



Matematika

EBATZI SAILA

DBHko 2. mailarako Matematika liburua Zubia Editoriala, S. L.ren eta Santillana Educación, S. L.ren Hezkuntza Argitalpenetarako Sailean **Joseba Santxo Uriarteren** eta **Teresa Grence Ruizen** zuzendaritzapean sortu, taxutu eta gauzaturiko talde-lana da.

Liburu honen prestatze- eta argitaratze-lanean honako talde honek esku hartu du:

José Antonio Almodóvar Herráiz

Araceli Cuadrado Fernández

Lourdes Díaz Ruíz

Carles Dorce Polo

José Carlos Gámez Pérez

Silvia Marín García

Carlos Pérez Saavedra

Marta Redón Gómez

Domingo Sánchez Figueroa

EDIZIOA

Ainhoa Basterretxea Llona

Carlos Pérez Saavedra

José Antonio Almodóvar Herráiz

Silvia Marín García

Laura Sánchez Fernández

PROIEKTUAREN ZUZENDARITZA

Joseba Santxo Uriarte

Domingo Sánchez Figueroa

Liburu honetako ariketak ezin dira inola ere liburuan bertan egin.

Ariketetan proposatzen ditugun taulak, eskema eta gainerako

baliabideak ikasleak koadernoan egin beharrekoen ereduak baino ez dira.

Aurkibidea

UNITATEA	JAKIN	EGITEN JAKIN
1 Zenbaki osoak	1. Zenbaki osoak 8 2. Zenbaki osoen arteko eragiketak 10 3. Zenbaki osoen multiploak eta zatitzaileak 14 4. Zenbaki oso bat faktorizatzea 16 5. Zatitzaile komunetako handiena eta multiplo komunetako txikiena 18	• Parentesidun batuketak eta kenketak egitea • Zenbaki osoen arteko eragiketa konbinatuak egitea • Zenbaki baten zatitzaile guztiak kalkulatzeko • Zenbaki bat faktorizatzea • Problema ebaztea z.k.h. edo m.k.t. erabiliz • Zenbaki osoen arteko eragiketetan biderkagai komuna ateratzea • Zenbaki baten multiploetatik bi zenbaki jakinen artean dagoena kalkulatzeko • Zifra baten balioa kalkulatzeko, zenbaki bat beste batez zatigarria izateko • Bi zenbaki elkarrekiko zatigarriak diren jakitea
2 Zatikiak	1. Zatikiak 30 2. Zatiki baliokideak 31 3. Zatikien alderaketa 34 4. Zatikien arteko eragiketak 35 5. Zatikiak dituzten eragiketa konbinatuak 38	• Zatiki baten zatiki laburtezina kalkulatzeko • Zatiki negatiboak dituzten eragiketak egitea • Zatikiak dituzten eragiketa konbinatuak egitea • Falta den gaia kalkulatzeko, bi zatiki baliokideak izan daitezkeen • Zenbakitzaileen eta izendatzaileen eragiketak dituzten zatikiak sinplifikatzeko • Guztizkoaren zati bat kalkulatzeko • Zati bat jakinda guztizkoa kalkulatzeko • Zatiki baten zati bat kalkulatzeko
3 Berreketak eta erro koadroa	1. Zenbaki osoen berreketak 50 2. Zatikien berreketak 52 3. Berreketen arteko eragiketak 53 4. Zenbaki osoen erro koadroa 56 5. Zatikien erro koadroa 58	• Zenbaki oso baten berreketaren balioa kalkulatzeko • Berreketen biderkadura edo zatidura kalkulatzeko • Zenbaki baten erro koadroa kalkulatzeko • Berreketak eta erroak dituzten eragiketa konbinatuak egitea • Berrekizunetan biderkagai lehen komunak dituzten berreketen arteko eragiketak egitea • Lauki bat osatzea, elementu kopuru jakin bat izanda
4 Zenbaki hamartarrak	1. Zenbaki hamartarrak 68 2. Hurbilketa eta iritzirako kalkulua 69 3. Zatikiak eta zenbaki hamartarrak 70 4. Zenbaki hamartarren arteko eragiketak 72 5. Erro koadroa. Hurbilketa hamartarra 74 6. Idazkera zientifikoa 77	• Zatiki bati zer zenbaki hamartar mota dagokion zehaztea • Zenbaki hamartarren zatiketak egitea • Zenbaki oso baten erro koadroa kalkulatzeko • Erro koadroa hamartarrekin kalkulatzeko • Bi zenbakiren arteko zenbaki hamartarrak zehaztea • Zenbaki hamartarrak 10ez, 100ez, 1.000z... biderkatzea eta zatitzea
5 Adierazpen aljebraikoak	1. Adierazpen aljebraikoak 86 2. Monomioak 87 3. Monomioen arteko eragiketak 88 4. Polinomioak 90 5. Polinomioen arteko eragiketak 91 6. Laburbidezko formulak 94	• Monomioen eragiketa konbinatuak ebaztea • Polinomio batetik biderkagai komuna ateratzea • Polinomio bat batuketa baten edo kenketa baten berbidura gisa adieraztea • Polinomio bat batuketa baten eta kenketa baten biderketa gisa adieraztea • Erlazio geometriko batzuk aljebraikoki adieraztea • Polinomio baten koefiziente bat kalkulatzeko, zenbakizko balio bat jakinda • Polinomioen arteko eragiketa konbinatuak ebaztea
6 Lehen eta bigarren mailako ekuazioak	1. Berdintza aljebraikoak 106 2. Ekuazio baten elementuak 107 3. Lehen mailako ekuazioak 108 4. Bigarren mailako ekuazioak 112 5. Problema ekuazioen bidez ebaztea 116	• Lehen mailako ekuazioak ebaztea • Parentesiak dituzten lehen mailako ekuazioak ebaztea • Izendatzaileak dituzten lehen mailako ekuazioak ebaztea • Bigarren mailako ekuazio baten soluzio kopurua aztertzea • Bigarren mailako ekuazioak ebaztea • Problema ekuazioen bidez ebaztea • Izendatzaile bakar bat duten ekuazioak ebaztea • Zatikien berdintzak diren ekuazioak ebaztea • Parentesiak eta izendatzaileak dituzten bigarren mailako ekuazioak ebaztea
7 Ekuazio-sistemak	1. Ekuazio linealak 128 2. Ekuazio linealen sistemak 130 3. Ekuazio-sistemak ebaztea 131 4. Sistemak ebazteko metodoak 132 5. Problema ekuazio-sistemen bidez ebaztea 136	• Ekuazio lineal baten soluzioak kalkulatzeko • Ekuazio linealen sistema bat ebaztea • Problema ekuazio-sistemen bidez ebaztea • Sistema bat laburtze-metodoaren bidez ebaztea, koefizienteak ez direnean multiploak • Parentesiak eta izendatzaileak dituen ekuazio-sistema bat ebaztea • Enuntziatuak bi ezezaguneko ekuazioen bidez ebaztea

