



Matematika akademikoa

EBATZI SAILA

DBHko 4. mailarako Matematika akademikoa liburua
Zubia Editoriala, S. L.ren eta Santillana Educación, S. L.ren
Hezkuntza Argitalpenetarako Sailean **Joseba Santxo Uriarte**ren
eta **Teresa Grence Ruiz**en zuzendaritzapean sortu, taxutu
eta gauzaturiko talde-lana da.

Liburu honen prestatze- eta argitaratze-lanean
honako talde honek esku hartu du:

José Carlos Gámez Pérez
Ana María Gaztelu Villoria
Fernando Loysele Susmozas
Silvia Marín García
Carlos Pérez Saavedra
Domingo Sánchez Figueroa

EDIZIOA

Ainhoa Basterretxea Llona
Carlos Pérez Saavedra
José Antonio Almodóvar Herráiz
Silvia Marín García
Virgilio Nieto Barrera
Laura Sánchez Fernández

PROIEKTUAREN ZUZENDARITZA

Joseba Santxo Uriarte
Domingo Sánchez Figueroa

Liburu honetako ariketak ezin dira inola ere liburuan bertan egin.
Ariketetan proposatzen ditugun taulak, eskema eta gainerako
baliabideak ikasleak koadernoan egin beharrekoen ereduak baino ez dira.

