PROYECTO SABER HACER

Matemáticas
Enseñanzas aplicadas

SERIE **SOLUCIONA**

ESO 4

El libro Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas para 4.º curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:
Carlos Pérez Saavedra
Domingo Sánchez Figueroa
Azucena Zapata Rodríguez

EDICIÓN
José Antonio Almodóvar Herráiz
Ana de la Cruz Fayos
Silvia Marín García

EDITOR EJECUTIVO
Carlos Pérez Saavedra

DIRECCIÓN DEL PROYECTO
Domingo Sánchez Figueroa

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

SANTILLANA

Índice

Esquema de la unidad

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

A lo largo de toda la unidad marcamos con iconos aquellos contenidos o actividades en los que se trabajan de manera particular las competencias básicas.

- Competencia matemática, científica y tecnológica
- Competencia social y cívica
- Conciencia y expresión cultural
- Iniciativa y emprendimiento
- Comunicación lingüística
- Competencia digital
- Aprender a aprender

Introducción a la unidad: un texto que motiva el estudio de los contenidos.

En la primera página aparece, asociado a contextos reales y motivadores, una actividad o **problema inicial**.

Al intentar resolverlo, recordarás los contenidos de la unidad que ya conoces, sirviendo también para detectar tus carencias, si existen, en algunos aspectos.

Páginas de contenidos

La página comienza con una exposición de **contenidos**, en lenguaje sencillo y claro.

En los **Ejemplos** verás la aplicación real de los contenidos y el desarrollo de sus procedimientos.

Junto a los textos explicativos encontrarás **informaciones complementarias**.

Las **actividades** de cada página te ayudarán a afianzar los contenidos expuestos.

Páginas de actividades finales.

Nuestras **Actividades finales** están **secuenciadas** para que aproveches de la mejor forma posible la aplicación de los contenidos estudiados.

El enunciado de cada actividad va precedido por una marca que indica su **grado de dificultad**.

Las actividades finales terminan con una gran cantidad de **Problemas** que te permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

SABER HACER

En esta página trabajarás la **competencia matemática**.
Te proponemos una situación real, relativa al ámbito personal o profesional, encaminada a la adquisición de una destreza habitual en la vida cotidiana.

Las **actividades** que tendrás que resolver te ayudarán a poner en práctica los contenidos que has estudiado en la unidad.

Números racionales e irracionales

1

? PUNTO DE PARTIDA

El arroz es el segundo cereal más consumido en el mundo. Se cultiva en muchos países, especialmente en el sureste asiático. El año pasado, la producción mundial de arroz fue de 476 millones de toneladas. La tercera parte fue producida por China, una quinta parte por India y un tercio de esta por Indonesia. ¿Cuántas toneladas de arroz se cosecharon en cada país?

1 Fracciones

$\dfrac{a}{b}$ ← Numerador / ← Denominador

La expresión $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros y b es un número distinto de cero, es una **fracción**.

Sirve para representar el número de partes que se eligen de una unidad, para indicar un cociente o como operador de un número.

Un número es **múltiplo** de otro cuando la división del primero entre el segundo es exacta, es decir, su resto es cero.

$$\begin{array}{l|l} 84 & 7 \\ \hline 14 & 12 \\ 0 & \end{array}$$

84 es múltiplo de 7.

EJEMPLOS

1. Silvia pasa 6 horas diarias en clase. ¿Qué fracción del día pasa en clase? ¿Se podría expresar ese tiempo mediante otra fracción?

Silvia pasa 6 de las 24 horas del día en clase. La fracción que representa este tiempo es $\frac{6}{24}$. Es una **fracción propia**, ya que el numerador es menor que el denominador. En caso contrario, la **fracción** es **impropia**.

Podemos obtener una **fracción equivalente** a esta, dividiendo o multiplicando numerador y denominador por un mismo número.

$$\frac{6:6}{24:6} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{Silvia permanece una cuarta parte del día en clase.}$$

2. Silvia dedica $\frac{1}{3}$ del día a dormir, ¿le dedica más o menos tiempo que a estar en clase?

Para comparar fracciones de distinto denominador, hallamos otras fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador; esto se llama **reducir las fracciones a común denominador**. Después se comparan los numeradores.

Para reducir a común denominador, tomamos los denominadores de las fracciones y calculamos sus múltiplos, multiplicándolos por 1, 2, 3…

Múltiplos de 4 → $4 \cdot 1$, $4 \cdot 2$, $4 \cdot 3$, $4 \cdot 4$, $4 \cdot 5$… → 4, 8, 12, 16, 20, …

Múltiplos de 3 → $3 \cdot 1$, $3 \cdot 2$, $3 \cdot 3$, $3 \cdot 4$, $3 \cdot 5$… → 3, 6, 9, 12, 15, …

Después, elegimos el menor de los múltiplos comunes, en este caso 12, que será el denominador común de las fracciones:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12} \qquad \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}$$

Como $3 < 4$, entonces $\frac{3}{12} < \frac{4}{12}$. Silvia pasa más tiempo durmiendo.

ACTIVIDADES

1 La ebanistería donde trabajan Arturo y Celia va a realizar 80 puertas de una urbanización. Arturo fabricará dos quintas partes del total y Celia la mitad. ¿Cuántas puertas construirá cada uno? ¿Cuántas quedarán para terminar el encargo?

2 Compara estas parejas de fracciones.

a) $\frac{8}{5}$ y $\frac{3}{7}$

b) $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{4}$

c) $\frac{2}{9}$ y $\frac{1}{8}$

d) $\frac{13}{18}$ y $\frac{5}{12}$

2 Operaciones con fracciones

Para **sumar o restar fracciones** con distinto denominador, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se suman o restan los numeradores dejando el mismo denominador.

Para **multiplicar fracciones**, se multiplican, por un lado, los numeradores y, por otro, los denominadores.

Para **dividir fracciones**, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

EJEMPLOS

3. Resuelve.

a) $\frac{4}{5}+\frac{11}{5}$ Las fracciones tienen el mismo denominador, sumamos los numeradores manteniendo el denominador.

$$\frac{4}{5}+\frac{11}{5}=\frac{4+11}{5}=\frac{15}{5}=3$$

b) $\frac{8}{5}-\frac{3}{4}$ En este caso, los denominadores son distintos. Hay que reducir las fracciones a común denominador.

