PROYECTO SABER HACER

Matemáticas
Enseñanzas académicas

SERIE **RESUELVE**

ESO 4

El libro Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas para 4.º curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:
José Carlos Gámez Pérez
Ana María Gaztelu Villoria
Fernando Loysele Susmozas
Silvia Marín García
Carlos Pérez Saavedra
Domingo Sánchez Figueroa

EDICIÓN
José Antonio Almodóvar Herráiz
Silvia Marín García
Virgilio Nieto Barrera
Laura Sánchez Fernández

EDITOR EJECUTIVO
Carlos Pérez Saavedra

DIRECCIÓN DEL PROYECTO
Domingo Sánchez Figueroa

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

SANTILLANA

Índice

Esquema de la unidad

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

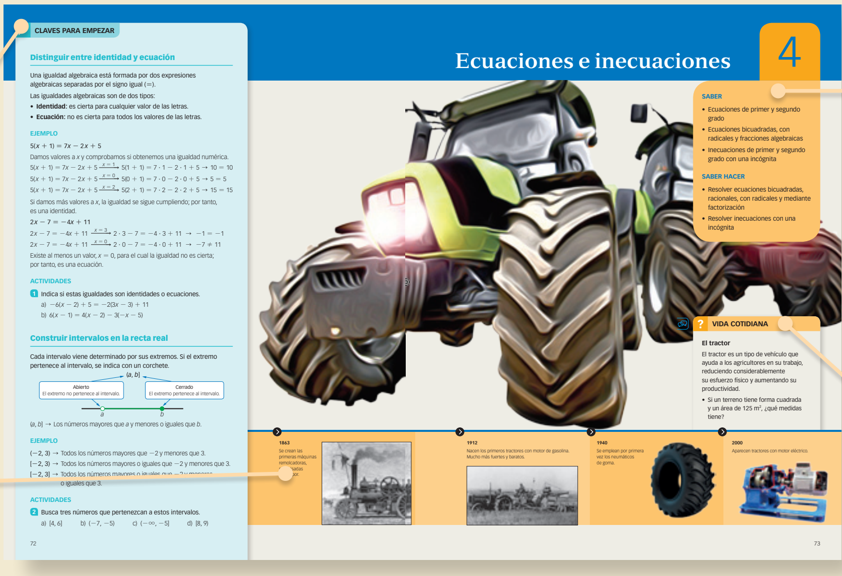
A lo largo de toda la unidad marcamos con iconos aquellos contenidos o actividades en los que se trabajan de manera particular las competencias básicas.

- Competencia matemática, científica y tecnológica
- Competencia social y cívica
- Conciencia y expresión cultural
- Iniciativa y emprendimiento
- Comunicación lingüística
- Competencia digital
- Aprender a aprender

Introducción a la unidad: dos elementos básicos, una base sólida y una motivación adecuada.

Las **Claves para empezar** te permitirán recordar aquellos contenidos que te serán útiles para la unidad.

Comenzamos la unidad en torno a la historia, utilidades y curiosidades de algún invento.



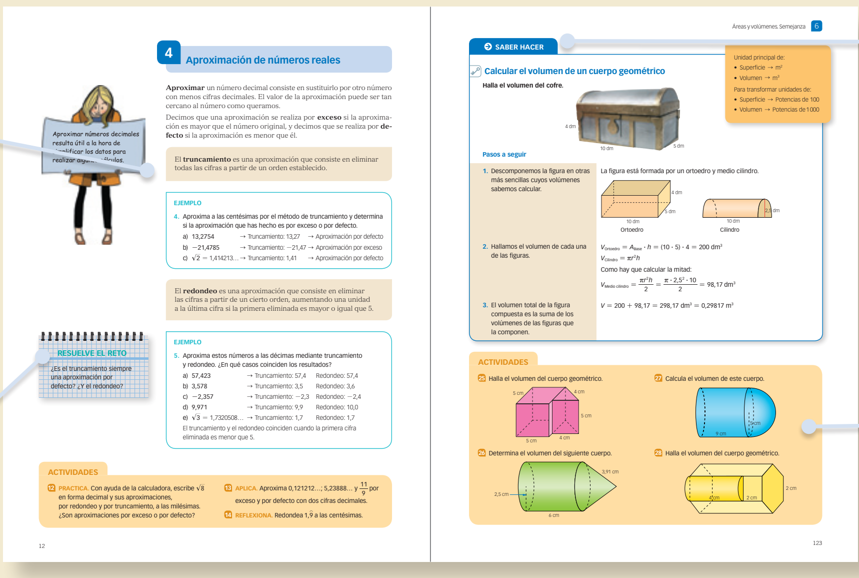
Se especifican los contenidos (**Saber**) y los procedimientos (**Saber hacer**) de la unidad.

La **Vida cotidiana** te propone un ejercicio sencillo, relacionado con la imagen de entrada.

Páginas de contenidos: SABER y SABER HACER como un todo integrado.