Aurkibidea

UNITATEA	JAKIN	EGITEN JAKIN
1 Zenbaki errealak. Ehunekoak	1. Zenbaki arrazionalak 8 2. Zenbaki irrazionalak 9 3. Zenbaki errealak 10 4. Zenbaki errealen hurbilketak 12 5. Hurbilketen erroreak 13 6. Tarteak 14 7. Ehunekoak 16 8. Interes bakuna 18 9. Interes konposatua 19	- Zenbaki bat zer zenbaki multzotakoa den kalkulatzeko - Tarteen bildura eta ebakidura kalkulatzeko - Ehuneko kateatuen problemak ebazteko - Erro koadro bat adierazteko, Pitagoraseko teorema behin eta berriz aplikatzeko - Hasierako kantitateko kalkulatzeko, lortutako interesak jakinda
2 Berreketak eta erroketak. Logaritmoak	1. Berrezaile osoko berreketak 30 2. Erroketak 32 3. Zatikizko berrezailea duten berreketak 33 4. Erroketen arteko eragiketak 34 5. Arrazionalizazioa 38 6. Idazkera zientifikoa 40 7. Logaritmoak 41 8. Logaritmoen propietateak 42	- Erroketak batetik biderkagaiak ateratzeko - Erroketen arteko eragiketa konbinatuak egiteko - Arrazionalizatzeko - Ekuazio logaritmikoak ebazteko - Erroketak eta zatikizko berrezailea duten berreketak sinplifikatzeko - Batuketak eta kenketak idazkera zientifikoa - Biderketak eta zatiketak idazkera zientifikoa - Interes konposatuko problemak ebazteko, logaritmoak erabiliz
3 Polinomioak eta zatiki aljebraikoak	1. Polinomioak 54 2. Polinomio baten berreketak 56 3. Laburbidezko formulak 57 4. Polinomioen zatiketa 58 5. Hondarraren teorema 60 6. Polinomio baten erroak 61 7. Polinomioak faktorizatzea 62 8. Zatiki aljebraikoak 64	- Polinomio batetik biderkagai komuna ateratzeko - Polinomio bat zati $(x - a)$ egiteko, Ruffinireko erregela erabiliz - Polinomio bat faktorizatzea - Zatiki aljebraikoen arteko eragiketak egiteko - Polinomio bat kalkulatzeko, erroak eta koefiziente nagusia jakinak izanik
4 Ekuazioak eta inekuazioak	1. Ekuazioak 74 2. Lehen eta bigarren mailako ekuazioak 75 3. Beste ekuazio mota batzuk 77 4. Inekuazioak 82	- Ekuazio bikarratu bat ebazteko - Ekuazio bat faktorizazio bidez ebazteko - Ekuazio arrazionalak ebazteko - Ekuazio irrazionalak ebazteko - Bigarren mailako inekuazioak ebazteko $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ motako ekuazioak ebazteko 1. mailatik gorako inekuazioak ebazteko
5 Ekuazio- eta inekuazio-sistemak	1. Ekuazio linealen sistemak 94 2. Ekuazio-sistemak ebazteko 96 3. Ekuazio ez-linealen sistemak 98 4. Ezezagun bateko inekuazio-sistemak 100 5. Bi ezezaguneko inekuazio-sistemak 102	- Ekuazio-sistema baten soluzio kopurua grafikoki zehazteko - Ekuazio linealen sistema bat ebazteko - Ekuazio ez-linealen sistemak ebazteko - Ezezagun bateko inekuazio-sistemak ebazteko - Bi ezezaguneko inekuazio-sistemak ebazteko - Ekuazio-sistemak parametro baten mende ebazteko - Ekuazio-sistema bateragarri indeterminatu bat ebazteko - Ekuazio ez-linealen sistemak laburtze-metodoa erabiliz ebazteko
6 Azalerak eta bolumenak. Antzekotasuna	1. Irudi lauen perimetroa eta azalera 114 2. Gorputz geometrikoen azalera 118 3. Gorputz geometrikoen bolumena 122 4. Antzekotasuna 124 5. Antzekotasuna azaleretan eta bolumenetan 125	- Poligonoen azalera kalkulatzeko - Irudi lauen azalera kalkulatzeko - Poliedro baten azalera kalkulatzeko - Biraketa-gorputz baten azalera kalkulatzeko - Gorputz geometriko baten bolumena kalkulatzeko - Edozein triangeluren azalera kalkulatzeko, aldean luzerak jakinda - Trapezio zirkular baten azalera kalkulatzeko - Piramide-enbor baten azalera eta bolumena kalkulatzeko - Kono-enbor baten azalera eta bolumena kalkulatzeko
7 Trigonometria	1. Angelu zorrotz bat neurtzea 136 2. Angelu zorrotz baten arrazoi trigonometrikoak 137 3. Arrazoi trigonometrikoen arteko erlazioak 138 4. 30° , 45° eta 60° -ren arrazoi trigonometrikoak 140 5. Edozein angeluren arrazoi trigonometrikoak 141 6. Arrazoi trigonometrikoen zeinua 142 7. Zenbait angeluren arrazoi trigonometrikoen arteko erlazioak 144 8. Triangelu angeluzuzenak ebazteko 146	- Angelu zorrotz baten arrazoi trigonometriko guztiak kalkulatzeko, haietako bat jakinda - Angeluak lehen koadrantean adierazteko - Problemak trigonometria erabiliz ebazteko - Triangelu baten azalera kalkulatzeko, bi angeluren eta alde baten neurria jakinda - Triangelu baten azalera kalkulatzeko, bi alde eta osatzen duten angelua jakinda - Poligono erregular baten azalera kalkulatzeko - Luzerak tangente bikoitzaren metodoa erabiliz kalkulatzeko



Nola idazten diren zenbaki hamartarrak zatiki gisa

Zenbaki hamartar arrazional guztiak zatiki gisa idatz daitezke.

ADIBIDEA

Hamartar zehatza zatiki gisa:

$$6,39 = \frac{639}{100}$$

↑
10, 100, 1.000..., zifra hamartar adina zero dituen

↑
Zati osoa eta hamartarra komarik gabe

Hamartar periodiko soila zatiki gisa:

$$4,\overline{65} = \frac{465 - 4}{99}$$

↑
Zati osoa eta periodoa

↑
Zati osoa

↑
Periodoaren zifra kopurua adina bederatzi

Hamartar periodiko mistoa zatiki gisa:

$$3,\overline{745} = \frac{3745 - 37}{990}$$

↑
Zati osoa, aurreperiodoa eta periodoa

↑
Zati osoa eta aurreperiodoa

↑
Periodoaren zifra kopurua adina bederatzi eta aurreperiodoaren zifra kopurua adina zero

JARDUERAK

1 Adierazi zenbakiak zatiki gisa.

- a) 35,47 b) $13,\overline{46}$ c) $5,\overline{231}$

Nola adierazten diren zatikiak zenbakizko zuzenean

Zatiki bat zehazki adieraz daiteke zenbakizko zuzenean.