Múltiplos de 5 → 5, 10, 15, 20, 25, 30, …

Múltiplos de 4 → 4, 8, 12, 16, 20, 24, …

$$\left.\begin{array}{l}\frac{8}{5}=\frac{8\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{32}{20}\\[2mm] \frac{3}{4}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 5}=\frac{15}{20}\end{array}\right\}\rightarrow \frac{8}{5}-\frac{3}{4}=\frac{32}{20}-\frac{15}{20}=\frac{32-15}{20}=\frac{17}{20}$$

4. Multiplica y divide las fracciones $\frac{5}{7}$ y $\frac{3}{8}$.

Para multiplicarlas, multiplicamos los numeradores y los denominadores.

$$\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{8}=\frac{5\cdot 3}{7\cdot 8}=\frac{15}{56}$$

Para dividirlas, multiplicamos la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{5}{7}:\frac{3}{8}=\frac{5}{7}\cdot\frac{8}{3}=\frac{5\cdot 8}{7\cdot 3}=\frac{40}{21}$$

ACTIVIDADES

3 Halla los valores de las siguientes operaciones y simplifica los resultados.

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3}-\frac{4}{9}$

c) $\frac{1}{8}+\frac{3}{4}-\frac{6}{5}$

d) $\left(\frac{4}{3}+\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{1}{6}+\frac{5}{3}\right)$

4 Calcula, respetando la jerarquía de las operaciones y, si es posible, simplifica.

a) $\frac{2}{7}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}\right)+1$

b) $\left(\frac{7}{5}+\frac{1}{3}\right):\frac{13}{5}-\frac{4}{3}$

3 Expresión decimal de una fracción

Toda fracción tiene una **expresión decimal**, que se obtiene dividiendo el numerador entre el denominador.

Si la fracción tiene como denominador la unidad seguida de ceros, se llama **fracción decimal**. Para determinar el número decimal que representa, se escribe el numerador de la fracción y, contando desde la derecha hacia la izquierda, se separan con una coma tantos decimales como ceros tenga el denominador.

EJEMPLOS

5. Un kilogramo son 1 000 gramos y un litro son 100 centilitros. Expresa como números decimales las cantidades siguientes:

a) 2 387 gramos $\quad \dfrac{2\,387}{1\,000} = 2{,}387$ kilogramos

b) 25 centilitros $\quad \dfrac{25}{100} = 0{,}25$ litros

6. Obtén la expresión decimal de las fracciones $\dfrac{4}{5}$, $\dfrac{1}{3}$ y $\dfrac{13}{6}$.

Dividiendo los numeradores entre los denominadores obtenemos:

4,0 | 5	1,0 | 3	13 | 6
0 0,8	10 0,333…	10 2,1666…
	10	40
	10	40
		40

En el primer caso, el resto de la división es 0. Se trata de un número **decimal exacto**.

En los otros dos casos, el resto de la división nunca es 0 y las cifras decimales se repiten indefinidamente. Estos números se llaman **periódicos**. La cifra o cifras que se repiten forman el **período**.

$0{,}333... = 0{,}\overset{\frown}{3}$ es un número **decimal periódico puro**, porque el período empieza en la primera cifra decimal.

$2{,}1666... = 2{,}1\overset{\frown}{6}$ es un número **decimal periódico mixto**, porque tiene una cifra decimal que no se repite. A esta cifra se le llama **anteperíodo**.

ACTIVIDADES

5 Expresa como número decimal.

a) $\dfrac{8}{100}$ b) $\dfrac{1\,427}{1\,000}$ c) $\dfrac{965}{100\,000}$ d) $\dfrac{57}{10}$

6 Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones e indica el tipo de número que obtienes.

a) $\dfrac{9}{5}$ b) $\dfrac{11}{6}$ c) $\dfrac{2}{3}$ d) $\dfrac{8}{11}$

7 Expresa como fracción decimal.

a) 0,245 b) 53,47 c) 0,0016 d) 3,2

8 En una floristería venden ramos de flores de tres precios distintos. Los de 10 € contienen 12 flores, los de 14 €, 16 flores, y los de 19 €, 22 flores. ¿Cuál es el precio de las flores de cada ramo? ¿Qué tipos de números has obtenido?

4 Números irracionales

Un **número irracional** tiene una expresión decimal con infinitas cifras decimales que no se repiten de forma periódica. Los números irracionales no se pueden expresar como una fracción.

EJEMPLO

7. Halla, con la calculadora, la expresión decimal de estos números y determina de qué tipo son.

a) $\frac{8}{4} = 2$. Es un número natural.

b) $\frac{9}{5} = 1{,}8$. Es un número decimal exacto.

c) $\frac{7}{9} = 0{,}777777777\ldots = 0{,}\widehat{7}$. Es un número decimal periódico puro.

d) $\frac{7}{11} = 0{,}63636363\ldots = 0{,}\widehat{63}$. Es un número decimal periódico puro.

e) $\frac{153}{999} = 0{,}1531531\ldots = 0{,}\widehat{153}$. Es un número decimal periódico puro.

f) $\frac{7}{6} = 1{,}1666666666\ldots = 1{,}1\widehat{6}$. Es un número decimal periódico mixto.

g) $\frac{31}{22} = 1{,}4090909\ldots = 1{,}4\widehat{09}$. Es un número decimal periódico mixto.

h) $\frac{2\,557}{900} = 2{,}84111\ldots = 2{,}84\widehat{1}$. Es un número decimal periódico mixto.

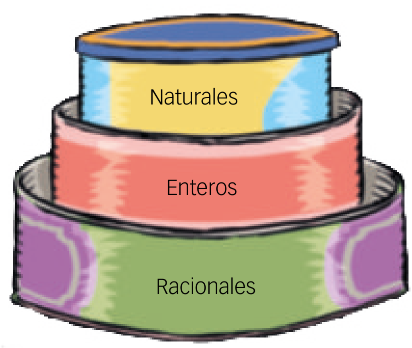
i) $\sqrt{2} = 1{,}414213562\ldots$ Es un número irracional. Tiene infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente.

j) $\sqrt{5} = 2{,}236067977\ldots$ Es un número irracional. Tiene infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente.

k) $\sqrt{9} = 3$. Es un número natural.

l) 0,121221222122221… Es un número irracional. Aunque hay cifras decimales que se repiten, no lo hacen con un orden fijo.

A los números que se pueden escribir en forma de fracción se les llama **racionales**. Son números racionales todos los números enteros y los decimales exactos y periódicos.



ACTIVIDADES

9 Clasifica estos números en enteros, racionales e irracionales.

$\frac{7}{4}$	$0{,}\widehat{12}$	$\frac{11}{7}$	$\frac{22}{3}$	19	$\sqrt{21}$
$56{,}2\widehat{1}$	$\frac{6}{2}$	$3{,}22\widehat{567}$	$2{,}1234567891011\ldots$		$\sqrt{16}$

10 ¿Son irracionales estos números?

a) 2,449489743…

b) 3,16227766…

c) 5,2487524875…

d) 0,15151515…

5 Aproximaciones y estimaciones

Las operaciones con números decimales pueden ser muy complejas, principalmente cuando tienen un número ilimitado de cifras decimales.

Con el fin de facilitar los cálculos, se utilizan **técnicas de aproximación**, siendo las más usuales el **redondeo** y el **truncamiento**. Operar usando estas técnicas se denomina hacer una **estimación**.