UNITATEA	JAKIN		EGITEN JAKIN
8 Zenbakizko proportzionaltasuna	1. Arrazoa eta proportzioa 2. Proportzionaltasunaren ezaugarriak 3. Magnitude zuzenki proportzionalak 4. Magnitude alderantziz proportzionalak 5. Banaketa proportzionalak 6. Ehunekoak 7. Handitzeak eta txikitzeak ehunekotan	148 149 150 152 154 156 158	• Problema ebatzea, hiruko erregela sinple zuzena erabiliz • Problema ebatzea, alderantzizko hiruko erregela sinplea erabiliz • Banaketa zuzenki edo alderantziz proportzionalak egitea • Ehunekoen problema ebatzea • Ehuneko kateatuekin loturiko problema ebatzea • Proportzionaltasun zuzenarekin loturiko problema ebatzea, batekora murriztuz • Alderantzizko proportzionaltasunarekin loturiko problema ebatzea, batekora murriztuz • Engranajeen problema ebatzea • Higikarien problema ebatzea • Betetzeen eta hustuketen problema ebatzea
146			
9 Proportzionaltasun geometrikoa	1. Zuzenki proportzionalak 2. Talesen teorema 3. Triangeluen antzekotasuna 4. Triangeluen antzekotasun-irizpideak 5. Antzeko poligonoak 6. Eskalak	170 171 173 174 176 178	• Zuzenkiak zati berdinetan edo zati proportzionalatan banatzea • Problema ebatzea, triangeluen antzekotasuna erabiliz • Antzeko poligonoen perimetroak eta azalerak kalkulatzeko • Mapa batean distantziak kalkulatzeko • Zatikiaz zenbakizko zuzenean adieraztea, Talesen teorema erabiliz • Plano edo mapa baten eskala kalkulatzeko • Objektu baten altuera kalkulatzeko, beiran duen islatik abiatuta
168			
10 Irudi lauak. Azalera	1. Pitagoraseko teorema 2. Pitagoraseko teoremaren erabilera 3. Poligonoen azalera 4. Angeluak poligonoetan 5. Zirkunferentzia baten luzera 6. Zirkuluaren azalera eta irudi zirkularrak 7. Angeluak zirkunferentzian	190 191 194 198 199 200 202	• Poligono baten elementuak kalkulatzeko • Poligono erregular baten elementuak kalkulatzeko • Azalaren problema ebatzea • Irudi lau baten azalera kalkulatzeko • Triangelu angeluzuzen isoszele baten katetoak zenbaterako diren kalkulatzeko • Triangelu aldeberdin baten altuera kalkulatzeko • Trapezio isoszele baten azalera kalkulatzeko, altuera ezagutu gabe
11 Gorputz geometrikoak. Azalera	1. Zuzenak eta planoak espazioan 2. Poliedroak 3. Poliedro erregularrak 4. Prismak 5. Piramideak 6. Prismen eta piramideen azalera 7. Biraketa-gorputzak 8. Biraketa-gorputzen azalera	214 215 216 217 218 220 222 224	• Prismen eta piramideen garapen laua lortzea • Poliedro baten azalera kalkulatzeko • Biraketa-gorputz baten garapen laua lortzea • Biraketa-gorputz baten azalera kalkulatzeko • Ortoedro baten ertzetatik abiatuz, diagonalak kalkulatzeko • Ertzak ezagututa, piramide baten azalera kalkulatzeko • Piramide-enbor baten azalera kalkulatzeko • Kono-enbor baten azalera kalkulatzeko
12 Gorputz geometrikoen bolumena	1. Gorputzen bolumena 2. Bolumen-, edukiera- eta masa-unitateen arteko erlazioa 3. Gorputz geometrikoen bolumena	236 238 240	• Bolumen-unitateak aldatzea • Bolumen-, edukiera- eta masa-unitateen problema ebatzea • Gorputz geometrikoen bolumena kalkulatzeko • Gorputz baten dentsitatea kalkulatzeko • Kubo baten bolumena kalkulatzeko, diagonalak ezagututa
13 Funtzioak	1. Koordinatu kartesiarrak 2. Funtzio kontzeptua 3. Funtzio bat adierazteko moduak 4. Funtzio baten azterketa 5. Proportzionaltasun zuzeneko funtzioak 6. Funtzio linealak	254 255 256 260 263 264	• Funtzio bat grafikoki adieraztea, balio-taula batetik abiatuta • Funtzio bat grafikoki adieraztea, ekuazio batetik abiatuta • Funtzio baten gorrakortasuna eta beherakortasuna aztertzea • Funtzio linealak adieraztea • Puntu bat funtzio bateko den zehaztea • Ardatzekiko ebakidura-puntuak zehaztea • Proportzionaltasun zuzeneko ekuazio baten funtzioa zehaztea, puntuetatik bat ezagututa • Proportzionaltasun zuzeneko ekuazio baten funtzioa zehaztea, grafikoa ezagututa • Proportzionaltasun zuzeneko ekuazio baten funtzioa zehaztea, bi puntu ezagututa
252			
14 Estatistika eta probabilitatea	1. Azterketa estatistikoak. Aldagai estatistikoak 2. Maiztasunak 3. Grafikoa estatistikoak 4. Neurri estatistikoak 5. Ausazko esperimentuak 6. Gertaerak 7. Gertaera baten probabilitatea	276 277 279 282 284 285 286	• Maiztasun-taulak egitea • Grafikoa estatistikoak interpretatzeko • Neurri estatistikoak kalkulatzeko eta interpretatzeko • Laplaceren erregelaren bidez probabilitatea kalkulatzeko • Diagrama linealak adieraztea • Piktogramak marraztea • Zuhaitz-diagrama baten bidez probabilitatea kalkulatzeko
274			

Unitatearen eskema

Unitate didaktikoen egitura oso sinplea da; izan ere, oinarrizko edukiak, adibide ebatziak eta proposatutako jarduerak erraz aurkitzea da helburua.