Nuestra propuesta para **Saber** son unos textos claros y estructurados. Los **Ejemplos** te ayudarán a afianzar esos saberes.

Junto a los textos encontrarás **informaciones complementarias**. Además, en **Resuelve el reto** pondremos a prueba tus conocimientos y tu razonamiento matemático.



En la parte **Saber hacer** aprenderás, paso a paso, los procedimientos necesarios para tu desarrollo matemático.

Las actividades te ayudarán a **practicar, aplicar y reflexionar** sobre los conocimientos. Las actividades que acompañan a **Saber hacer** tienen como objetivo afianzar y dominar estos procedimientos.

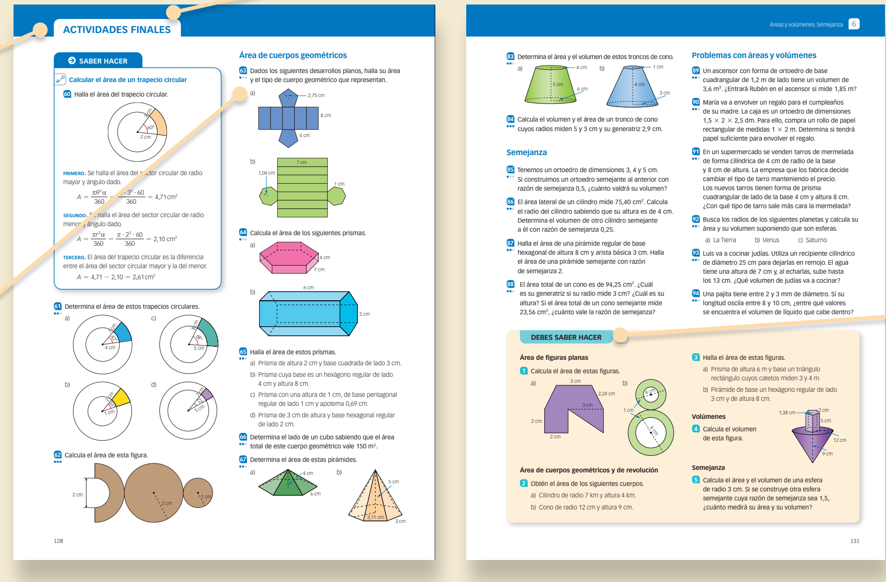
Páginas de actividades finales: una forma práctica de aprender a aprender.

Las actividades finales terminan con una gran cantidad de **Problemas** que te permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

Nuestras **Actividades finales** están **secuenciadas** para que aproveches de la mejor forma posible la aplicación de los contenidos estudiados.

Cada actividad te informa de la **dificultad** que tiene.

Los **Saber hacer** te ayudarán a seguir profundizando en los procedimientos.

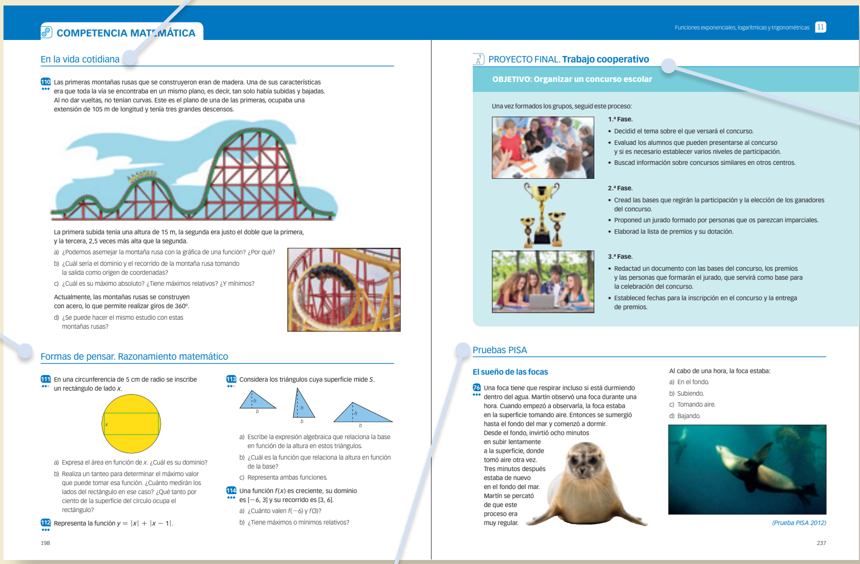


Para finalizar, **Debes saber hacer**. Esta autoevaluación básica te permitirá comprobar si has alcanzado los objetivos mínimos de la unidad.

Páginas de competencia matemática: un paso más en la aplicación de los contenidos aprendidos.

En la vida cotidiana es una actividad relacionada con el invento inicial, donde podrás trabajar con algunos contenidos de la unidad.

Con las **Formas de pensar** pondremos a prueba tu **razonamiento matemático**.



El **Proyecto final** te plantea objetivos que antes o después encontrarás en tu vida diaria. Con él mejorarás tus competencias para el **trabajo cooperativo**.