EJEMPLOS

8. **Trunca y redondea a las milésimas los números π y $\sqrt{3}$.**

Truncar significa eliminar las cifras posteriores a la que se considera, por lo que los números truncados serán:

$$\pi = 3{,}14\overset{\text{Milésima}}{1}59\ldots \xrightarrow{\text{Truncamiento}} 3{,}141$$

$$\sqrt{3} = 1{,}73\underset{\text{Milésima}}{2}05\ldots \xrightarrow{\text{Truncamiento}} 1{,}732$$

Para **redondear** un número, primero se trunca. Si la primera cifra suprimida es menor que 5, se deja como está, y si es 5 o mayor que 5, se aumenta en una unidad la última cifra.

$$\pi = 3{,}14159\ldots \xrightarrow{\text{Redondeo}} 3{,}142$$

$$\sqrt{3} = 1{,}73205\ldots \xrightarrow{\text{Redondeo}} 1{,}732$$

En el caso del número π, estamos **redondeando por exceso**, ya que la aproximación es mayor que el valor real. En $\sqrt{3}$, es **por defecto**, puesto que el resultado es un número inferior al número dado.

9. **Sonia ha comprado unos libros que le han costado 6,57; 8,35 y 4,62 €, respectivamente. Haz una estimación de lo que ha gastado redondeando a las décimas.**

Redondeamos el precio de cada libro a las décimas y sumamos.

$$6{,}6 + 8{,}4 + 4{,}6 = 19{,}6\ €$$

El precio real de los libros es $6{,}57 + 8{,}35 + 4{,}62 = 19{,}54$ €.

Esta técnica permite hacernos una idea aproximada del dinero gastado, aunque en el cálculo se comete un error.

ACTIVIDADES

11 Trunca y redondea a las centésimas.

1,234 82,745 9,007 15,107 3,555 8,5292

12 Cuatro personas que pesan 51,65; 62,75; 81,82 y 53,85 kilos entran en un ascensor que soporta un máximo de 250 kilos. Estima sus pesos truncando a las unidades. ¿Deberían subir?

13 En sus viajes a Londres, Sergio calcula los precios en euros redondeando el cambio de la libra a las décimas. Si ha comprado unos pantalones que le han costado 49,5 £, sabiendo que 1 € son 0,66 £, ¿cuál ha sido el valor en euros de su estimación? ¿Le resulta útil seguir haciendo esta estimación?

6 Errores

Al hacer aproximaciones, se comete un error con respecto al valor real. Para valorar en qué medida se alejan del valor real se utilizan los **errores absoluto** y **relativo**.

EJEMPLO

10. Halla los errores absoluto y relativo cometidos cuando redondeamos y truncamos a las décimas la expresión decimal del número $\frac{8}{3}$.

El valor real de este número es $\frac{8}{3} = 2{,}6666666\ldots = 2{,}\widehat{6}$.

Redondeando y truncando a las décimas:

$$2{,}\widehat{6} \xrightarrow{\text{Redondeo}} 2{,}7 \qquad 2{,}\widehat{6} \xrightarrow{\text{Truncamiento}} 2{,}6$$

El **error absoluto** es el valor absoluto de la diferencia entre el valor aproximado y el valor real.

REDONDEO:

$$E_a = \left|2{,}7 - \frac{8}{3}\right| = \left|2{,}7 - 2{,}\widehat{6}\right| = \left|0{,}0333333\ldots\right| = 0{,}0\widehat{3}$$

TRUNCAMIENTO:

$$E_a = \left|2{,}6 - \frac{8}{3}\right| = \left|2{,}6 - 2{,}\widehat{6}\right| = \left|-0{,}06666666\ldots\right| = 0{,}0\widehat{6}$$

El error al truncar es siempre mayor o igual que al redondear.

El **error relativo** nos permite conocer la magnitud de error cometido en relación con el valor real del número. Es el valor absoluto del cociente del error absoluto entre el valor real.

REDONDEO:

$$E_r = \left|0{,}0\widehat{3} : \frac{8}{3}\right| = \left|0{,}0\widehat{3} : 2{,}\widehat{6}\right| = 0{,}0125$$

TRUNCAMIENTO:

$$E_r = \left|0{,}0\widehat{6} : \frac{8}{3}\right| = \left|0{,}0\widehat{6} : 2{,}\widehat{6}\right| = 0{,}025$$

En el primer caso, hemos cometido un error del 1,25 % y, en el segundo, un error del 2,5 %.

El **valor absoluto** de un número es igual al número sin su signo.

$|+3| = 3 \qquad |-3| = 3$

Para expresar un número **decimal como un porcentaje** se multiplica el número por 100 y se redondea si es necesario.

$0{,}0125 \cdot 100 = 1{,}25 \rightarrow 1{,}25\,\%$

$0{,}025 \cdot 100 = 2{,}5 \rightarrow 2{,}5\,\%$

ACTIVIDADES

14 Javier tiene que cortar un tubo de acero de 1 m en 8 partes iguales. Los trozos que obtiene miden 12 cm. ¿Cuál es el error absoluto y relativo que ha cometido al hacerlo?

15 Al llegar a la meta de una carrera, Óscar cree que ha corrido a una media de 27 km/h. Su entrenador le dice que ha cometido un error por exceso del 3 %. ¿A qué velocidad se ha desplazado?

16 El médico ha recomendado a Julia que tome diariamente una dosis de 10 ml de un jarabe. Si el frasco tenía 125 ml y le ha durado 11 días, ¿qué dosis diaria ha tomado en realidad? ¿Qué error ha cometido con respecto a la indicación del médico?

17 Halla los errores cometidos cuando tomamos el valor 1,4 para $\sqrt{2}$.

7 Potencias de números racionales

a^n → Exponente

Base

- Una **potencia** de un número racional de **exponente positivo**, $\left(\frac{a}{b}\right)^n$, es el producto del número $\frac{a}{b}$ por sí mismo n veces. El resultado equivale a elevar el numerador y el denominador al exponente n.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\text{ veces}} = \frac{a^n}{b^n}$$

- En una **potencia** de **exponente negativo**, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$, se invierte la fracción y se cambia el signo del exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

Para hallar potencias con la **calculadora**, utilizamos la tecla $\boxed{x^{\blacksquare}}$.

Por ejemplo, para calcular $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ tecleamos:

$\boxed{(}$ 3 $\boxed{\div}$ 5 $\boxed{)}$ $\boxed{x^{\blacksquare}}$ 4

$\boxed{=}$ $\boxed{0.1296}$

EJEMPLO

11. Calcula las siguientes potencias de números racionales.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$

Si la base es positiva, el resultado es siempre positivo.

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3^3}{4^3} = -\frac{27}{64}$

Si la base es negativa y el exponente impar, el resultado es negativo.

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4 = \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3^4}{4^4} = \frac{81}{256}$

Si la base es negativa y el exponente par, el resultado es positivo.