Unitatean zehar, ikonoak erabiliko ditugu zenbait eduki eta jardueratan, oinarritzko gaitasunak bereziki lantzen dituztenetan, hain zuzen ere.

Unitatearen sarrera: oinarritzko bi elementu, oinarri sendo bat eta motibazio egoki bat.

Hasteko gakoak
atalak unitaterako
erabilgarri
gertatuko zaizkizun
edukiak
gogorarazteko
balioko du.

Asmakizun bati
buruzko historia,
erabilera eta
jakingarriekin
abiatzen da
unitatea

[illegible]

Unitateko edukiak
(**Jakin**) eta
prozedurak
(**Egiten jakin**)
zehazten dira.

Eguneroko bizimoduan
atalak ariketa erraz
bat proposatzen
dizu, sarrerako
irudiarekin zerikusia
duena.

Eduki-orrialdeak: JAKIN eta EGITEN JAKIN batasun integratu baten gisa.

Jakin atalerako, testu argi eta egituratuak proposatzen ditugu. **Adibideak** atalek jakin horiek sendotzen lagunduko dizute.

Azalpen-testuen
ondoan, **informazio
osagarriak**
aurkituko dituzu.
Gainera, **Erantzun
erronkari** atalean,
proban jarriko ditugu
zure ezagutzak, zure
intuizioa eta zure
arrazoibide
matematikoak.

Proportionalitas geometrika 3

HONELA IDAZTEN DA

- B = oinarri handia
- b = oinarri txikia
- P = perimetroa
- a = azalera

Triangelu erregularrak eta erregularren azalera kalkulatu behar duzue.

3.4. Trapezioaren azalera

Bi trapezio berdin elkartzen direnean, errotabide bat sortzen da. Trapezioaren azalera errotabide baten azalaren erdia da.

Trapezioaren azalera, oinarri handia B , oinarri txikia b eta altuera h izanik:

$$\text{Azalera} = A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

ADIBIDEA

7. Kalkulatu trapezio baten azalera (oinarriak 12 eta 8 cm, eta altuera 8 cm):

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(12 + 8) \cdot 8}{2} = \frac{160}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

Trapezioaren azalera 80 cm² da.

3.5. Poligono erregularrak baten azalera

Poligono erregularraren azalera, apotema a izanik:

$$A = \frac{\text{Perimetroa} \cdot \text{Apotema}}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$

ADIBIDEA

8. Kalkulatu aldaia 10 cm luze duen hegoaldeko erregularraren azalera.

- Perimetroa = $P = l \cdot n = 10 \cdot 4 = 40$ cm
- Apotema kalkulatu daude. Poligonoa sistema erabiliz:

$$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,3 \text{ cm}$$

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{40 \cdot 8,3}{2} = 166 \text{ cm}^2$$

Hegoaldearen azalera 166 cm² da.

5. EUTEN JAKIN

5.1. Problema ebazte, triangeluen antzekotasuna erabiliz

Kalkulatu AC altuera.

a)

Emen beharrezko paskak

1. Errotabideak errotan dagoen triangelu antzekatuak direla egiaztatuko dugu.

a) $\angle ACB = 90^\circ$: triangelu antzekatuak dira, bi angelu berdin dutez (angelu errotabide baten angeluak).

- $A = A'$ angelu zuzenak direla.
- $B = B'$ egiaztatzen izanik beharrezko jakien bidez egiaztatuko da.

b) $\angle ACB = 90^\circ$: triangelu antzekatuak dira baten angelu baten bidez egiaztatuz. Bi angelu komunak daude, eta $A = A'$ eta $C = C'$ paraleluak dira.

2. Triangelu antzekatu bakoitza, errotabideen erdi dagoen aldaia kalkulatu dezagun triangelu antzekatuaren antzekotasuna erabiliz.

$$\frac{AC}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AC = 4 \cdot \frac{3}{3} = 4$$

3. Errotabideak antzekatu bakoitza, errotabideen erdi dagoen aldaia kalkulatu dezagun triangelu antzekatuaren antzekotasuna erabiliz.

$$\frac{AC}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AC = 4 \cdot \frac{3}{3} = 4$$

4. Zuhaitza 4 m altuera duen triangelu antzekatu bakoitza, errotabideen erdi dagoen aldaia kalkulatu dezagun triangelu antzekatuaren antzekotasuna erabiliz.

$$\frac{AC}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AC = 4 \cdot \frac{3}{3} = 4$$

5. Errotabideak antzekatu bakoitza, errotabideen erdi dagoen aldaia kalkulatu dezagun triangelu antzekatuaren antzekotasuna erabiliz.

$$\frac{AC}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AC = 4 \cdot \frac{3}{3} = 4$$

6. Zuhaitza 4 m altuera duen triangelu antzekatu bakoitza, errotabideen erdi dagoen aldaia kalkulatu dezagun triangelu antzekatuaren antzekotasuna erabiliz.

$$\frac{AC}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AC = 4 \cdot \frac{3}{3} = 4$$

Objektu bakoitza hiru hiru aldaia duela jakin daude. Era berbera, objektu bakoitza altuera eta antzekotasun bakoitza jakin daude. Errotabideak jakin daude, eta antzekotasun bakoitza jakin daude.

JARDUERAK

1. Kalkulatu hiruak izan diren triangelu antzekatu bakoitza, jakin zuhaitza bakoitza 3 m altuera duela.

2. Semaltro bat eta paperoi bat elkarren ondoan daude, paperoiaren altuera 4 m luze da, eta semaltroaren altuera paperoiaren baten 10 cm luzeago. Zer altuera du semaltroak, paperoiaren altuera 4 m luze bada?

3. Zonen garraia 1,5 m da, eta errotabide ordu jakin baten gailuaren altuera 1,5 m luze da. Zer garraia du Maiz, ordu baten haren altuera 2,3 m luze bada?