La unidad finaliza con las **Pruebas PISA**. Estas pruebas internacionales pretenden comprobar tu aprendizaje competencial y conviene que las conozcas.

CLAVES PARA EMPEZAR

Cómo se escriben números decimales en forma de fracción

Todo número decimal racional se puede escribir como una fracción.

EJEMPLO

Decimal exacto en forma de fracción:

$$6{,}39 = \frac{639}{100}$$

639 ← Parte entera y decimal sin coma

100 ← Unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales haya

Decimal periódico puro en forma de fracción:

$$4{,}\widehat{65} = \frac{465 - 4}{99}$$

465 ← Parte entera y período

4 ← Parte entera

99 ← Tantos nueves como cifras tiene el período

Decimal periódico mixto en forma de fracción:

$$3{,}7\widehat{45} = \frac{3\,745 - 37}{990}$$

3 745 ← Parte entera, anteperíodo y período

37 ← Parte entera y anteperíodo

990 ← Tantos nueves como cifras tiene el período y tantos ceros como cifras tiene el anteperíodo

ACTIVIDADES

1 Expresa los siguientes números en forma de fracción.

a) 35,47 b) $13{,}\widehat{46}$ c) $5{,}2\widehat{31}$

Cómo se representan fracciones en la recta numérica

Una fracción se puede representar de manera exacta en la recta numérica.

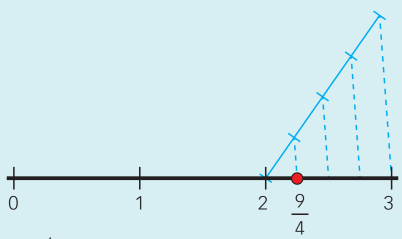
EJEMPLO

Representa la fracción $\frac{9}{4}$ en la recta numérica.

$\frac{9}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} \rightarrow \frac{9}{4}$ está entre 2 y 3.

Trazamos una semirrecta desde 2 y tomamos cuatro partes iguales. Unimos la última marca con 3 y trazamos paralelas por las otras tres marcas.

El numerador de la nueva fracción, 1, indica las partes que debemos tomar.



ACTIVIDADES

2 Representa. a) 7,2 b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{17}{3}$ d) $-\frac{12}{5}$

Siglo XVIII a.C.

Hay registros de préstamos individuales concedidos en Babilonia.

1100

Los caballeros templarios crean la primera entidad bancaria europea.

Números reales. Porcentajes

1

SABER

- Números racionales e irracionales. Números reales
- Aproximaciones y errores de números reales
- Intervalos en la recta real
- Porcentajes. Interés simple y compuesto

SABER HACER

- Hallar los conjuntos numéricos a los que pertenecen ciertos números
- Calcular la unión y la intersección de dos intervalos
- Resolver problemas de porcentajes

? VIDA COTIDIANA

La banca

Una cuenta bancaria es un servicio que ofrecen los bancos para guardar el dinero de sus clientes. A su vez, estos pueden llevar el control de lo que tienen en cada momento.

- Si tenemos 1 440 € en el banco y este mes hemos gastado 480 € de nuestra cuenta, ¿qué parte de nuestros ahorros hemos gastado? ¿Qué porcentaje de lo que teníamos representa ese gasto?

1656

Se funda en Suecia el primer banco que acepta papel moneda (billetes).

1782

Se crea el Banco de España, denominado entonces Banco de San Carlos.

1818

Se abre en París el primer banco de ahorros.

1995

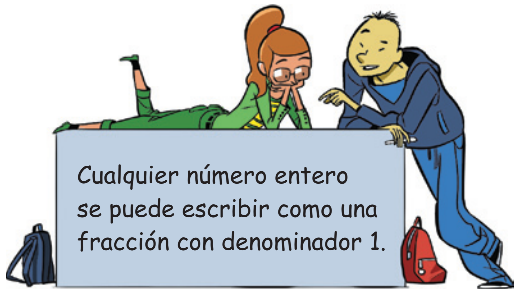
Se extiende el uso de la banca telefónica.

Siglo XXI

Se normaliza el uso de la banca *online*.

1 Números racionales

El conjunto de los **números racionales**, $\mathbb{Q}$, está formado por todos los números que se pueden expresar en forma de fracción $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y $b \neq 0$.



Todos los números naturales, enteros, decimales exactos y periódicos son números racionales.

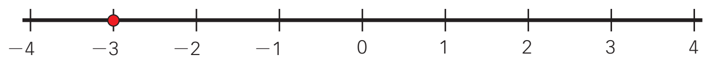
$$\text{Números racionales}\begin{cases}\text{Números enteros}\begin{cases}\text{Números naturales: } 1, 2, 3, \ldots\\ \text{El número cero: } 0\\ \text{Enteros negativos: } -1, -2, -3, \ldots\end{cases}\\[2ex] \text{Números decimales}\begin{cases}\text{Exactos: } 0{,}2;\ 0{,}34;\ \ldots\\ \text{Periódicos: } 0{,}\hat{6};\ 2{,}2\widehat{63};\ \ldots\end{cases}\end{cases}$$

Todos los números racionales se pueden representar de manera exacta en la recta numérica.

