ .

**PRIMERO.** Se determina si existe un factor que se repite en todos los sumandos. Ese factor se denomina factor común.

$$\begin{array}{l} -4 \cdot (+2) + (-4) \cdot (-6) \\ -4 \text{ se repite en los dos sumandos} \end{array}$$

**SEGUNDO.** El factor repetido multiplica a la suma o resta del resto de números.

$$\begin{aligned} -4 \cdot (+2) + (-4) \cdot (-6) &= -4 \cdot [(+2) + (-6)] = \\ &= -4 \cdot (-4) = 16 \end{aligned}$$

95 Calcula sacando factor común.

- $(-2) \cdot (+6) + (-5) \cdot (-2)$
- $(-3) \cdot (+4) + (+4) \cdot (-1)$
- $(+4) \cdot (-1) + (-7) \cdot (+4)$
- $(-6) \cdot (-3) + (-6) \cdot (+2)$

96 Completa en tu cuaderno y calcula.

- $5 \cdot (-4) + \square \cdot (-7) = 5 \cdot [\square + (-7)]$
- $(-9) \cdot 2 + (-9) \cdot (-4) = \square \cdot [2 + (-4)]$

97 Calcula estas divisiones.

- $(-25) : (-5)$
- $(-18) : (+6)$
- $(+27) : (-9)$
- $(+12) : (+4)$

98 Escribe cuatro parejas de números enteros que, al dividirlos entre sí, den como cociente  $-4$ .

99 Calcula.

- $(-36) : (-2) : (+3)$
- $(-18) : (-9) : (-1)$
- $(+16) : (+2) : (-8)$
- $(+42) : (-2) : (-3)$

100 Copia y completa en tu cuaderno.

$a$	$b$	$a : b$	$ a : b $
-12	+2		
-100		-5	
	-3	+15	
+48		+6	

101 Calcula.

- $(-12) : (-3) \cdot (-4)$
- $(+15) \cdot (-2) : (-10)$
- $150 : (-5) \cdot (-3)$
- $(-36) : (+2) \cdot (+4)$

102 Resuelve.

- $(+18) : (-2) : (-3) \cdot (-5)$
- $(-15) \cdot 3 : (-9) : 5$
- $[(-12) : 3] \cdot [(-8) : (-4)]$
- $(-18) : [(-9) : (-3)] \cdot (-6)$
- $[(+4) : (-2) \cdot (+8)] : [(+2) + (+6)]$

103 Calcula estas operaciones combinadas.

- $-2 \cdot (-6) - 5 \cdot (-3)$
- $(-6) \cdot 2 + 3 \cdot (-4)$
- $(-10) : (-5) + 2 : (-1)$
- $3 \cdot (-5) - 4 : (-2) + 3$
- $2 + 3 \cdot (-4) - (-2) + 2 \cdot 7 - (-3)$
- $(-35) : (-7) + (-54) : (+9)$

104 Calcula.

- $(-6) \cdot [ -(-2) - 3 \cdot (-4) ]$
- $[(-6) \cdot 2 - 3] \cdot (-4)$
- $2 \cdot [(-2) - (-3) \cdot 5] + (-10) : (-2)$
- $[(-5) \cdot 3 + 8] \cdot 4 - (-2)$
- $[(-25) : (-5) + 8] \cdot (-2) - [7 : (-1) + 12 - (-2)]$
- $25 : [2 + (-7)] - 12 \cdot [(-3) - 2 \cdot (-4) + (-6)]$

105 Encuentra los errores en estas igualdades.

- $(-3) + (-5) - (-8) = -3 - 5 - 8 =$   
 $= -8 - 8 = -(8 - 8) = 0$
- $-9 - (-8) - (-7 - 2) = -9 + 8 + 7 - 2 =$   
 $= -1 + 7 - 2 =$   
 $= -6 - 2 = -8$
- $5 - [-6 + 7 - (-2)] = 5 + 6 - 7 + 2 =$   
 $= 11 - 5 = 6$
- $4 \cdot (-3) + (-5) \cdot (-2) = -12 - 10 = -22$

### Divisibilidad de números enteros

- 106** Razona si estas afirmaciones son ciertas.
- a) 3 es divisor de  $-15$ .
  - b) 4 es múltiplo de 12.
  - c) 25 es divisible por  $-5$ .
  - d)  $-48$  es múltiplo de  $-6$ .