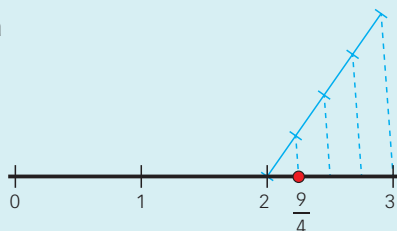
ADIBIDEA

Adierazi $\frac{9}{4}$ zatikia zenbakizko zuzenean.

$$\frac{9}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} \rightarrow \frac{9}{4} \text{ 2ren eta 3ren artean dago.}$$

2tik hasita, zuzenerdi bat marraztu eta lau zati berdina hartuko ditugu. Azken marka 3rekin lotu, eta beste marketatik zuzen paraleloak marraztuko ditugu.

Zatiki berriaren izendatzaileak, 1ek, hartu beharreko zatiki adierazten ditu.



JARDUERAK

2 Adierazi. a) 7,2 b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{17}{3}$ d) $-\frac{12}{5}$



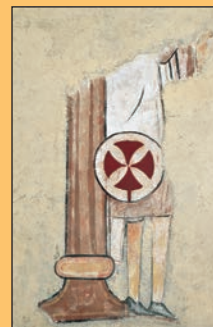
K.a XVIII mendea.

Babilonian emandako mailegu pertsonalen erregistroak daude.



1100

Tenplarioek Europako lehen banketxea sortu zuten.



Zenbaki errealak. Ehunekoak

1

JAKIN

- Zenbaki arrazionalak eta irrazionalak. Zenbaki errealak
- Zenbaki errealeen hurbilketak eta erroreak
- Tarteak zuzen errealean
- Ehunekoak. Interes bakuna eta konposatua

EGITEN JAKIN

- Zenbaki batzuk zer zenbaki multzotakoak diren kalkulatzeko
- Bi tarteren bildura eta ebakidura kalkulatzeko
- Ehunekoaren problemak ebazteko

? EGUNEROKO BIZIMODUAN

Bankuak

Bankuko kontu bat bankuek bezeroei dirua gordetzeko ematen dieten zerbitzu bat da. Aldi berean, bezeroek badakite zenbat diru duten uneoro.

- Bankuan 1.440 € genituen eta hil honetan 480 € gastatu ditugu gure kontutik. Gure aurrezkien zer zati gastatu dugu? Genuen diruaren zer ehuneko adierazten du gastatu dugunak?

1656

Paperezko dirua (billeteak) onartzen zuten lehen bankua fundatu zuten Suedian.



1782

Espainiako Bankua sortu zuten, garai hartan Banco de San Carlos zena.



1818

Lehen aurrezki-kutxa zabaldu zuten Parisen.



1995

Banku telefonikoen erabilera zabaldu egin zen.



xxi. mendea

Online bankuen erabilera normalizatu egin da.



1

Zenbaki arrazionalak

Zenbaki arrazionalen multzoa, $\mathbb{Q}$, zatiki gisa adieraz daitezkeen zenbaki guztiek osatzen dute; hau da, $\frac{a}{b}$ zatikiak, non a eta b zenbaki osoak diren eta $b \neq 0$.



Zenbaki arrunt, oso, hamartar zehatz eta periodiko guztiak zenbaki arrazionalak dira.

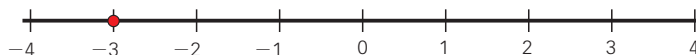
Zenbaki arrazionalak	Zenbaki osoak	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Zenbaki arruntak: } 1, 2, 3, \dots \\ \text{Zero zenbakia: } 0 \\ \text{Zenbaki negatiboak: } -1, -2, -3, \dots \end{array} \right.$
	Zenbaki hamartarrak	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Zehatzak: } 0,2; 0,34; \dots \\ \text{Periodikoak: } 0,\widehat{6}; 2,2\widehat{63}; \dots \end{array} \right.$

Zenbaki arrazional guztiak zehazki adieraz daitezke zenbakizko zuzean.