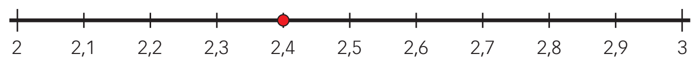
EJEMPLO

1. Indica si estos números son racionales y, si lo son, represéntalos.

a) $-3 = -\frac{3}{1}$ → Se puede expresar como fracción. Es un número racional.

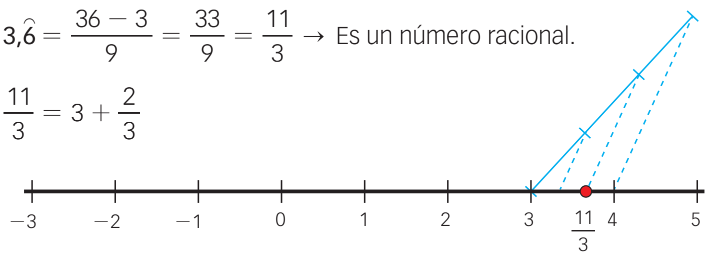


b) $2{,}4 = \frac{24}{10}$ → Se puede expresar como fracción. Es un número racional.



c) $3{,}\hat{6} = \frac{36-3}{9} = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$ → Es un número racional.

$\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$



ACTIVIDADES

1 **PRACTICA.** Empareja los números que tengan el mismo valor e indica a qué conjunto numérico pertenece cada uno.

$\frac{3}{40}$ $\quad 3{,}\hat{6}$ $\quad 0{,}01$ $\quad 3{,}666\ldots$ $\quad \frac{5}{500}$ $\quad 0{,}075$ $\quad \frac{11}{3}$

2 **APLICA.** Ordena y representa.

a) $2{,}33 \quad 2{,}\hat{3} \quad 2{,}3 \quad 2{,}\widehat{36}$

b) $-4{,}2 \quad -4{,}\hat{2} \quad -4{,}22 \quad -4{,}\widehat{27}$

3 **REFLEXIONA.** Representa $2{,}3\hat{9}$ y $-4{,}2\hat{9}$.

2 Números irracionales

El conjunto de los **números irracionales**, $\mathbb{I}$, está formado por los números que no se pueden expresar en forma de fracción. Su expresión decimal tiene un número infinito de cifras decimales que no se repiten de forma periódica.

EJEMPLO

2. Decide si estos números son racionales o irracionales y, después, ordénalos de menor a mayor.

a) $\pi = 3{,}1415926535\ldots \rightarrow$ Su expresión decimal tiene un número ilimitado de cifras que no se repiten de forma periódica. Es irracional.

b) $-2 = \frac{-2}{1} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.

c) $\frac{2\pi}{3} = 2{,}094395102\ldots \rightarrow$ Su expresión decimal tiene un número ilimitado de cifras que no se repiten de forma periódica. Es irracional.

d) $\sqrt{5} = 2{,}236067977\ldots \rightarrow$ Su expresión decimal tiene un número ilimitado de cifras que no se repiten de forma periódica. Es irracional.

e) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.

Los números ordenados de menor a mayor son:

$$-2 < \sqrt{\frac{9}{4}} < \frac{2\pi}{3} < \sqrt{5} < \pi$$

Existen infinitos números irracionales, por ejemplo:

- Cualquier raíz no exacta: $\sqrt{5}$, $-\sqrt{7}$, $\sqrt{24}$, …
- Algunos números *especiales*: π, e, Φ, …
- Determinados números obtenidos combinando sus cifras decimales, por ejemplo: 0,010010001…; 0,12345678910…; …

RESUELVE EL RETO

Entre cada dos números racionales existe uno irracional y entre cada dos irracionales existe uno racional.

a) Calcula un número irracional comprendido entre $\frac{1}{1000}$ y $\frac{1}{999}$.

b) Calcula un número racional situado entre 0,12131415… y 2,12141618…

ACTIVIDADES

4 PRACTICA. Indica cuáles de estos números no son irracionales.

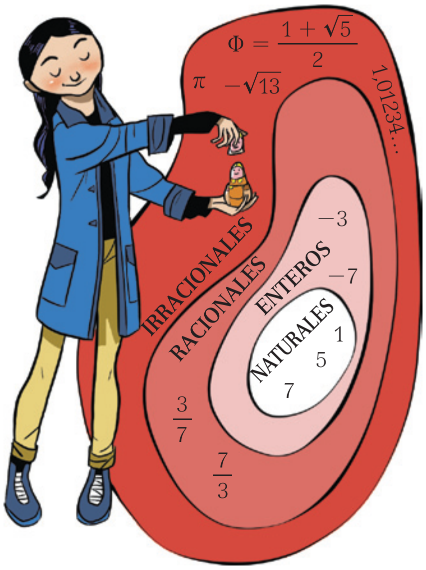
a) $\sqrt{4}$ c) $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ e) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{9+4}$ d) $\sqrt{14+2}$ f) $\sqrt{4} + \sqrt{1}$

5 APLICA. ¿Es lo mismo la raíz de una suma que la suma de raíces? Pon un ejemplo para comprobarlo.

6 REFLEXIONA. Clasifica en racionales e irracionales y ordena de mayor a menor.

3,121122111222...	3,444...
3,123123123...	$\sqrt{10}$
3,48163264...	3,12121212...
$\sqrt[3]{31}$	2π
$\sqrt{\frac{256}{25}}$	3,004



3 Números reales

El conjunto de los **números reales**, $\mathbb{R}$, está formado por todos los números racionales y todos los irracionales.