- 107** Completa en tu cuaderno con *múltiplo* o *divisor*.
- a) 5 es  de  $-25$ .
  - b)  $-243$  es  de  $-3$ .
  - c) 25 es  de 125.
  - d)  $-1$  es  de 22.

- 108** Razona.
- a) ¿Cuál es el múltiplo más pequeño que tiene un número? ¿Y su divisor más pequeño?
  - b) ¿Cuál es el divisor más grande que tiene un número?

#### → SABER HACER

##### Calcular un múltiplo de un número comprendido entre otros dos números

- 109** Encuentra un múltiplo de 38 que esté comprendido entre 470 y 515.

**PRIMERO.** Se divide el menor de los números, 470, entre el número del que se quiere hallar el múltiplo, 38.

$$\begin{array}{r} 470 \overline{)38} \\ 14 \quad 12 \end{array}$$

**SEGUNDO.** Se aumenta en una unidad el cociente, y se multiplica por el número del que se quiere obtener el múltiplo.

$$\text{Múltiplo} = (12 + 1) \cdot 38 = 494$$

Se comprueba que 494 es múltiplo de 38 y está comprendido entre 470 y 515.

- 110** Calcula.
- a) Un múltiplo de 27 comprendido entre 190 y 235.
  - b) El mayor múltiplo de 32 menor de 500.
  - c) El mayor múltiplo de 42 que tiene tres cifras.
  - d) El menor múltiplo de 29 que tiene cuatro cifras.
- 111** Calcula todos los divisores de estos números e indica cuáles son primos.
- a) 68    b) 29    c) 120    d) 47    e) 346    f) 800

- 112** Completa esta tabla en tu cuaderno.

	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 10
300	×			
1 025				
9 312				
5 262				

- 113** Aplica los criterios de divisibilidad y escribe tres números en cada caso.
- a) Que sean divisibles por 9.
  - b) Que sean divisibles por 11.
  - c) Que sean divisibles por 9 y 11.
  - d) Que sean divisibles por 2, 9 y 11.
- 114** Escribe tres números capicúa de cinco cifras que sean divisibles por 2 y por 3, y otros tres que sean divisibles por 5 y por 9.
- 115** Escribe en tu cuaderno la lista de los quince primeros números primos.
- 116** Contesta razonando tu respuesta.
- a) El doble de un número primo ¿puede ser también primo?
  - b) Un múltiplo de un número primo ¿es también primo?
  - c) El producto de dos números primos ¿es también un número primo?

#### → SABER HACER

##### Calcular una cifra para que un número sea divisible entre otro

- 117** ¿Qué valor debe tener  $a$  para que el número  $2a3a$  sea divisible por 3?

**PRIMERO.** Se aplica el criterio de divisibilidad. La suma de las cifras debe ser múltiplo de 3.

$$2 + a + 3 + a = 5 + 2a$$

La suma  $5 + 2a$  debe ser múltiplo de 3.

**SEGUNDO.** Se analizan los valores de  $a$  para los que se cumple el criterio de divisibilidad.

$$a = 2, \text{ ya que } 5 + 2 \cdot 2 = 9$$

$$a = 5, \text{ ya que } 5 + 2 \cdot 5 = 15$$

$$a = 8, \text{ ya que } 5 + 2 \cdot 8 = 21$$

- 118** Completa los huecos en tu cuaderno para que:
- a)  $25 \square 3$  sea divisible por 3.
  - b)  $\square 4 103$  sea divisible por 11.
  - c)  $43 \square$  sea divisible por 2 y por 3.
  - d)  $137 \square$  sea divisible por 2 y por 5.
- 119** Halla la descomposición factorial de estos números.
- a) 83    c) 43    e) 225    g) 735
  - b) 48    d) 60    f) 300    h) 1300
- 120** Halla el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes pares de números.
- a) 24 y 18    b) 20 y 60    c) 84 y 105    d) 60 y 90