JARDUERAK

1. PIRAMIDEA. Kalkulatu poligonoaren azalera.

2. ERROTABIDEA. Kalkulatu errotabidearen azalera.

3. KALKULATU. Kalkulatu apotema 10,9 cm duen erregularraren azalera. 274,04 cm² altuera duen hegoaldearen azalera.

198

175

Jakitea bezain garrantzitsua da **Egiten jakitea**. Atal hauetan, zure garapen matematikorako behar dituzun prozedurak ikasiko dituzu, urratsez urrats.

Orrialde teorikoan
Jarduerak atalak
lagungarriak gertatuko
zaizkizu eskuratu
dituzun ezagutzak
praktikatzeko, modu
berri batzuetan
aplikatzeko eta haiei
buruz gogoeta egiteko.
Egiten jakin atalarekin
batera dauden
jardueren helburua
prozedura horiek
sendotzea eta haietaz
ondo jabetzea da.

Oinarrizko gaitasunak

Liburuan zehar, **HEZIBERRI**ren arabera oinarritzko gaitasunen ikurrak ikusiko dituzu zenbait jardueraren ondoan. Ikur horiek kasu bakoitzean zer gaitasun lantzen den adierazten diute.

Arloko gaitasunak

-  Hizkuntza- eta literatura-komunikaziorako gaitasuna
-  Matematikarako gaitasuna
-  Zientziarako gaitasuna
-  Teknologiarako gaitasuna
-  Gizarterako eta herritartasunerako gaitasuna
-  Arterako gaitasuna
-  Mugimendurako gaitasuna

Zehar-qaitasunak

-  Hitzetz, hitzik gabe eta era digitalean komunikatzeko gaitasuna
-  Ikasten eta pentsatzen ikasteko gaitasuna
-  Elkarbizitzarako gaitasuna
-  Ekimenerako eta ekintzaile-sena garatzeko gaitasuna
-  Izaten ikasteko gaitasuna



Zertarako erabiltzen diren zenbaki osoak

Egunero erabiltzen ditugu zenbaki osoak era askotako egoeratan. Hartzea, irabaztea, batzea, handitzea eta beste batzuk adierazteko, zenbaki **oso positiboak** erabiltzen dira.

Zorretan egotea, gastatzea, kentzea, gutxitzea eta beste batzuk adierazteko, berriz, zenbaki **oso negatiboak** erabiltzen dira

ADIBIDEA

Erreparatu egoera bakoitzean erabilitako zenbaki osoari.

5 € zor ditut ► -5

80 € irabazi ditut ► +80

30 m-ko sakoneran nago ► -30

200 m-ko altueran nago ► +200

JARDUERAK

- 1 Idatzi egoera bakoitzari dagokion zenbaki osoa.
 - a) Atzoko tenperatura minimoa zero azpitik 3 gradukoa izan zen.
 - b) Jonek 50 € aurreztu ditu.
 - c) 500 €-ko mailegu bat eskatu dut.
 - d) Tenperatura 8 gradu igo zen asteartetik ostegunera bitartean.
 - e) Itsaspekoa 50 m jaitsi zen.
 - f) Txoria 400 m-ko altueran ari zen hegaz.

Zenbaki arrunten arteko eragiketen hierarkia

Eragiketa konbinatuak ebazteko, hurrenkera honetan egingo ditugu kalkuluak:

1. Parentesi eta kako zuzenen artean dauden eragiketak.
2. Biderketak eta zatiketak, ezkerretik eskuinera.
3. Batuketak eta kenketak, ezkerretik eskuinera.

ADIBIDEA

$$\begin{aligned}
 & 7 \cdot (8 - 2) : 3 + 9 \\
 &= 7 \cdot 6 : 3 + 9 = \\
 &= 42 : 3 + 9 = \\
 &= 14 + 9 = 23
 \end{aligned}$$

JARDUERAK

- 2 Egin eragiketa konbinatuak.
 - a) $82 - 14 : 2 \cdot 3 + 12 : 3$
 - b) $18 : 3 \cdot 5 - 24 : 6 : 2 + 25$
 - c) $7 \cdot 6 : 21 + 25 : 5 + 16 \cdot 2 : 8$
 - d) $55 : 5 - (9 : 3) \cdot 3 + 17$



236 K.a.
Arkimedesez historiako lehen igogailua diseinatu zuen, berak asmatutako bi tresna erabiliz: polea konposatua eta Arkimedesen torlojua.



1000 K.o.
Al Andalusen, gotorlekuak inbaditzeko igogailu bat erabili zen helburu militarrekin; halaxe jaso zuen Ibn Khalaf Al Murad ingeniariak *Sekretuen liburuan*.



Zenbaki osoak

1



JAKIN

- Zenbaki osoak. Zenbaki osoen arteko eragiketak
- Zenbaki osoen multiploak eta zatitzaileak
- Zenbaki oso baten faktORIZAZIOA
- Zatitzaile komunetako handiena eta multiplo komunetako txikiena

EGITEN JAKIN

- Parentesidun batuketak eta kenketak egitea
- Zenbaki osoak dituzten eragiketa konbinatuak egitea
- Zenbaki baten zatitzaile guztiak kalkulatzeko
- Zenbaki bat faktORIZATZEA
- Problema z.k.h. edo m.k.t. erabiliz ebaztea



? EGUNEROKO BIZIMODUAN

Igogailua

Bertikalki lekuz aldatzeko balio duen makina bat da igogailua. Egunerok erabili ohi dugu gehienok, behin baino gehiagotan erabili ere. Are, altuera handiko eraikinetan ezinbestekoa da hura erabiltzea.

- Demagun autoa —3 solairuan aparkatu dugula eta igogailuan igo garela etxera, 5. solairura. Zenbat solairu igo ditugu?



xvii. mendea

Igogailuen prototipoak instalatzen hasi ziren Frantziako eta Ingalaterrako zenbait familia dirudunen jauregietan.



1851

Waterman ingeniariak lehen karga-jasogailua asmatu zuen.



1853

Sostengu-kablea matxuratzen zenerako segurtasun-mekanismo automatikoa zeukan lehen igogailua egin zuen Elisha Otis estatubatuarra.

Garai hartan sortu zen egungo Otis Elevator Company.



1957

Ate automatikoa zuten lehen igogailuak merkaturatu ziren.