- Números reales ($\mathbb{R}$)
  - Racionales ($\mathbb{Q}$)
    - Enteros ($\mathbb{Z}$)
      - Naturales ($\mathbb{N}$)
      - El número 0
      - Enteros negativos
    - Decimales exactos y periódicos
  - Irracionales ($\mathbb{I}$)

Recta real

La recta numérica en la que se representan los números reales se denomina **recta real**.

Todos los números reales se pueden representar de manera exacta o aproximada en la recta real.

SE ESCRIBE ASÍ

En ciertas ocasiones solo tomamos el valor positivo de una raíz.

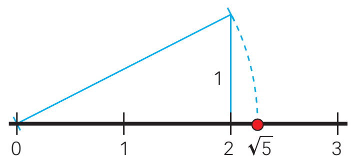
$\sqrt{4} = 2 \qquad -\sqrt{4} = -2$

EJEMPLO

3. Representa estos números en la recta real. a) $\sqrt{5}$ b) π

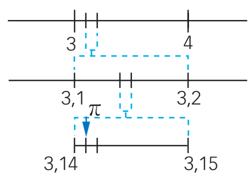
a) Los números del tipo $\sqrt{a}$, donde a es un número natural, se pueden representar de forma exacta sobre la recta real.

- Descomponemos el radicando en suma de dos números al cuadrado: $5 = 2^2 + 1^2$.
- Construimos sobre la recta un triángulo rectángulo cuyos catetos midan esos números.
- Trasladamos, con un compás, la hipotenusa sobre la recta.



b) Los números irracionales que no son del tipo $\sqrt{a}$ los representamos de forma aproximada hallando su expresión decimal.

$\pi = 3{,}141592\ldots$



ACTIVIDADES

7 PRACTICA. Representa las raíces en la recta real.

a) $\sqrt{10}$ c) $\sqrt{26}$ e) $-\sqrt{17}$

b) $\sqrt{17}$ d) $-\sqrt{10}$ f) $-\sqrt{26}$

8 APLICA. Representa de forma aproximada.

a) $2\sqrt{6}$ b) $1 + \sqrt{3}$ c) 3π

9 REFLEXIONA. Representa $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

SABER HACER

Para encontrar todos los conjuntos numéricos a los que pertenecen ciertos números, primero buscamos el conjunto más pequeño en el que están incluidos.

Hallar los conjuntos numéricos a los que pertenece un número

Indica todos los conjuntos numéricos a los que pertenecen estos números.

$$\sqrt{25} \qquad -\sqrt{\frac{16}{9}} \qquad \sqrt{7} \qquad 2{,}3\widehat{7} \qquad 1{,}1223334444\ldots \qquad -\frac{18}{9} \qquad -\frac{3}{4} \qquad 19 \qquad -5$$

Pasos a seguir

1. Si el número contiene alguna raíz:

- Si el radicando es un cuadrado perfecto, es un número natural si es positivo o entero si es negativo.

$\sqrt{25} = 5 \rightarrow$ Es **natural**, entero, racional y real.

- Si contiene fracciones y el numerador y el denominador son cuadrados perfectos:
  - Si el numerador es múltiplo del denominador, es un número natural si es positivo o entero si es negativo.
  - En caso contrario, es racional.

$-\sqrt{\frac{16}{9}} = -\frac{4}{3} \rightarrow$ Es un número **racional** y real.

- Si el radicando no es un cuadrado perfecto, el número es irracional.

$\sqrt{7} = 2{,}64575131\ldots \rightarrow$ Es un número **irracional** y real.

2. Si el número es decimal:

- Es racional si es un decimal exacto o periódico.
- Es irracional si tiene infinitas cifras decimales no periódicas.

$2{,}3\widehat{7} \rightarrow$ Es un número **racional** y real.

$1{,}1223334444\ldots \rightarrow$ Es un número **irracional** y real.

3. Si el número es una fracción:

- Cuando el numerador es múltiplo del denominador, es natural si la fracción es positiva y entero si es negativa.
- En caso contrario, es racional.

$-\frac{18}{9} = -2 \rightarrow$ Es un número **entero**, racional y real.

$-\frac{3}{4} \rightarrow$ Es un número **racional** y real.

4. Si el número no tiene raíces, no es decimal ni es fracción, es natural si es positivo y entero si es 0 o negativo.

$19 \rightarrow$ Es un número **natural**, entero, racional y real.