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$. Una potencia con exponente 0 es siempre 1.

e) $\left(\frac{8}{5}\right)^1 = \frac{8}{5}$. Si el exponente es 1, el resultado es la misma fracción.

f) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$

g) $\left(-\frac{5}{6}\right)^{-4} = \left(-\frac{6}{5}\right)^4 = \left(\frac{6}{5}\right)^4 = \frac{6^4}{5^4} = \frac{1296}{625}$

ACTIVIDADES

18 Calcula el resultado de estas potencias.

a) $\left(-\frac{5}{2}\right)^4$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$ c) $\left(-\frac{3}{7}\right)^5$ d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$

19 Resuelve las siguientes potencias.

a) $\left(-\frac{8}{3}\right)^0$ b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$ c) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-4}$ d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$

8 Operaciones con potencias

- Para **multiplicar** dos **potencias** con la misma base, se mantiene la base y se suman los exponentes. $\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$
- Para **dividir** dos **potencias** con la misma base, se mantiene la base y se restan los exponentes. $\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$
- Para **elevar una potencia a otra potencia**, se mantiene la base y se multiplican los exponentes. $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n\cdot m}$

Estas propiedades solo se pueden aplicar cuando las potencias tienen la misma base.

EJEMPLO

12. Realiza las siguientes operaciones entre potencias de números racionales.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+4} = \left(\frac{2}{5}\right)^6 = \frac{2^6}{5^6}$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+(-4)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2}$

c) $\left(\frac{7}{3}\right)^8 : \left(\frac{7}{3}\right)^3 = \left(\frac{7}{3}\right)^{8-3} = \left(\frac{7}{3}\right)^5 = \frac{7^5}{3^5}$

d) $\left(\frac{7}{3}\right)^{-8} : \left(\frac{7}{3}\right)^3 = \left(\frac{7}{3}\right)^{-8-3} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-11} = \left(\frac{3}{7}\right)^{11} = \frac{3^{11}}{7^{11}}$

e) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^{3\cdot 4} = \left(\frac{2}{5}\right)^{12} = \frac{2^{12}}{5^{12}}$

f) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-3)\cdot 4} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-12} = \left(\frac{5}{2}\right)^{12} = \frac{5^{12}}{2^{12}}$

g) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^8 : \left(\frac{4}{7}\right)^5 = \left(\frac{4}{7}\right)^{-3+8-5} = \left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1$

ACTIVIDADES

20 Efectúa las siguientes operaciones con potencias.

a) $\left(\frac{3}{8}\right)^9 : \left(\frac{3}{8}\right)^5$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6$

c) $\left(-\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^{-2}$

d) $\left(\left(\frac{4}{5}\right)^3\right)^8$

e) $\left(\frac{2}{7}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^4 : \left(\frac{2}{7}\right)^{12}$

f) $\left(\left(\frac{4}{3}\right)^4\right)^{-3} : \left(\frac{4}{3}\right)^7$

21 Calcula las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{11}{7}\right)^4 : \left(\frac{11}{7}\right)^5$

b) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{-1}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

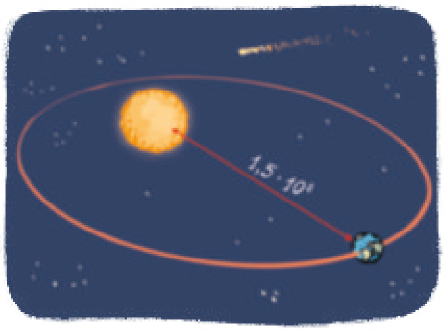
d) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{16} : \left(\frac{1}{6}\right)^{10}$

e) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{4}\right)^5$

f) $\frac{7}{2} : \left(\frac{7}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2$

9 Notación científica

La **notación científica** se utiliza para expresar números muy grandes o muy pequeños de forma abreviada. Para ello, se escribe el número como el producto de un número decimal por una potencia de 10, $a \cdot 10^n$, siendo a mayor o igual que 1 y menor que 10.



Para expresar un número en notación científica con la calculadora, se utilizan las teclas $\boxed{\times 10^x}$ y $\boxed{(-)}$.

Para introducir el número $7{,}352 \cdot 10^9$, tecleamos:

7 $\boxed{\cdot}$ 352 $\boxed{\times 10^x}$ 9

Y para introducir $8{,}64 \cdot 10^{-3}$, tecleamos:

8 $\boxed{\cdot}$ 64 $\boxed{\times 10^x}$ $\boxed{(-)}$ 3

EJEMPLO

13. Expresa en notación científica los siguientes números.

a) La distancia de la Tierra al Sol es, aproximadamente, 150 000 000 km.

Para números muy grandes:

- Los números distintos de 0 se escriben como un número decimal con una sola cifra en su parte entera.
- Este número se multiplica por 10 elevado al número de cifras que hay desde la parte entera hasta el último 0.

$$1\underbrace{50\,000\,000}_{8\text{ cifras}} = 1{,}5 \cdot 10^8$$

Para comprobarlo, como 10^8 es 100 000 000, al multiplicarlo por 1,5:

$$1{,}5 \cdot 10^8 = 1{,}5 \cdot 100\,000\,000 = 150\,000\,000$$

b) La longitud del virus de la gripe es 0,0000000000879.

Para números muy pequeños:

- Los números distintos de 0 se escriben como un número decimal con una sola cifra en su parte entera.
- El exponente de 10 es negativo y se obtiene contando las cifras que hay desde la coma hasta la parte entera del decimal.

$$0{,}\underbrace{00000000008}_{11\text{ cifras}}79 = 8{,}79 \cdot 10^{-11}$$

Se comprueba multiplicando $10^{-11} = \dfrac{1}{10^{11}} = 0{,}00000000001$ por 8,79:

$$8{,}79 \cdot 10^{-11} = 8{,}79 \cdot 0{,}00000000001 = 0{,}0000000000879$$

ACTIVIDADES

22 Expresa en notación científica los números que aparecen a continuación.

a) 83 400 000 000 000 000
b) 51 270 000 000 000
c) 0,0000000000000000965
d) 0,0000000001846
e) 9 170 000 000
f) 0,00000000000000000000524

23 Escribe los siguientes números expresados en notación científica de la forma habitual.

a) $4{,}8 \cdot 10^{12}$
b) $5{,}42 \cdot 10^{-9}$
c) $-3{,}7 \cdot 10^{-6}$
d) $9{,}14 \cdot 10^{11}$
e) $7{,}6 \cdot 10^{-10}$
f) $1{,}496 \cdot 10^{7}$

10 Operaciones con números en notación científica

- Para **multiplicar números en notación científica**, se multiplican las expresiones decimales y se suman los exponentes de las potencias de 10.

$$(a \cdot 10^n) \cdot (b \cdot 10^m) = (a \cdot b) \cdot 10^{n+m}$$

- Para **dividir números en notación científica**, se dividen las expresiones decimales y se restan los exponentes de las potencias de 10.

$$(a \cdot 10^n) : (b \cdot 10^m) = (a : b) \cdot 10^{n-m}$$

En ambos casos, puede ser necesario modificar el número resultante para que tenga la forma de notación científica.