Gaur egun, 500 m baino gehiago egiten dituzte igogailuek.



1

Zenbaki osoak



HONELA IDAZTEN DA

Zenbaki oso positiboak idaztean, ez da ohikoa zenbakiaren aurreko + zeinua idaztea.

$$+5 = 5 \quad +8 = 8$$

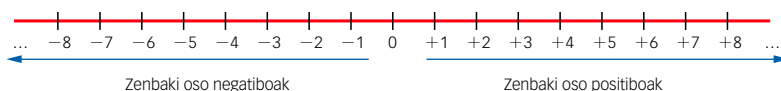
Zenbaki osoen multzoari $\mathbb{Z}$ esaten zaio, eta elementu hauek ditu:

- Zenbaki **oso positiboak**: $+1, +2, +3, +4, +5, \dots$
- Zero zenbakia: 0 .
- Zenbaki **oso negatiboak**: $-1, -2, -3, -4, -5, \dots$

1.1. Zenbakizko zuzenean nola adierazi

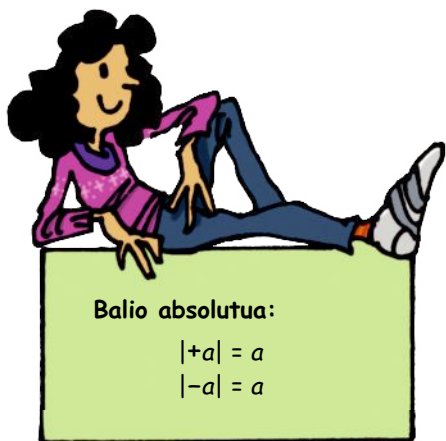
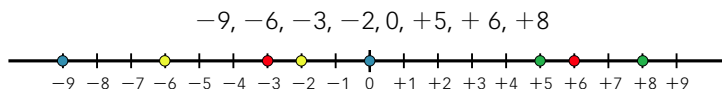
Zenbaki osoak ordenatuta adierazten dira zenbakizko zuzenean.

- Zeroak (0) bi zati berdinetan banatzen du zuzena.
- Zerotik eskuinera, zenbaki oso positiboak jartzen dira: $+1, +2, +3, \dots$
- Zerotik ezkerrera, zenbaki oso negatiboak jartzen dira: $-1, -2, -3, \dots$



ADIBIDEA

1. Adierazi zenbaki hauek zenbakizko zuzenean:



1.2. Zenbaki oso baten balio absolutua

Zenbaki oso baten **balio absolutua** bere zenbakizko balioa da, zeinua kontuan hartu gabe. Honela adierazten da: $|a|$.

ADIBIDEA

2. Kalkulatu -7 ren eta $+5$ en balio absolutua.

$$-7\text{ren balio absolutua} \rightarrow |-7| = 7 \quad +5\text{en balio absolutua} \rightarrow |+5| = 5$$

JARDUERAK

1 **PRAKTIKATU**. Adierazi zenbakizko zuzenean.

$$-4, +6, -7, +2, -5, +3, -8$$

2 **PRAKTIKATU**. Idatzi bakoitzaren balio absolutua.

- a) -9 b) $+6$ c) $+9$ d) -4

3 **APLIKATU**. Zenbat zenbaki oso daude -20 ren eta $+20$ ren artean?

4 **EGIN GOGOETA**. Zer lotura dago zerotik distantzia berera dauden zenbaki oso negatibo baten eta positibo baten balio absolutuen artean?

1.3. Zenbaki oso baten aurkakoa

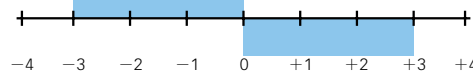
Zenbaki oso baten aurkakoa da haren balio absolutu bera eta kontrako zeinua duen beste zenbaki oso bat. Honela adierazten da a zenbakiaren aurkakoa: Aur (a).

ADIBIDEA

3. Idatzi -3 ren eta $+3$ ren aurkakoak, eta adierazi zenbakizko zuzenean.

$$\text{Aur } (-3) = +3$$

$$\text{Aur } (+3) = -3$$



Zerotik distantzia berera egongo dira aurkako bi zenbaki.



HONELA IDAZTEN DA

Handiago adierazteko: $>$.

Txikiago adierazteko: $<$.

1.4. Zenbaki osoen alderaketa

Bi zenbaki oso izanik, zenbakizko zuzenean eskuinean dagoena da bietatik handiena.

- Zenbaki oso positiboen artean, balio absolutu handiena duen hura izango da guztietatik handiena.
- Zenbaki oso negatiboen artean, balio absolutu txikienakoa da handiena.
- Edozein zenbaki oso positibo handiagoa da edozein zenbaki oso negatibo baino.
- Zeroa handiagoa da edozein zenbaki negatibo baino, eta txikiagoa edozein zenbaki positibo baino.



ERANTZUN ERRONKARI

Zein da handiagoa: zenbaki baten aurkakoaren balio absolutua ala haren balio absolutuaren aurkakoa?

ADIBIDEA

4. Alderatu zenbaki osoen pareak.

a) $+6$ eta $+3$

b) -4 eta -9

c) -8 eta $+1$

a) $\left. \begin{array}{l} |+6| = 6 \\ |+3| = 3 \end{array} \right\} 6 > 3 \rightarrow +6 > +3$

b) $\left. \begin{array}{l} |-4| = 4 \\ |-9| = 9 \end{array} \right\} 4 < 9 \rightarrow -4 > -9$

c) $-8 < +1$, zenbaki oso negatiboak txikiagoak baitira positiboak baino.

JARDUERAK

5 **PRAKTIKATU.** Idatzi zenbaki bakoitzaren aurkakoa.

$$-6, +5, -8, +9, -11, +12, -4$$

6 **PRAKTIKATU.** Alderatu zenbaki pare bakoitza.

a) -3 eta $+6$

c) 0 eta $+5$

e) $+7$ eta $+8$

b) -8 eta -2

d) -6 eta 0

f) -11 eta -9

7 **APLIKATU.** Ordenatu txikienetik handienara.

$$-7, -2, +5, 0, +3, -8, +4, -10$$

8 **EGIN GOGOETA.** Idatzi zenbaki oso bat, eta kalkulatu haren aurkakoaren aurkakoa.