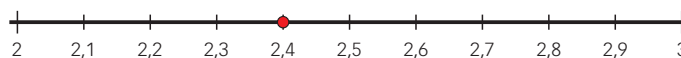
ADIBIDEA

1. Adierazi ea zenbaki hauek arrazionalak diren eta, hala badira, adierazi.

a) $-3 = -\frac{3}{1} \rightarrow$ Zatiki gisa adieraz daiteke. Zenbaki arrazionala da.

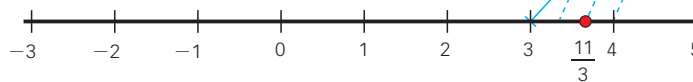


b) $2,4 = \frac{24}{10} \rightarrow$ Zatiki gisa adieraz daiteke. Zenbaki arrazionala da.



c) $3,\widehat{6} = \frac{36-3}{9} = \frac{33}{9} = \frac{11}{3} \rightarrow$ Zenbaki arrazionala da.

$$\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$$



JARDUERAK

1 PRAKTIKATU. Lotu balio bera duten zenbakiak eta adierazi zer zenbaki multzotakoa den zenbaki bakoitza.

$$\frac{3}{40} \quad 3,\widehat{6} \quad 0,01 \quad 3,666\dots \quad \frac{5}{500} \quad 0,075 \quad \frac{11}{3}$$

2 APLIKATU. Ordenatu eta adierazi.

a) $2,33 \quad 2,\widehat{3} \quad 2,3 \quad 2,3\widehat{6}$
b) $-4,2 \quad -4,\widehat{2} \quad -4,22 \quad -4,2\widehat{7}$

3 EGIN GOGOETA. Adierazi $2,3\widehat{9}$ eta $-4,2\widehat{9}$.

2

Zenbaki irrazionalak

Zenbaki irrazionalen multzoa, $\mathbb{I}$, zatiki gisa adierazi ezin diren zenbakiak osatzen dute. Zenbaki irrazional baten adierazpen hamartarrak infinitu zifra hamartar ditu, periodikoki errepikatzen ez direnak.

ADIBIDEA

2. Erabaki ea zenbaki hauek arrazionalak edo irrazionalak diren. Ondoren, ordenatu txikienetik handienera.

a) $\pi = 3,1415926535\dots \rightarrow$ Adierazpen hamartarrak periodikoki errepikatzen ez den zifra kopuru mugagabea du. Irrazionala da.

b) $-2 = \frac{-2}{1} \rightarrow$ Zatiki gisa adieraz daiteke. Arrazionala da.

c) $\frac{2\pi}{3} = 2,094395102\dots \rightarrow$ Adierazpen hamartarrak periodikoki errepikatzen ez den zifra kopuru mugagabea du. Irrazionala da.

d) $\sqrt{5} = 2,236067977\dots \rightarrow$ Adierazpen hamartarrak periodikoki errepikatzen ez den zifra kopuru mugagabea du. Irrazionala da.

e) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \rightarrow$ Zatiki gisa adieraz daiteke. Arrazionala da.

Zenbakiak txikienetik handienera ordenatuta honela geratzen dira:

$$-2 < \sqrt{\frac{9}{4}} < \frac{2\pi}{3} < \sqrt{5} < \pi$$

ERANTZUN ERRONKARI

Bi zenbaki irrazionalen artean beti dago zenbaki arrazional bat, eta bi zenbaki irrazionalen artean beti dago zenbaki arrazional bat.

a) Kalkulatu zenbaki irrazional bat, bi hauen artekoa: $\frac{1}{1000}$ eta $\frac{1}{999}$.

b) Kalkulatu $0,12131415\dots$ eta $2,12141618\dots$ arteko zenbaki arrazional bat.