EJEMPLO

14. Realiza las siguientes operaciones con números expresados en notación científica.

a) $(1{,}2 \cdot 10^6) \cdot (4{,}583 \cdot 10^8) = (1{,}2 \cdot 4{,}583) \cdot 10^{6+8} = 5{,}4996 \cdot 10^{14}$

b) $(2{,}35 \cdot 10^5) \cdot (6{,}7 \cdot 10^6) = (2{,}35 \cdot 6{,}7) \cdot 10^{5+6} = 15{,}745 \cdot 10^{11}$

En este caso, la parte entera del número decimal, 15, es superior a 10.

Como tiene que estar comprendida entre 1 y 10, movemos la coma una posición a la izquierda y sumamos 1 al exponente.

$$(2{,}35 \cdot 10^5) \cdot (6{,}7 \cdot 10^6) = 15{,}745 \cdot 10^{11} = 1{,}5745 \cdot 10^{12}$$

c) $(1{,}18 \cdot 10^9) : (8{,}76 \cdot 10^5) = (1{,}18 : 8{,}76) \cdot 10^{9-5} = 0{,}1347 \cdot 10^4$

La parte entera no está comprendida entre 1 y 10.

Cuando la parte entera es 0, movemos la coma una posición a la derecha y restamos 1 al exponente.

$$(1{,}18 \cdot 10^9) : (8{,}76 \cdot 10^5) = 0{,}1347 \cdot 10^4 = 1{,}347 \cdot 10^3$$

ACTIVIDADES

24 Realiza las siguientes operaciones.

a) $(4 \cdot 10^{-7}) \cdot (6{,}3 \cdot 10^{12})$

b) $(7{,}82 \cdot 10^5) \cdot (9{,}16 \cdot 10^4)$

c) $(1{,}59 \cdot 10^{17}) : (4{,}97 \cdot 10^{13})$

d) $(2{,}23 \cdot 10^{-8}) \cdot (6{,}42 \cdot 10^5)$

e) $(6{,}023 \cdot 10^{13}) : (7{,}02 \cdot 10^{19})$

f) $(1{,}354 \cdot 10^{-5}) : (9{,}43 \cdot 10^{-8})$

g) $(1{,}22 \cdot 10^{-3}) \cdot (4{,}2 \cdot 10^{-5})$

h) $(5{,}39 \cdot 10^{-12}) : (5{,}45 \cdot 10^{-6})$

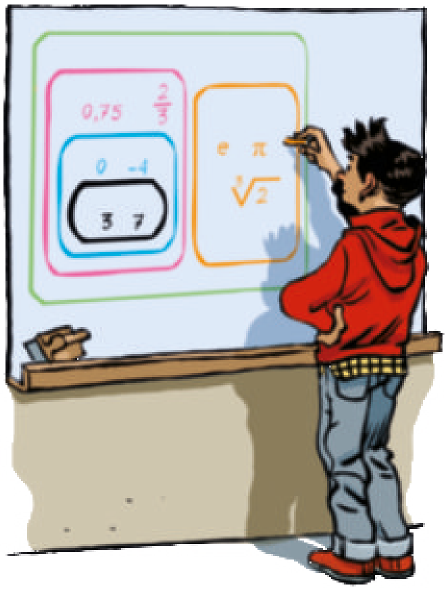
25 El número normal de glóbulos rojos en la sangre para un adulto sano es:

- Hombre: de 4,7 a 6,1 millones de células por microlitro.
- Mujer: de 4,2 a 5,4 millones de células por microlitro.

Expresa estas cantidades en células por litro (1 microlitro $= 10^{-6}$ litros).

Si una persona tiene 5,5 litros de sangre en el cuerpo, ¿cuántos glóbulos rojos tendrá en total? Expresa en notación científica las cantidades mínimas y máximas.

11 Números reales. La recta real



El conjunto de los **números reales** está formado por los números racionales y los irracionales. Se denota por $\mathbb{R}$.

En la **recta real** se representan ordenadamente los números reales.

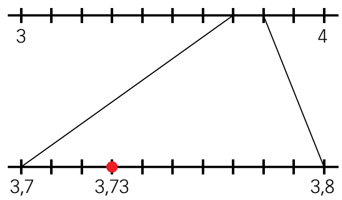
EJEMPLOS

15. Representa en la recta real el número 3,73.

Buscamos los enteros más próximos a 3,73; en este caso, 3 y 4.

Dividimos el segmento en 10 partes iguales y tomamos las que nos indica la cifra de las décimas, es decir, 7.

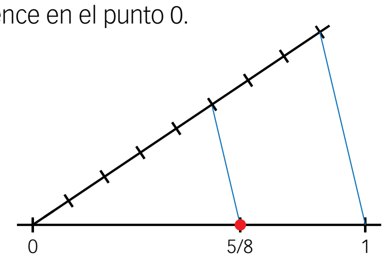
Repetimos el proceso en el segmento comprendido entre 3,7 y 3,8; tomando ahora 3 partes.



16. Representa en la recta real las fracciones $\frac{5}{8}$ y $\frac{16}{7}$.

- **Si el numerador es menor que el denominador**, tomamos el segmento de la recta real comprendido entre 0 y 1, y trazamos otro segmento sobre él que comience en el punto 0.

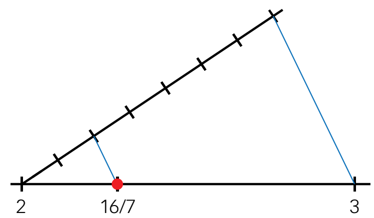
  Dividimos este en tantas partes como indique el denominador, es decir, 8, y unimos el extremo final con el 1 de la recta real. Trazamos una paralela a esta línea que pase por la marca indicada por el numerador.



- **Si el numerador es mayor que el denominador**, dividimos numerador entre denominador para hallar su cociente y resto.

  $$16 \,\underline{|\,7} \quad \text{cociente } 2,\ \text{resto } 2 \;\rightarrow\; \frac{16}{7} = 2 + \frac{2}{7}$$

  Representamos la fracción $\frac{2}{7}$ en el segmento comprendido entre el cociente y el siguiente número entero.



ACTIVIDADES

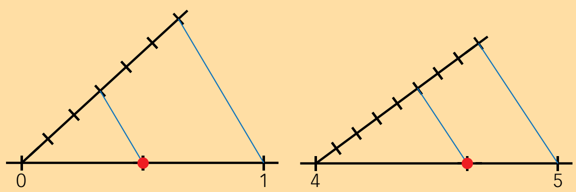
26 Indica si estos números son racionales y reales.

$4{,}59 \quad \sqrt{7} \quad \frac{-9}{8} \quad 0 \quad -5 \quad \sqrt{-3} \quad 8{,}4312 \quad 5 \cdot 10^{-4}$

27 Representa los siguientes números en la recta real.

a) 1,49 b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{8}{3}$ d) $\frac{1}{5}$

28 ¿Qué números se representan en las siguientes rectas?