Zertaz ohartu zara? Gauza bera gertatzen al da zenbaki guztiekin?

2.1. Zenbaki osoen arteko batuketa eta kenketa

Bi zenbaki osoren arteko batuketa egiteko:

- Batugaiek **zeinu bera** badute, balio absolutuen arteko batuketa egiten da, eta zeinu bera jartzen zaio baturari.
- **Zeinu desberdina** badute, balio absolutuen arteko kenketa egiten da, eta balio absolutu handieneko batugaia zeinua jartzen zaio baturari.

Bi zenbaki osoren arteko kenketa egiteko, batari bestearen aurkakoa batu behar zaio.

Modu laburtua
 $(+a) = a$ $+(+a) = +a$ $- (+a) = -a$
 $(-a) = -a$ $+(-a) = -a$ $-(-a) = +a$

**ADIBIDEA**

5. Kalkulatu.

a) $(+5) + (+9) = +14$

Zeinu bera $\rightarrow | +5 | + | +9 | = 5 + 9 = 14$

b) $(+5) + (-9) = -4$

Zeinu desberdina $\rightarrow | -9 | - | +5 | = 9 - 5 = 4$, eta $-$ zeinua jarriko dugu.

c) $(+5) - (+9) = (+5) + \text{Aur } (+9) = (+5) + (-9) = -4$

Zenbait zenbaki osoren arteko batuketak eta kenketak egiteko, lehenik **modu laburtuan** idatzi behar dira, hau da, zenbakien parentesiak kenduta. Ondoren, $+$ zeinuko zenbakien baturari $-$ zeinuko zenbakiena kenduko diogu.

ADIBIDEA

6. Kalkulatu $(-3) - (+5) - (-9) + (+2)$.

Modu laburtuan: $-3 - 5 + 9 + 2$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Positiboen batuketa: } 9 + 2 = 11 \\ \text{Negatiboen batuketa: } 3 + 5 = 8 \end{array} \right\} \text{Emitza: } 11 - 8 = 3$$

JARDUERAK

9 **PRAKTIKATU.** Kalkulatu.

a) $(-3) + (-7)$

c) $(-3) - (-7)$

b) $(+8) + (-4)$

d) $(+8) - (-4)$

10 **PRAKTIKATU.** Adierazi modu laburtuan eta kalkulatu.

a) $(+3) + (-2) - (-5) - (+2)$

b) $(-1) - (-4) + (+6) - (+2)$

11 **APLIKATU.** Kalkulatu.

a) $7 - 2 + 4 - 5 - 1$

c) $-4 - 1 - 5 + 7 + 4$

b) $-3 + 2 - 1 - 6 - 2$

d) $6 + 2 - 3 + 4 - 5$

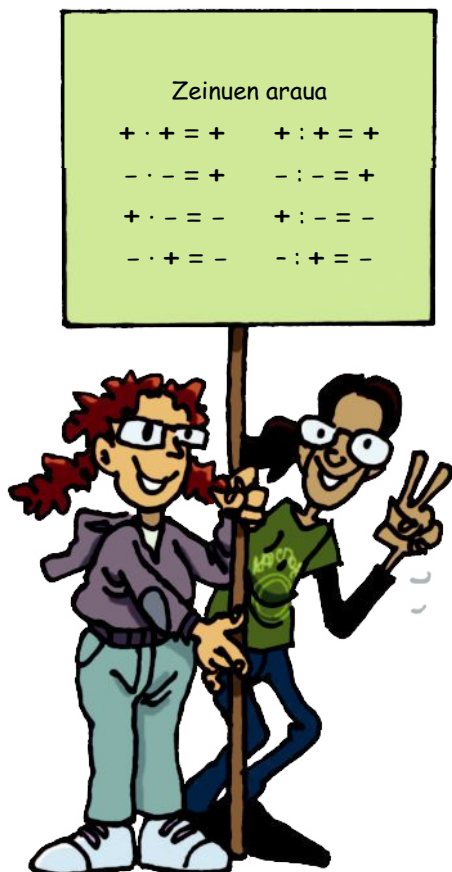
12 **EGIN GOGOETA.** Osatu zure koadernoan.

a) $(+3) + \square = -9$

c) $\square + (-1) = +1$

b) $(-5) - \square = +1$

d) $\square - (-2) = +4$



2.2. Zenbaki osoen arteko biderketa

Bi zenbaki osoren arteko biderketa egiteko, lehenik balio absolutuen arteko biderketa egin behar da. Bi biderkagaiek zeinu bera badute, biderkadurari $+$ zeinua jarriko diogu, eta zeinu desberdinak badituzte, $-$ zeinua.

ADIBIDEA

7. Kalkulatu.

Zeinu bera $\rightarrow$ Eraitza $+$

Zeinu desberdina $\rightarrow$ Eraitza $-$

a) $(+3) \cdot (+4) = +12$

c) $(+3) \cdot (-4) = -12$

b) $(-3) \cdot (-4) = +12$

d) $(-3) \cdot (+4) = -12$

Zenbait zenbaki osoren biderkadura kalkulatzeko, balio absolutuen arteko biderketa egingo dugu. Biderkagai negatiboen kopurua bikoitia bada, $+$ zeinua jarriko diogu biderkadurari, eta bakoitia bada, $-$ zeinua.

ADIBIDEA

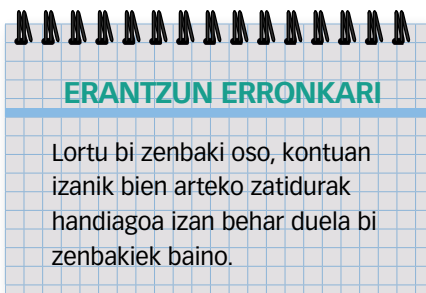
8. Kalkulatu.

a) $(+5) \cdot (+8) \cdot (-2) = -80$

b) $(-10) \cdot (+3) \cdot (-5) = +150$

2.3. Zenbaki osoen arteko zatiketa

Bi zenbaki osoren arteko zatiketa egiteko, lehenik balio absolutuen arteko zatiketa egiten da. Bi zatigaien zeinua bera bada, zatidurari $+$ zeinua jartzen zaio, eta desberdina bada, $-$ zeinua.