## ACTIVIDADES FINALES

**121** Escribe dos parejas de números que tengan como m.c.d. el número 10.

**122** Escribe dos parejas de números que tengan como m.c.m. el número 28.

**123** Si  $m.c.d.(a, 12) = 6$ , halla el valor de  $a$ .

### SABER HACER



#### Saber si dos números son primos entre sí

**124** Averigua si 18 y 35 son primos entre sí.

**PRIMERO.** Se factorizan ambos números.

$$18 = 2 \cdot 3^2 \quad 35 = 5 \cdot 7$$

**SEGUNDO.** Se comprueba si el m.c.d. de los números es igual a 1.

El mayor de sus divisores comunes es 1, por tanto, los dos números son primos entre sí.

**125** Averigua qué parejas de números son primos entre sí.

- a) 16 y 25    b) 12 y 51    c) 18 y 49    d) 27 y 108

**126** Escribe dos parejas de números primos entre sí.

### Problemas con números enteros

**127** Pedro tenía 357 € en la libreta de ahorros y a lo largo de un día se han registrado en ella estos movimientos:

- Recibo del agua: 103 €
- Recibo del gas: 125 €
- Ingreso en efectivo: 80 €
- Recibo de la luz: 213 €
- Nómina: 1 200 €



- a) ¿De cuánto dinero dispone Pedro ahora?  
b) ¿Ha estado en algún momento en *números rojos*?

**128** Las temperaturas, máxima y mínima, registradas en una ciudad fueron:



Lunes: 11 °C y 6 °C  
Martes: 5 °C y -2 °C  
Miércoles: 3 °C y -1 °C  
Jueves: -2 °C y -3 °C  
Viernes: 7 °C y 3 °C

- a) ¿Cuál ha sido la oscilación térmica cada uno de los días?  
b) ¿En qué día se produjo la temperatura más alta?  
c) ¿En qué día se produjo la temperatura más baja?  
d) ¿Qué día ha habido la máxima oscilación térmica?

**129** Sara vive en el cuarto piso. Baja 6 plantas para ir a su trastero y luego sube 3 para llevarle unos libros que ha recogido a su vecina Teresa. ¿En qué piso vive Teresa? ¿En qué piso está el trastero de Sara?

**130** En un almacén quieren poner 84 botellas en cajas, sin que sobre ninguna. ¿De cuántas formas posibles las pueden distribuir poniendo el mismo número de botellas en cada una de las cajas?

**131** En una clase de 32 alumnos se tienen que hacer grupos para realizar un trabajo de Ciencias. Si el mínimo de componentes de cada grupo es dos y el máximo cuatro, y no queremos que ningún alumno quede solo, ¿cuál es el número más pequeño de grupos que se pueden formar? ¿Y el mayor?



**132** Juan tiene una colección de monedas que puede agrupar de tres en tres, de cinco en cinco y de siete en siete, sin que sobre ninguna. ¿Cuántas monedas tiene, sabiendo que son más de 215 pero menos de 350?

**133** Manuel quiere poner los 250 envases de productos químicos que hay en el almacén en estantes. Si en cada estante tiene que haber un mínimo de 15 envases:

- a) ¿De cuántas maneras diferentes puede colocar los envases, poniendo en cada estante el mismo número y sin que sobre ninguno?  
b) ¿Se pueden colocar de forma que haya 21 en cada estante? ¿Por qué?

**134** Sonia tenía 36 bocadillos de chorizo y 84 de queso. Los envasó en bolsas con el mismo número de bocadillos, todos del mismo tipo. Si hizo el mínimo número de bolsas posible, ¿cuántas bolsas obtuvo?