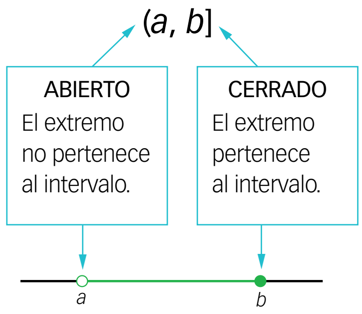


12 Intervalos

Un **intervalo** es un conjunto de números reales delimitado por dos números, *a* y *b*, llamados extremos.

- Si los dos extremos pertenecen al intervalo, es un **intervalo cerrado**, y se representa como $[a, b]$. Está formado por los números comprendidos entre *a* y *b*, incluyendo a estos.
- Si los extremos no pertenecen, es un **intervalo abierto** y se representa como (a, b). Está formado por los números comprendidos entre *a* y *b*, sin incluir los extremos.
- Si solo uno de los extremos pertenece al intervalo, es un **intervalo semiabierto** y se representa por $(a, b]$ o por $[a, b)$, dependiendo del extremo que esté incluido.

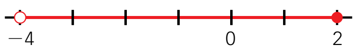
Una **semirrecta** está delimitada por un solo extremo y se representa por $(-\infty, b]$, $(-\infty, b)$, $[a, +\infty)$ o $(a, +\infty)$.



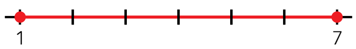
EJEMPLOS

17. Representa en la recta real estos intervalos e indica de qué tipo son.

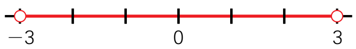
a) $(-4, 2] \rightarrow$ Semiabierto



b) $[1, 7] \rightarrow$ Cerrado



c) $(-3, 3) \rightarrow$ Abierto



18. Determina los valores comprendidos en estas semirrectas y represéntalas.

a) $(-2, +\infty) \rightarrow$ Todos los números mayores que -2.

b) $(-\infty, 4] \rightarrow$ Todos los números menores o iguales que 4.

ACTIVIDADES

29 Expresa como intervalos y representa en la recta real los siguientes conjuntos de números reales.

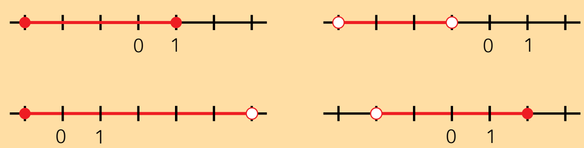
a) Mayores o iguales que -5 y menores que 2.

b) Mayores que 1 y menores o iguales que 8.

c) Comprendidos entre -6 y 9, incluyendo a ambos.

d) Mayores que 0 y menores que 7.

30 Escribe los intervalos que se representan en las siguientes rectas.



ACTIVIDADES

Fracciones

31 Calcula mentalmente.

a) Las tres cuartas partes de 12 litros.

b) La mitad de la mitad de 24 horas.

c) El número cuyos ocho tercios es 160.

d) Lo que sobra de las dos quintas partes de 100 €.

e) La séptima parte de 2 100.

32 Compara las siguientes parejas de fracciones.

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{8}{3}$

b) $\frac{1}{4}$ y $\frac{9}{7}$

c) $\frac{7}{3}$ y $\frac{6}{7}$

d) $\frac{11}{3}$ y $\frac{4}{5}$

e) $\frac{4}{9}$ y $\frac{13}{6}$

f) $\frac{21}{11}$ y $\frac{5}{2}$

33 Simplifica, si es posible, las siguientes fracciones.

a) $\frac{4}{9}$

b) $\frac{9}{81}$

c) $\frac{16}{48}$

d) $\frac{7}{21}$

e) $\frac{15}{24}$

f) $\frac{15}{25}$

34 Para un trabajo de Tecnología, Julio tiene que pintar una plancha de madera de 50 cm de largo y 30 cm de ancho. Para ello pintará $\frac{1}{3}$ de color verde, $\frac{2}{5}$ de color amarillo y el resto de color azul. ¿Qué superficie va pintada en cada color? ¿Qué fracción del total representa la superficie azul?

35 En un coro formado por 60 personas, la quinta parte son barítonos; la cuarta parte, contraltos; un tercio son sopranos, y el resto, tenores. ¿Cuántas voces hay de cada tipo? ¿Qué fracción del total representan los tenores?

36 En la tienda de animales me han recomendado llenar el acuario hasta las tres cuartas partes de su capacidad. Si he utilizado 84 ℓ, ¿cuántos litros de agua caben en el acuario?

Operaciones con fracciones

37 Efectúa las siguientes operaciones con fracciones.

a) $\frac{3}{7}+\frac{5}{7}-\frac{1}{7}$

b) $\frac{25}{3}+\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$

c) $\frac{15}{8}-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\right)$

d) $\left(1+\frac{7}{5}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{11}{6}\right)$

e) $\frac{4}{3}+\frac{7}{9}-\frac{5}{6}-\frac{1}{3}$

f) $\frac{7}{12}-\left(\frac{1}{16}+\frac{3}{24}\right)$

38 Resuelve los siguientes productos y cocientes. Simplifica los resultados.

a) $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{8}\cdot\frac{10}{6}$

b) $\frac{8}{9}:\frac{12}{15}$

c) $\left(\frac{6}{5}\cdot\frac{15}{4}\right):\frac{18}{24}$

d) $\frac{5}{6}:\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{9}\right)$

39 Calcula las siguientes operaciones combinadas con fracciones.

a) $\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{4}\right)$

b) $\left(1-\frac{9}{5}\right)\cdot\left(\frac{7}{6}-2\right):\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{5}\right)$

c) $\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{3}-\frac{6}{5}-1\right)\cdot\left(\frac{20}{7}-5\right)$

d) $\left(\frac{1}{8}-\frac{12}{5}+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{15}{4}-\frac{1}{3}\right):\left(1-\frac{1}{30}\right)$

e) $\left(2+\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{3}{8}-1\right)$

f) $1-\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{2}-\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right):\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$

g) $\left(1+\frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{2}}\right):\left(\frac{\frac{4}{3}+3}{2}-2\right)$

h) $\dfrac{\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)}{1-\dfrac{\frac{2}{3}+1}{1-\frac{1}{2}}}$

Expresión decimal de una fracción

40 Halla las expresiones decimales de las siguientes fracciones. Indica el tipo de decimal que obtienes en cada caso.

a) $\frac{7}{6}$
b) $\frac{13}{5}$
c) $\frac{8}{9}$
d) $\frac{15}{8}$

41 Expresa como número decimal.

a) $\frac{1\,327}{100\,000}$
b) $\frac{47\,625}{10\,000\,000}$
c) $\frac{586}{1\,000}$
d) $\frac{495}{100}$

42 Expresa estos números con una fracción.

a) 76,94
b) 1,585
c) 928,46
d) 0,0054

43 Miguel tiene que volar con frecuencia por trabajo, y sabe que en el equipaje de mano puede llevar un máximo de 1 ℓ en líquidos. Utiliza $\frac{1}{5}$ del total en gel, $\frac{2}{7}$ en champú y $\frac{3}{8}$ en colonia. ¿Cuántos mililitros lleva de cada producto? ¿Utiliza el máximo permitido?