ADIBIDEA

9. Kalkulatu.

Zeinu bera $\rightarrow$ Eraitza $+$

Zeinu desberdina $\rightarrow$ Eraitza $-$

a) $(+35) : (+7) = +5$

c) $(+35) : (-7) = -5$

b) $(-35) : (-7) = +5$

d) $(-35) : (+7) = -5$

JARDUERAK

19 **PRAKTIKATU.** Kalkulatu.

a) $(-7) \cdot (-4)$

c) $(+8) \cdot (+9)$

b) $(-6) \cdot (+10)$

d) $(+4) \cdot (+5)$

20 **PRAKTIKATU.** Egin zatiketak.

a) $(-63) : (+9)$

c) $(-14) : (-2)$

b) $(-24) : (-3)$

d) $(+35) : (-5)$

21 **APLIKATU.** Osatu.

a) $\square \cdot (-7) = +21$

d) $(+24) : \square = +4$

b) $(+5) \cdot \square = -35$

e) $\square : (-7) = +7$

c) $\square \cdot (+9) = 0$

f) $(-10) : \square = -10$

22 **EGIN GOGOETA.** Zer zeinu izango du 99 zenbakiren biderkadurak, hirutik bat negatiboak badira?

EGITEN JAKIN



Zenbaki osoen arteko eragiketak konbinatuak egitea

Kalkulatu eragiketak honen emaitza:

$$(+12) : (-6) - [(-4) : (+2)] : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-6 - 1)$$

Eman beharreko pausoak

1. Parentesi eta kako zuzenen arteko eragiketak egingo ditugu.
2. Biderketak eta zatiketak egingo ditugu, ageri diren ordenan.
3. Batuketak eta kenketak egingo ditugu, ageri diren ordenan.

$$\begin{aligned}
 & (+12) : (-6) - [(-4) : (+2)] : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-6 - 1) = \\
 & = (+12) : (-6) - (-2) : (-2) + (-3) \cdot (-2) - (-7) = \\
 & = -2 - 1 + 6 - (-7) = \\
 & = -2 - 1 + 6 + 7 = \\
 & = 3 + 7 = \\
 & = 10
 \end{aligned}$$

Gogoan izan parentesi barruko eragiketen emaitza parentesi artean geratuko dela.

$$\begin{aligned}
 2 - (-6 - 1) &= 2 - (-7) = \\
 &= 2 + 7 = 9
 \end{aligned}$$

JARDUERAK

23 Kalkulatu.

- a) $(-2) \cdot (-7) : (+14)$
- b) $(+12) : (-2) \cdot (+3)$
- c) $(-15) : (-3) : (-5)$
- d) $(+4) \cdot (+2) - (-5) : (+5)$
- e) $(-8) : (+4) - (+16) : (-2)$
- f) $6 - (+10) : (-2) + (+9) \cdot (-1)$

24 Bete hutsuneak zure koadernoan.

- a) $(-12) : (+6) - 1 = 3 - \square$
- b) $(+10) \cdot [(+2) : (-2)] = 5 + \square$
- c) $6 - (-8) : (+2) = \square - 4$
- d) $(+5) \cdot (+3) + 2 = \square + 3$

25 Egin eragiketak.

- a) $9 - (+8) : (-4) - 2 + (+3) \cdot (+2)$
- b) $[9 - (+8) : (-4)] : (+11) - (+6) : (-3)$
- c) $-5 - [4 - 1 + 3] : (+2) - (10 - 8)$
- d) $-6 : (3 - 2 - 2) - (1 - 2 + 3)$
- e) $4 \cdot [3 - 2 \cdot (-5)] - 12 : 3 + 6 : 2$
- f) $5 \cdot (-2) - [10 + 2 \cdot (-4)] : 2 - (-12) : 6$

26 Esan eragiketen emaitzak zuzenak diren edo ez.

- a) $-9 + (8 - 2 - 1) : (-5) = 10$
- b) $4 - (-6 - 3) : (-2 - 1) = 1$
- c) $(-7 - 1) : 4 - (6 + 2) : (-2) = -6$
- d) $(-5 - 1 + 2 + 8) : (-2 - 1 - 1) = -1$
- e) $-3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - (5 - 6 + 2) = 13$

27 Zer eragiketaren emaitzak dira berdinak?

- a) $-8 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 1$
- b) $4 - (6 - 2 + 3) \cdot 5$
- c) $5 + 6 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 + 2$
- d) $(12 - 14 + 6) \cdot (-7) + 2$
- e) $2 \cdot (5 - 1 - 7) : 6 - 4$
- f) $-9 : (6 + 2 - 1 - 4) - 8$

28 Jarri parentesiak behar bezala, berdintzak bete daitezzen.

- a) $-1 - 2 \cdot 3 + 4 = -11$
- b) $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 3$
- c) $4 + 5 - 6 \cdot 2 - 3 = 15$
- d) $8 - 3 + 2 + 4 \cdot 6 = 31$



Zenbaki positiboekin baino ez da aztertzen zatigarritasuna, zatigarritasun-propietateak berdinak baitira zenbaki positibo zein negatiboetan.



ERANTZUN ERRONKARI

Zein da zenbaki baten multiplorik txikiena? Eta haren zatitzailerik txikiena?

Zein da zenbaki baten zatitzailerik handiena?

3

Zenbaki osoen multiploak eta zatitzaileak

$a : b$ zatiketa zehatza bada:



Zenbaki baten multiploak kalkulatzeko, hura ondoz ondoko zenbaki oso positiboek biderkatu behar da. Honela adierazten da a zenbakiaren multiploen multzoa: $\dot{a}$. Zenbaki baten multiploen kopurua infinitua da.

$$\dot{a} = \{a \cdot 1, a \cdot 2, a \cdot 3, \dots\}$$

Zenbaki baten zatitzaileak kalkulatzeko, hura baino txikiagoak diren zenbaki oso positiboek zatitu behar da zenbakia, eta zatiketa zehatza eman dutenak hautatu. Honela adierazten dira: $\text{Zat}(a)$.

ADIBIDEAK

10. Kalkulatu 9ren lehen bost multiploak.

$$9\text{ren multiploak} \rightarrow \dot{9} = \{9 \cdot 1, 9 \cdot 2, 9 \cdot 3, 9 \cdot 4, 9 \cdot 5, \dots\} = \{9, 18, 27, 36, 45, \dots\}$$

11. 12ren zatitzailea al da 8? Eta 16rena?