$-5 \rightarrow$ Es un número **entero**, racional y real.

ACTIVIDADES

10 Decide el menor conjunto numérico al que pertenece cada uno de los números que aparecen a continuación.

a) -5

b) $\sqrt{2}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\sqrt{625}$

e) 3π

f) -37

g) $\sqrt{\frac{1125}{5}}$

h) $21{,}4\widehat{63}$

11 Indica los conjuntos numéricos a los que pertenecen estos números.

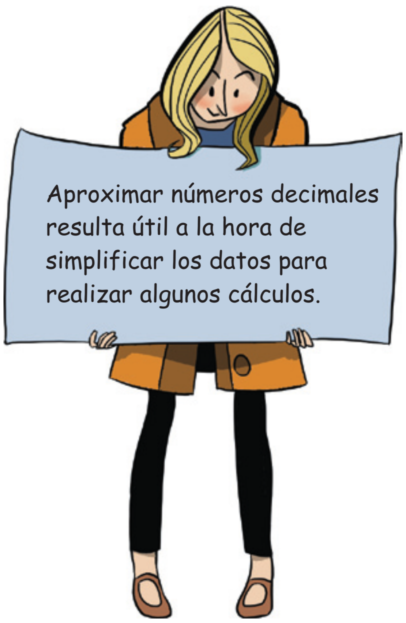
a) $5{,}0100200030004\ldots;\ -25;\ \sqrt{47};\ e$

b) $-\frac{14}{2};\ \sqrt{16};\ 54{,}97\widehat{2};\ 93$

c) $\frac{5}{3};\ 7{,}42;\ \sqrt{7}+2;\ 2{,}21221222122221\ldots$

d) $\sqrt{6+\sqrt{9}};\ \sqrt{6+9};\ \sqrt{9}+\sqrt{6};\ \sqrt{\frac{9}{6}}$

4 Aproximación de números reales



Aproximar un número decimal consiste en sustituirlo por otro número con menos cifras decimales. El valor de la aproximación puede ser tan cercano al número como queramos.

Decimos que una aproximación se realiza por **exceso** si la aproximación es mayor que el número original, y decimos que se realiza por **defecto** si la aproximación es menor que él.

El **truncamiento** es una aproximación que consiste en eliminar todas las cifras a partir de un orden establecido.

EJEMPLO

4. Aproxima a las centésimas por el método de truncamiento y determina si la aproximación que has hecho es por exceso o por defecto.

a) 13,2754 → Truncamiento: 13,27 → Aproximación por defecto

b) $-21{,}4785$ → Truncamiento: $-21{,}47$ → Aproximación por exceso

c) $\sqrt{2} = 1{,}414213\ldots$ → Truncamiento: 1,41 → Aproximación por defecto

El **redondeo** es una aproximación que consiste en eliminar las cifras a partir de un cierto orden, aumentando una unidad a la última cifra si la primera eliminada es mayor o igual que 5.

RESUELVE EL RETO

¿Es el truncamiento siempre una aproximación por defecto? ¿Y el redondeo?

EJEMPLO

5. Aproxima estos números a las décimas mediante truncamiento y redondeo. ¿En qué casos coinciden los resultados?

a) 57,423 → Truncamiento: 57,4 Redondeo: 57,4

b) 3,578 → Truncamiento: 3,5 Redondeo: 3,6

c) $-2{,}357$ → Truncamiento: $-2{,}3$ Redondeo: $-2{,}4$

d) 9,971 → Truncamiento: 9,9 Redondeo: 10,0

e) $\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$ → Truncamiento: 1,7 Redondeo: 1,7

El truncamiento y el redondeo coinciden cuando la primera cifra eliminada es menor que 5.

ACTIVIDADES

12 **PRACTICA.** Con ayuda de la calculadora, escribe $\sqrt{8}$ en forma decimal y sus aproximaciones, por redondeo y por truncamiento, a las milésimas. ¿Son aproximaciones por exceso o por defecto?

13 **APLICA.** Aproxima 0,121212…; 5,23888… y $\frac{11}{9}$ por exceso y por defecto con dos cifras decimales.

14 **REFLEXIONA.** Redondea $1{,}\widehat{9}$ a las centésimas.

5 Errores de aproximación

El **error absoluto** de una aproximación es el valor absoluto de la diferencia entre el valor real y el valor de la aproximación.