44 Un refresco se vende en botellas de $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{2}$ litro. En una cafetería, al hacer recuento del almacén, encuentran 12 botellas de $\frac{1}{3}$ ℓ, 22 botellas de $\frac{1}{5}$ ℓ y 7 de $\frac{1}{2}$ ℓ. ¿Cuántos litros de refresco tienen almacenados?

Números irracionales

45 Calcula la expresión decimal de estos números e indica de qué tipo son.

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{7}{5}$
c) $\frac{11}{6}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

46 ¿Son irracionales los siguientes números?

7,254254254… 18,01964782… 3,47
1,5666666… 6,44444444… $\sqrt{7}$

47 Determina si los siguientes números son racionales o irracionales, y añade cinco cifras decimales a cada uno para que sigan perteneciendo al mismo conjunto numérico.

a) 8,010203…
b) 64,505050…
c) 0,94521521…
d) 30,30313233…
e) 7,818181…
f) 5,10231023…
g) 3,203203203…
h) 1,85479325014…
i) 0,71247124…
j) 1,61803398…

Aproximaciones y errores

48 Redondea a las centésimas los siguientes números.

7,585 6,9423 1,452 0,967 3,558

49 Trunca a las décimas estos números.

9,47 8,25 6,321 5,942 0,273

50 Las estaturas de los jugadores de un equipo de baloncesto son 1,92; 1,97; 1,95; 2,05; 2,01 y 1,89. Calcula la media de estatura del equipo redondeando y truncando a la décima. ¿Qué resultado será más exacto?

51 Un repartidor tiene que llevar paquetes a cuatro destinos diferentes. La distancia al primero es de 8,59 km. Desde allí al segundo destino hay 12,98 km. Hasta el tercero, debe recorrer 9,87 km y hasta el último destino le quedan 18,67 km. Tiene gasolina para recorrer 50 km, y hace una estimación de la distancia que tiene que recorrer truncando a la décima. ¿Se quedará sin gasolina?

52 Calcula los errores absoluto y relativo que ha cometido el repartidor del ejercicio anterior.

53 Halla los errores cometidos en estas aproximaciones.

a) $1,86 \rightarrow 1,9$
b) $\pi \rightarrow 3,14$
c) $\frac{17}{3} \rightarrow 5,6$
d) $1\,857,26 \rightarrow 1\,857$
e) $\sqrt{3} \rightarrow 1,73$
f) $\frac{8}{9} \rightarrow 0,89$

54 Nacho va a realizar un experimento de química. El experimento consiste en preparar tres disoluciones distintas, para lo que debe medir 150 ml de agua en tres matraces.

Para comprobar que el volumen es exacto, pesa el contenido de los matraces, obteniendo 150,92 g, 149,86 g y 150,07 g. ¿Qué error ha cometido en cada una de las preparaciones? (Recuerda que 1 ml de agua = 1 g de agua).

55 Susana va a renovar su carné de conducir. En la prueba de habilidad ha cometido un 25 % de error. Si tenía que superar un total de 72 obstáculos, ¿cuántos fallos tuvo en la prueba?

56 Jesús tiene asignado un presupuesto de 200 € para los gastos de luz, agua y teléfono. Ha hecho una estimación a partir de los recibos anteriores y calcula que este mes tendrá que pagar 97 € de luz, 48 € de agua y 55 € de teléfono. Cuando le llegan a casa las facturas, observa que los precios reales son 98,40 € de luz, 44,70 € de agua y 57,80 € de teléfono. ¿En qué porcentaje se ha desviado del presupuesto?

57 A la entrada de una población hay un medidor electrónico de la velocidad de los coches, que pone en rojo el semáforo si esta supera 50 km/h. Al pasar por el detector (que redondea a la unidad), el velocímetro del coche de Daniela indica 49,7 km/h, mientras que el medidor detecta 50 km/h. ¿Qué error relativo está cometiendo el detector?

58 Ismael y María tienen que averiguar el perímetro de los troncos de varias especies de árboles. Al medir un chopo obtienen un resultado de 2,5 m y, en un olivo, 3,4 m. Si las medidas reales de los perímetros son 2,53 m y 3,38 m, respectivamente, ¿qué error relativo han cometido en cada medición?

Potencias. Operaciones con potencias

59 Halla el resultado de las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$

c) $\left(\left(-\frac{5}{2}\right)^{2}\right)^{-3}$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$

e) $\left(-\frac{3}{8}\right)^{-2}$

f) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{4}\right)^{2}$

60 Resuelve las siguientes operaciones con potencias.

a) $2-\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\cdot\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{6}-\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right)-\frac{3}{2}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}:\left(\frac{2}{5}-2\right)-\left(\frac{5}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{4}-1\right):\frac{1}{25}$

c) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\cdot\left(1-\frac{1}{7}\right)^{2}\cdot\frac{1}{6}:\left(\frac{4}{3}-1\right)^{-1}$

d) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^{-2}:\left(1-\frac{5}{6}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)$

e) $\left(\left(\frac{1}{3}-2\right)^{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}:\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot 48$

f) $\frac{5}{3}\cdot\left(\left(-\frac{4}{5}+2\right)^{-2}\right)^{-1}:\left(\frac{2}{9}-2\right)^{-1}$

g) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}-1\right)^{-2}\cdot\left(-1+\frac{3}{4}-\frac{7}{6}+\frac{1}{2}\right)$

61 Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\frac{81^2\cdot 32}{16^2\cdot 27^2}$

b) $\frac{25^3\cdot 5}{625^2}$

c) $\frac{49^4\cdot 5^6}{7^7\cdot 125^2}$

d) $\frac{121^3\cdot 64}{11^4\cdot 2^5}$

Notación científica

62 Escribe los siguientes números en notación científica.

a) 1 000 000 000

b) 276 000 000 000 000

c) 0,00000000058

d) 0,0006

e) 0,00000000000195

f) 5 830 000 000 000

63 Corrige los siguientes números, mal expresados en notación científica.

a) $247{,}5\cdot 10^{5}$

b) $0{,}012\cdot 10^{-4}$

c) $0{,}45\cdot 10^{7}$

d) $34{,}9\cdot 10^{6}$

e) $5\,871{,}3\cdot 10^{-8}$

f) $0{,}000063\cdot 10^{12}$

64 Opera en notación científica.

a) $(7{,}5\cdot 10^{3}):(7{,}6\cdot 10^{-5})$

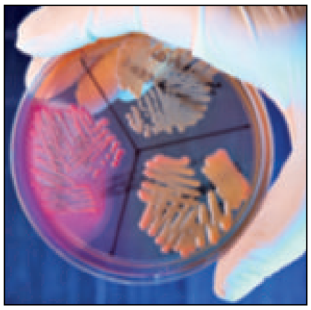
b) $(5{,}8\cdot 10^{-2}):(0{,}4\cdot 10^{-6})$

c) $(23{,}1\cdot 10^{-8}):(17{,}4\cdot 10^{7})$

d) $(25{,}3\cdot 10^{3}):(2{,}98\cdot 10^{-5})$

65 Una gota de agua de 0,065 g contiene $2{,}174 \cdot 10^{21}$ moléculas de agua. ¿Cuántas moléculas habrá en un vaso que contiene 200 g de agua? ¿Cuál será la masa de un depósito que contiene $1{,}271 \cdot 10^{28}$ moléculas?