**135** En una estación salen autobuses hacia Soria cada 25 minutos, hacia Córdoba cada 45 minutos y hacia Ourense cada hora. Si a las ocho de la mañana han salido los tres juntos:

- a) ¿A qué hora coincidirán por primera vez los autobuses de Soria y Córdoba?  
b) ¿A qué hora coincidirán los de Córdoba y Ourense?  
c) ¿Y los de Soria y Ourense?  
d) ¿A qué hora volverán a salir los tres autobuses al mismo tiempo?

**136** En una escuela tienen que cortar una cartulina de 80 cm de largo y de 60 cm de ancho, en trozos cuadrados tan grandes como sea posible. ¿Cuántos trozos podrán hacer? ¿Qué medida tendrá cada trozo?

**137** Andrés tiene 78 paquetes de galletas de limón, 130 de nata y 156 de miel. Tiene que meterlos en cajas con el mayor número posible de paquetes, y con el mismo número en cada caja. No se pueden mezclar diferentes paquetes en una caja.



- a) ¿Cuántos paquetes de galletas tiene que poner en cada caja?
- b) ¿Cuántas cajas necesitaría en cada caso?

**138** Un local mide 35 m de largo por 25 m de ancho, y se quiere dividir, para hacer plazas de aparcamiento dobles, en trozos cuadrados lo más grandes posible, sin que sobre espacio. ¿Qué dimensión máxima de lado pueden tener las plazas? ¿Cuántas se obtendrán?

**139** Álex tiene entre 20 y 40 libros de lectura. Si los organiza de tres en tres le sobran dos, y si lo hace de cinco en cinco, le sobra uno. ¿Cuántos libros tiene?

**140** Mónica tiene cerca de 450 fotografías. Puede pegarlas en un álbum en grupos de 8, 9 o 12 fotografías sin que le sobre ninguna. ¿Cuántas fotografías tiene Mónica?

**141** Enrique viaja cada 15 días a Londres, Ana cada 21 días y Luisa cada 24. Si todos han ido hoy al aeropuerto, ¿cuántas veces coincidirán en los próximos seis meses?



**142** En una ruta de senderismo han puesto señales a ambos lados del camino. En un lado se ha colocado la señal cada 12 metros, y en el otro, cada 14 metros. Sabiendo que la primera señal de cada lado está situada a la misma altura, ¿qué distancia debemos recorrer a partir de ese punto para encontrar dos señales colocadas una frente a la otra?

**143** Una cámara frigorífica es capaz de enfriar su interior a un ritmo de  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$  cada media hora.

- a) ¿Cuántos grados menos habrá después de 3 horas?
- b) Si tras 6 horas el interior está a  $-7\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ¿cuál era la temperatura antes de las 6 horas?

**DEBES SABER HACER**



**Números enteros**

- 1** ¿Cuántos números enteros hay entre  $-6$  y  $+6$ ? Representalos en la recta numérica.
- 2** ¿Qué valores puede tener  $a$  en cada caso?
  - a)  $|a| = 7$
  - b)  $Op(a) = -7$
- 3** Ordena cada grupo de menor a mayor.
  - a)  $-4, +5, -7, -9, +2, 0, +1$
  - b)  $+6, 0, -3, +8, -9, -1, -4, +5$

**Operaciones con números enteros**

- 4** Calcula.
  - a)  $(+5) + (-7)$
  - b)  $(-6) + (-8)$
  - c)  $(-9) - (-3)$
  - d)  $(-4) - (+5)$
- 5** Opera.
  - a)  $(+5) \cdot (-7)$
  - b)  $(-2) \cdot (+4)$
  - c)  $(-6) \cdot (-8)$
  - d)  $(-9) : (-3)$
  - e)  $(+10) : (+2)$
  - f)  $(-40) : (+5)$