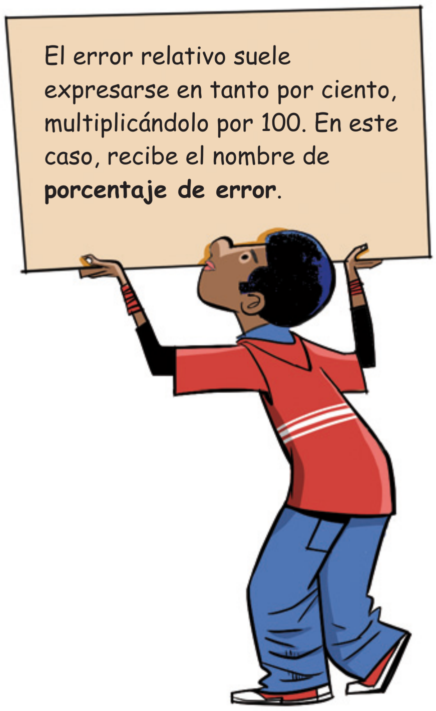
$$E_a = |V_{\text{Real}} - V_{\text{Aproximación}}|$$

EJEMPLO

6. Calcula el error absoluto cometido al aproximar $\sqrt{5}$ por 2,23. ¿Qué tipo de aproximación se ha realizado?

$\sqrt{5} = 2{,}236067977\ldots \rightarrow E_a = |2{,}236067977\ldots - 2{,}23| = 0{,}006067977\ldots$

Se ha realizado un truncamiento. Es una aproximación por defecto.



El **error relativo** de una aproximación es el cociente entre el error absoluto y el valor real.

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{Real}}} = \frac{|V_{\text{Real}} - V_{\text{Aproximación}}|}{V_{\text{Real}}}$$

EJEMPLO

7. Halla el error absoluto y relativo. ¿Qué aproximación es más precisa?

a) Un rascacielos de altura 201,12 m se aproxima por 200 m.

b) La longitud de una hormiga de 1,3 mm se aproxima por 1 mm.

a) $E_a = |201{,}12 - 200| = 1{,}12 \text{ m} = 1\,120 \text{ mm}$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{Real}}} = \frac{1{,}12 \text{ m}}{201{,}12 \text{ m}} = 0{,}0056 = 0{,}56\,\%$$

b) $E_a = |1{,}3 - 1| = 0{,}3 \text{ mm}$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{Real}}} = \frac{0{,}3 \text{ mm}}{1{,}3 \text{ mm}} = 0{,}2308 = 23{,}08\,\%$$

Aunque el error absoluto de la aproximación de la altura del rascacielos es mucho mayor que el de la longitud de la hormiga, el relativo es menor.

Un menor error relativo indica una mejor aproximación; por tanto, la aproximación más precisa es la del rascacielos.

SE ESCRIBE ASÍ

A veces damos por buena cualquier aproximación cuyo error sea menor que una cierta cantidad; esa cantidad se llama **cota de error**.

ACTIVIDADES

15 **PRACTICA.** Obtén el error absoluto al redondear 4,7569 a las centésimas.

16 **APLICA.** Halla el error relativo cometido al truncar $2,\overset{\frown}{3}$ a las décimas.

17 **REFLEXIONA.** ¿Qué error absoluto y relativo se comete al aproximar 1,468 por 1,5? ¿Y si lo aproximamos por 1,4? Razona cuál es la mejor aproximación.

6 Intervalos

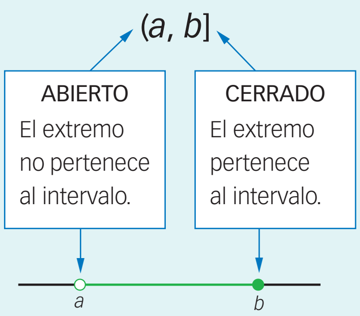
6.1. Intervalos

Un **intervalo** de extremos *a* y *b* es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre *a* y *b*.

Los intervalos se clasifican según contengan, o no, a sus extremos.

Intervalo abierto	**(a, b)**	$\{x : a < x < b\}$	
Intervalo cerrado	**[a, b]**	$\{x : a \leq x \leq b\}$	
Intervalo semiabierto	**(a, b]**	$\{x : a < x \leq b\}$	
Intervalo semiabierto	**[a, b)**	$\{x : a \leq x < b\}$	

SE ESCRIBE ASÍ



6.2. Semirrectas

Una **semirrecta** de extremo *a* es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre $-\infty$ y *a*, o bien entre *a* y $+\infty$.

Las semirrectas son cerradas o abiertas si contienen o no a su extremo.

Semirrecta abierta	**(a, +∞)**	$\{x : a < x\}$	
Semirrecta cerrada	**[a, +∞)**	$\{x : a \leq x\}$	
Semirrecta abierta	**(−∞, b)**	$\{x : x < b\}$	
Semirrecta cerrada	**(−∞, b]**	$\{x : x \leq b\}$	

En la expresión de una semirrecta, $\pm\infty$ siempre se escribe con paréntesis.