66 La distancia entre la Tierra y la Luna es de 384 400 km. Una bacteria mide 0,0000005 m. ¿Cuántas bacterias se podrían poner en fila entre la Tierra y la Luna? Utiliza la notación científica para hacer los cálculos.



67 La Royal Entomological Society de Londres, que se dedica al estudio de todo tipo de insectos, estima que en el mundo habitan unos 10 000 millones de insectos por kilómetro cuadrado. Sabiendo que la Tierra tiene 510 065 284,702 km², aproxima estos números, exprésalos en notación científica y calcula el número de insectos que habitan sobre ella.

Números reales. Intervalos

68 Indica todos los conjuntos numéricos a los que pertenecen estos números. ¿Son números reales?

a) $2{,}1 \cdot 10^{15}$

b) $\sqrt{7}$

c) 15,489489489…

d) -4

e) $\sqrt{5}$

f) $\frac{9}{5}$

69 Representa en la recta real los siguientes números.

a) 7,8

b) $\frac{3}{7}$

c) $\frac{5}{3}$

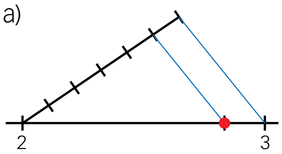
d) $-5{,}45$

e) $\frac{12}{7}$

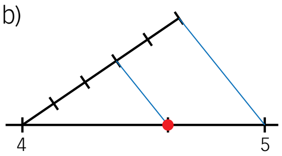
f) $-\frac{2}{3}$

70 Indica qué números están representados.

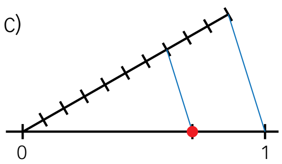
a)



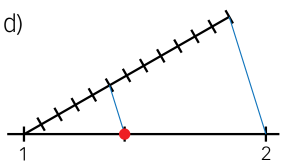
b)



c)



d)



71 Expresa como intervalos los siguientes conjuntos de números reales.

a) Números comprendidos entre -3 y 9, donde -3 y 9 no pertenecen al conjunto.

b) Mayores que -4 y menores o iguales que 3.

c) Comprendidos entre 1 y 5, incluyendo a ambos.

d) Mayores o iguales que -5 y menores o iguales que 5.

72 Representa en la recta real las siguientes semirrectas.

a) $[5, +\infty)$

b) $(-\infty, 8]$

c) $(-\infty, 12)$

d) $(-7, +\infty)$

73 Los siguientes números reales, ¿pertenecen a los intervalos que se indican?

a) $2 \rightarrow (2, 9]$

b) $1{,}99 \rightarrow (1, 2)$

c) $\frac{1}{6} \rightarrow [0{,}1; 0{,}16]$

d) $-3{,}19 \rightarrow [-3, 0)$

e) $\sqrt{2} \rightarrow (1; 1{,}5]$

f) $-5{,}\widehat{4} \rightarrow [-5{,}4; -5]$

74 Representa en la recta real los siguientes intervalos.

a) $[-5, 1]$

b) $[-4, 5)$

c) $\left[\frac{1}{3}, 2\right]$

d) $(0, 7]$

e) $(-5, -2)$

f) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{3}{2}\right)$

75 Expresa en forma de intervalo estas situaciones.

a) Las temperaturas mínima y máxima registradas ayer fueron -3 °C y 6 °C, respectivamente.

b) El ascensor baja desde la planta 8 hasta la -3.

c) Mi presupuesto máximo para el viaje es de 550 €.

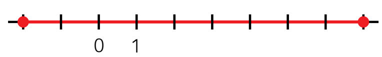
d) La altura mínima permitida para poder montar en la montaña rusa es de 1,40 metros.

e) El carné joven es válido si se tienen más de 14 años y menos de 30.

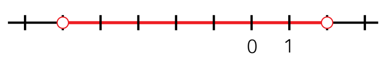
76 Escribe los intervalos que se representan en las siguientes rectas. Indica de qué tipo son.

a)

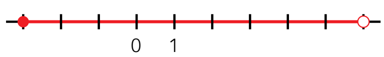
b)



c)



d)

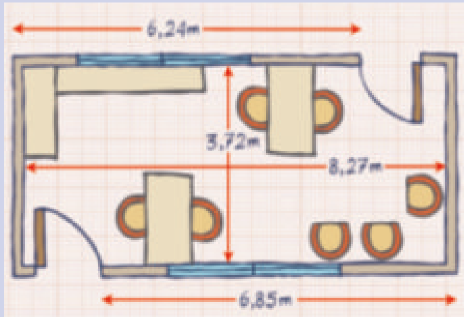


SABER HACER

Estimar el coste de una reforma

La empresa DaleForma, S. L., se dedica a la reforma integral de edificios. Una compañía de seguros les ha encargado un presupuesto para reformar una de sus oficinas.

Para realizarlo, Carlos, el arquitecto, toma medidas con un metro tradicional. Tras dibujar un plano con esas medidas, se realiza un presupuesto aproximado donde se detallan las reformas que se llevarán a cabo y una estimación de su coste.



PRESUPUESTO

Reforma en oficina de 30,7 m² aproximadamente con dos puertas de entrada y dos ventanales exteriores.

Colocación de suelos	*725,34 €*
Cambiar ventanas	*538,44 €*
Instalación eléctrica	*249,70 €*
Pintar paredes y techo	*575,23 €*

Coste aproximado de la reforma 2 100,00 €

<u>Forma de pago:</u>

- *1/4 del total, a la aceptación del presupuesto.*
- *2/5 del total, al inicio de la obra.*
- *1/10 del total, a la entrega de materiales.*
- *Resto del total, a la finalización de la obra y conformidad.*

Aceptado cliente

Al presentar este presupuesto al cliente, se le advierte de que es un coste aproximado y de que si lo acepta, se harán mediciones exactas con un medidor láser para dibujar un plano real de la oficina que hay que reformar.

Una vez hecho ese plano exacto, se volverán a calcular los costes de la reforma, y estos podrán variar con respecto al presupuesto inicial.

a) Observa que el coste aproximado de la reforma es una aproximación de la suma de los costes desglosados en el presupuesto. ¿Qué tipo de aproximación se ha hecho?

b) ¿Cuál es el error que se ha cometido?

Tras aceptar el cliente el presupuesto, Carlos toma medidas de nuevo, pero esta vez con un medidor láser, y dibuja un plano exacto de la oficina.

c) ¿Cuáles son los errores cometidos al medir con el metro tradicional?

d) ¿Crees que el precio final será muy distinto al presupuestado?