8 ez da 12ren zatitzailea, $12 : 8$ zatiketa ez baita zehatza.

16ren zatitzailea da 8, zehatza baita $16 : 8 = 2$ zatiketa.

Zenbaki positibo batek bi zatitzaile baino ez baditu (zenbakia bera eta bat zenbakia) zenbaki **lehena** da; bestela, **konposatua**.

ADIBIDEA

12. Esan 11 eta 33 zenbakiak lehenak edo konposatuak diren.

$\text{Zat}(11) = \{1, 11\} \rightarrow$ Bi zatitzaile: zenbaki lehena da.

$\text{Zat}(33) = \{1, 3, 11, 33\} \rightarrow$ Bi zatitzaile baino gehiago: konposatua.

JARDUERAK

- 29 **PRAKTIKATU**. Kalkulatu zenbaki bakoitzaren lehen bost multiploak.

a) 4 b) 8 c) 19 d) 10 e) 13

- 30 **PRAKTIKATU**. Kalkulatu hauen multiplo komun bat:

a) 2 eta 3 c) 2 eta 16 e) 2, 3, 4 eta 6
b) 3 eta 5 d) 2, 3 eta 5 f) 2, 3, 5 eta 7

- 31 **APLIKATU**. Kopiatu zure koadernoan eta osatu.

a) $\dot{\square} = \{3, 6, \square, 12, \dots\}$

b) $\text{Zat}(\square) = \{\square, 7\}$

c) $\text{Zat}(\square) = \{1, 2, 4, 8\}$

- 32 **EGIN GOGOETA**. Kalkulatu al daiteke bi zenbakiren multiplo komunetako handiena?

EGITEN JAKIN

★ Zenbaki baten zatitzaile guztiak kalkulatzea

Kalkulatu 48ren zatitzaile guztiak.

Eman beharreko pausoak

1. Zenbakia zenbaki arruntez zatituko dugu (1ez, 2z, 3z...) zatidura zatitzailea baino txikiagoa den zatiketa egin arte.

$$\begin{array}{r} 48 \overline{)1} \\ 0 \ 48 \\ \hline 48 \overline{)5} \\ 3 \ 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)2} \\ 0 \ 24 \\ \hline 48 \overline{)6} \\ 0 \ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)3} \\ 0 \ 16 \\ \hline 48 \overline{)7} \\ 6 \ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \overline{)4} \\ 0 \ 12 \end{array}$$

Zatidura zatitzailea baino txikiagoa denez ($6 < 7$), zatitzeari utziko diogu.

2. Zatiketa zehatz bakoitzetik, zenbaki horren bi zatitzaile lortuko ditugu: zatitzailea eta zatidura.

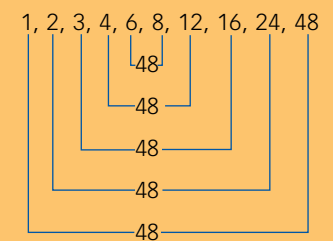
$$\begin{aligned} 48 : 1 &= 48 \rightarrow 48\text{ren zatitzaileak dira } 1 \text{ eta } 48. \\ 48 : 2 &= 24 \rightarrow 48\text{ren zatitzaileak dira } 2 \text{ eta } 24. \\ 48 : 3 &= 16 \rightarrow 48\text{ren zatitzaileak dira } 3 \text{ eta } 16. \\ 48 : 4 &= 12 \rightarrow 48\text{ren zatitzaileak dira } 4 \text{ eta } 12. \\ 48 : 6 &= 8 \rightarrow 48\text{ren zatitzaileak dira } 6 \text{ eta } 8. \end{aligned}$$

Beste zatiketa guztiak ez dira zehatzak.

Hauek dira 48ren zatitzaileak:

$$\text{Zat } (48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

Zenbaki baten zatitzaileak ordenan jarri eta muturretan daudenak biderkatuz gero, zenbaki hori bera lortuko dugu.



JARDUERAK

- 33 Kalkulatu zenbaki bakoitzaren zatitzaile guztiak, eta esan zenbaki lehenak den edo ez.

- a) 18 d) 80 g) 42
b) 31 e) 79 h) 41
c) 32 f) 37 i) 96

- 34 Kalkulatu zenbaki bakoitzaren zatitzaile guztiak eta esan zein diren lehenak.

- a) 199 c) 582 e) 856
b) 424 d) 603 f) 1.021

- 35 Bete, zure koadernoan, zenbaki bakoitzaren zatitzaileen multzoko hutsuneak, eta esan zer zenbakiren zatitzaileak diren.

- a) $\{1, \square, \square, 8\}$ c) $\{1, 2, 3, 5, \square, 10, 15, \square\}$
b) $\{1, 5, \square\}$ d) $\{\square, 2, 4, \square, 8, 10, \square, 40\}$

- 36 Kalkulatu 24ren eta 30en zatitzaileak. Zer zenbaki ageri dira bi zerrendetan? Zein da zatitzaile komunetako handiena?

- 37 Ba al dute zatitzaile komunik zenbaki pare hauek?

- a) 24 eta 49 b) 48 eta 95 c) 33 eta 102

- 38 Arrazoitu esaldi bakoitza zuzena edo okerra den.

- a) Zenbaki baten multiplo guztiak zenbaki hori baino handiagoak dira.
b) Zenbaki oro da haren bi halako edo hiru halako den zenbaki baten zatitzailea.
c) Bada zenbaki guztien zatitzailea den zenbaki bat.
d) Zenbaki bakoiti guztiak lehenak dira.
e) 2a izan ezik, gainerako beste zenbaki lehen guztiak bakoitiak dira.

- 39 Mirenek arkatz pila bat du. Hiruko multzotan bildu dituenan, 1 geratu zaio sobera. Zenbat arkatz izan ditzake Mirenek? Idatzi bost erantzun posible.



- 40 Aritzek 60 DVD gorde nahi ditu zenbait kaxatan. Kaxa guztietan DVD kopuru bera egotea nahi du, eta bakar bat ere sobera geratu ez dadila.

- a) Zenbat DVD gorde ditzake kaxa bakoitzean?
b) Zenbat kaxa beteko ditu kasu bakoitzean?