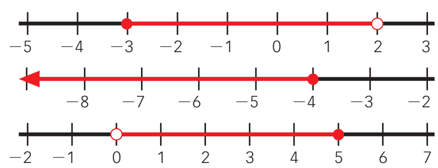
EJEMPLO

8. Escribe en forma de intervalos y semirrectas, y representa.

a) $-3 \leq x < 2 \rightarrow [-3, 2)$

b) $x \leq -4 \rightarrow (-\infty, -4]$

c) $5 \geq x > 0 \rightarrow (0, 5]$



ACTIVIDADES

18 PRACTICA. Describe y representa los siguientes intervalos en la recta real.

a) (4, 8)
b) (−∞, 2)
c) [1, 5)
d) (−3, 0]
e) (−∞, 4)
f) [−1, +∞)

19 APLICA. Escribe estos intervalos.

a) $-4 < x \leq 0$
b) $1 \leq x \leq 2$
c) $10 > x > 4$

20 REFLEXIONA. Representa estas semirrectas.

a) $x \leq 6$
b) $x \geq 3$
c) $x < 0$

SABER HACER

Calcular la unión y la intersección de intervalos

Halla la unión y la intersección de los siguientes pares de intervalos.

a) $A = [-4, 2]$, $B = (-2, 4]$

b) $A = [-3, 5]$, $B = (-3, +\infty)$

c) $A = (-\infty, -4]$, $B = [-4, 2)$

d) $A = (-\infty, 2]$, $B = (2, 4]$

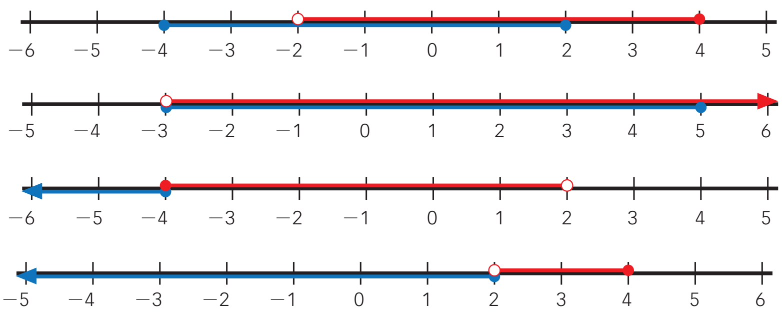
La intersección de intervalos puede ser vacía, un punto o un intervalo.

La unión de intervalos distintos no puede ser un punto y solo es el vacío si todos los intervalos lo son.

Pasos a seguir

1. Representamos los intervalos sobre la misma recta real.

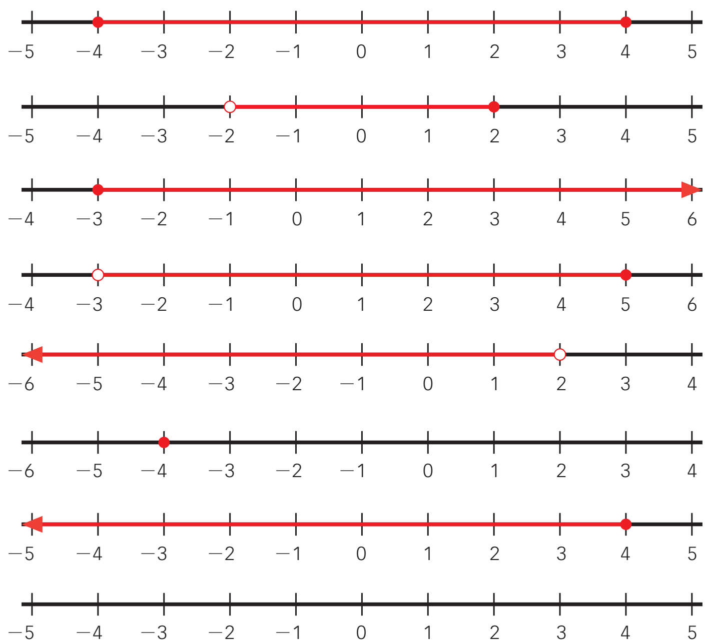
a) b) c) d)



2. La unión de los intervalos será toda la parte de recta que ocupan los intervalos.

   La intersección está formada tan solo por la parte de recta en la que todos los intervalos coinciden.

a) $A \cup B \rightarrow$ $A \cap B \rightarrow$ b) $A \cup B \rightarrow$ $A \cap B \rightarrow$ c) $A \cup B \rightarrow$ $A \cap B \rightarrow$ d) $A \cup B \rightarrow$ $A \cap B \rightarrow$



3. Expresamos en forma numérica el resultado obtenido gráficamente.

a) $A \cup B = [-4, 4]$ $\quad A \cap B = (-2, 2]$

b) $A \cup B = [-3, +\infty)$ $\quad A \cap B = (-3, 5]$

c) $A \cup B = [-\infty, 2)$ $\quad A \cap B = \{-4\}$

d) $A \cup B = [-\infty, 4]$ $\quad A \cap B = \varnothing$

ACTIVIDADES

21 Escribe dos intervalos cuya unión sea $(2, 6]$.

22 Escribe dos intervalos cuya intersección sea $(-2, 2)$.

23 Halla la unión y la intersección de estos intervalos.

a) $(-5, 1]$ y $[0, 2]$

b) $(-1, 5)$ y $[1, 2]$

c) $[2, 4]$ y $(3, 5)$

d) $(-3, 0]$ y $(-1, 4)$