- 6** Calcula aplicando la jerarquía de las operaciones.
  - a)  $-8 - 2 - 4 + 6 - 3 + 5$
  - b)  $-9 \cdot 4 + 12 : (-6) + 8$
  - c)  $3 + 5 \cdot (-2) - 4 + 12 : (-6)$
  - d)  $(-6 - 3) \cdot [-4 + 2 : (-8 + 7)] \cdot (2 \cdot (-1) + 2)$

**Divisibilidad con números enteros**

- 7** Calcula todos los divisores de estos números y averigua los que son primos.
  - a) 123
  - b) 61
  - c) 218
  - d) 127
- 8** Factoriza los siguientes números.
  - a) 66
  - b) 45
  - c) 124
  - d) 1 225

**Máximo común divisor y mínimo común múltiplo**

- 9** Calcula.
  - a) m.c.d. (18, 24)
  - b) m.c.d. (36, 42)
  - c) m.c.m. (15, 21)
  - d) m.c.m. (14, 21, 27)



## En la vida cotidiana

**144** Un autobús con 62 turistas llega a un hotel cuya recepción se encuentra en la planta  $-2$ . Tras recoger las llaves de sus habitaciones, se dirigen a la zona del ascensor para subir a la planta que les ha correspondido.

El guía de la excursión necesita que los turistas suban lo antes posible a sus habitaciones porque tienen una visita guiada a la ciudad en menos de un cuarto de hora. Para organizar su subida, pide en recepción una relación de las habitaciones que les han asignado.

- Seis habitaciones dobles y tres triples en la planta 7.<sup>ª</sup>.
- Cuatro habitaciones dobles y dos triples en la planta 6.<sup>ª</sup>.
- Tres habitaciones dobles y tres triples en la planta 5.<sup>ª</sup>.
- Seis habitaciones dobles en la planta 4.<sup>ª</sup>.



El ascensor del hotel tiene capacidad para 8 personas. De hecho, tiene un sensor que en caso de subir más personas de lo permitido, hace sonar una pequeña alarma y bloquea el cierre de puertas.

- a) ¿Cómo debe organizar el guía a los turistas para montar en el ascensor y tardar el menor tiempo posible en subir?
  - b) El guía, preocupado porque los turistas tienen que estar lo antes posible de vuelta en la recepción, ha medido el tiempo que se tarda en subir:
    - En llegar de la planta  $-2$  a la 7 sin paradas se tarda un minuto y medio.
    - En cada parada se tardan 2 minutos más.
- ¿Cuál será el tiempo mínimo que tardarán los turistas en subir a sus habitaciones? ¿Les dará tiempo para bajar y poder coger el autobús que les llevará a la visita guiada?

## Formas de pensar. Razonamiento matemático

**145** Calcula todos los números enteros  $a$  y  $b$  que verifican estas condiciones. Cuando no exista ninguna solución, explica por qué ocurre y, si hay infinitas posibilidades, describe cómo son.

- |                         |                      |
|-------------------------|----------------------|
| a) $ a  +  b  = 4$      | g) $ a  :  b  = 12$  |
| b) $ a + b  = 4$        | h) $ a  :  b  = 1/2$ |
| c) $ a  -  b  = 4$      | i) $a^2 = 64$        |
| d) $ a - b  = 4$        | j) $a^2 = -64$       |
| e) $ a  \cdot  b  = 12$ | k) $a^3 = 64$        |
| f) $ a \cdot b  = 12$   | l) $a^3 = -64$       |

**146** Si un número es múltiplo de otro, ¿cuál es su máximo común divisor?

**147** Encuentra dos números que tengan como máximo común divisor 6 y como mínimo común múltiplo 36.

**148** Descompón estos números como producto de tres factores.

- a) 540      b) 1256      c) 1050      d) 432

**149** Escribe en tu cuaderno los valores que puede tener la cifra que falta en cada uno de estos números para que sean múltiplos de 2 y de 3 a la vez.

- a)  $-25\Box$       c)  $\Box 410$   
 b)  $-4\Box 4$       d)  $245\Box$

**150** Se llama *números gemelos* al par de números primos que son impares consecutivos. El primer par de números gemelos es el 3 y el 5, ¿cuáles son los dos pares de números gemelos siguientes?

**151** Si  $m$  y  $n$  son números enteros positivos, ¿cuál es el menor valor de  $m$  para que  $2940 \cdot m = n^2$ ?

3ºº PROYECTO FINAL. Trabajo cooperativo

**OBJETIVO: Organizar un campeonato escolar**

**1.ª Fase.**

- Elaborad una lista con los posibles juegos o actividades deportivas con los que se puede organizar un torneo en vuestro centro.
- Detallad, para cada uno, sus necesidades (recursos necesarios, espacios en los que se celebrará el torneo...).



**2.ª Fase.**

- Realizad, para cada uno de ellos, un estudio pormenorizado del presupuesto económico necesario.
- Valorad la posibilidad de poder disponer de los espacios necesarios para realizar el torneo.
- Evaluad la posibilidad de poder encontrar patrocinadores externos para poder financiar económicamente la actividad o, por el contrario, si tendrá que ser el centro el que asuma el coste.



**3.ª Fase.**

- Decidid en común las actividades o juegos más factibles para realizar el campeonato. Basad vuestra decisión en las necesidades que se requieren y en el interés que pueden suscitar entre vuestros compañeros.
- Realizad un informe con vuestras propuestas detallando el presupuesto, los espacios que requerís y las reglas que regirán el campeonato.

Pruebas PISA

**Monopatín**

**152** Marcos es un gran fan del monopatín. Entra en una tienda denominada PATINADORES para mirar algunos precios.

En esta tienda puedes comprar un monopatín completo. Pero también puedes comprar una tabla, un juego de 4 ruedas, un juego de 2 ejes y un conjunto de piezas para ensamblar los tres componentes anteriores y montar tu propio monopatín.

Los precios de los productos de la tienda son los que figuran en esta tabla.

- Marcos quiere montar su propio monopatín. ¿Cuál es el precio mínimo y el precio máximo de los monopatines montados por uno mismo en esta tienda?
- Marcos tiene 120 zeds para gastar y quiere comprar el monopatín más caro que pueda. ¿Cuánto dinero puede gastar Marcos en cada uno de los 4 componentes?

(Prueba PISA 2012)

Producto	Precio en zeds	
Monopatín completo	82 o 84	
Tabla	40, 60 o 65	
Un juego de cuatro ruedas	14 o 36	
Un juego de dos ejes	16	
Un juego de piezas para montar (cojines, almohadillas de goma, tornillos y tuercas)	10 o 20	



## Representación gráfica de fracciones

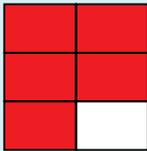
Para representar fracciones se suelen utilizar figuras geométricas.

Para ello se divide la figura en tantas partes iguales como indique el denominador, y después, se marcan las partes que señale el numerador.

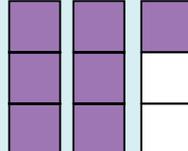
### EJEMPLO

Representa gráficamente estas fracciones:

a)  $\frac{5}{6}$



b)  $\frac{7}{3}$



### ACTIVIDADES

1 Representa las siguientes fracciones utilizando figuras geométricas y la recta numérica:

a)  $\frac{5}{8}$

c)  $\frac{9}{4}$

b)  $\frac{7}{2}$

d)  $\frac{2}{3}$

## Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

- El m.c.d. de varios números se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes elevados al menor de sus exponentes.
- El m.c.m. se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor de sus exponentes.

### EJEMPLO

Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 20 y 30.

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.d.}(20, 30) = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\text{m.c.m.}(20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

### ACTIVIDADES

2 Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de:

a) 12 y 24

f) 2, 8 y 16

b) 7 y 11

g) 5, 7 y 20

c) 5 y 40

h) 16, 18 y 20

d) 6 y 9

i) 15, 27 y 33

e) 42 y 54

j) 40, 60 y 80



### Siglo XVII

Nace la pizza en Nápoles (Italia) como alimento para las familias humildes.