Infinitu zenbaki irrazional daude; esate baterako:

- Zehatza ez den edozein erro koadro: $\sqrt{5}$, $-\sqrt{7}$, $\sqrt{24}$, ...
- Zenbait zenbaki berezi: π , e , Φ , ...
- Zifra hamartarrak konbinatuz lortutako zenbaki batzuk; esate baterako: $0,010010001\dots$; $0,12345678910\dots$; ...

JARDUERAK

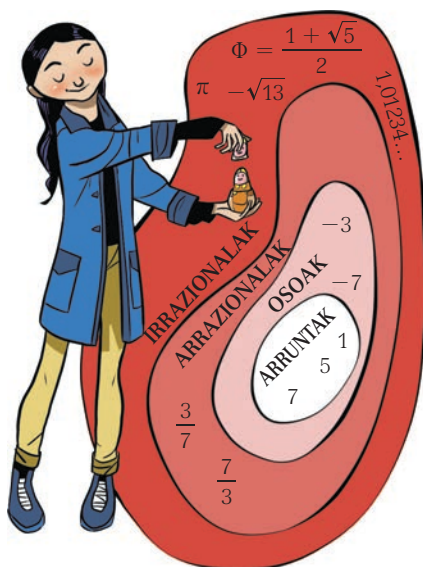
4 **PRAKTIKATU.** Adierazi zenbaki hauetako zein ez diren irrazionalak.

- a) $\sqrt{4}$ c) $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ e) $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{9 + 4}$ d) $\sqrt{14 + 2}$ f) $\sqrt{4} + \sqrt{1}$

5 **APLIKATU.** Gauza bera al dira batuketa baten erroa eta erroen batuketa? Jarri adibide bat, egiaztatzeko.

6 **EGIN GOGOETA.** Sailkatu arrazionalak eta irrazionalak, eta ordenatu handienetik txikienera.

- | | |
|-------------------------|---------------|
| 3,121122111222... | 3,444... |
| 3,123123123... | $\sqrt{10}$ |
| 3,48163264... | 3,12121212... |
| $\sqrt[3]{31}$ | 2π |
| $\sqrt{\frac{256}{25}}$ | 3,004 |



3

Zenbaki errealak

Zenbaki errealen multzoa, $\mathbb{R}$, zenbaki arrazional eta zenbaki irrazional guztiek osatzen dute.

$$\text{Zenbaki errealak } (\mathbb{R}) \left\{ \begin{array}{l} \text{Arrazionalak } (\mathbb{Q}) \left\{ \begin{array}{l} \text{Osoak } (\mathbb{Z}) \left\{ \begin{array}{l} \text{Arruntak } (\mathbb{N}) \\ 0 \text{ zenbakia} \\ \text{Oso negatiboak} \end{array} \right. \\ \text{Hamartar zehatzak eta periodikoak} \end{array} \right. \\ \text{Irrazionalak } (\mathbb{I}) \end{array} \right.$$

Zuzen erreala

Zuzen erreala adierazteko erabiltzen den zenbakizko zuzenari **zuzen erreala** esaten zaio.

Zenbaki erreal guztiak adieraz daitezke zuzen errealean, zehazki edo hurbilduta.



HONELA IDAZTEN DA

Batzuetan, erro baten balio positiboa soilik hartzen dugu kontuan.

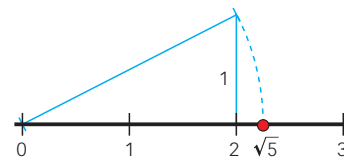
$$\sqrt{4} = 2 \quad -\sqrt{4} = -2$$

ADIBIDEA

3. Adierazi zenbakiak zuzen errealean. a) $\sqrt{5}$ b) π

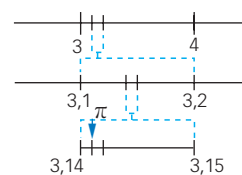
a) $\sqrt{a}$ motako zenbakiak, non a zenbaki arrunta den, zehazki adieraz daitezke zuzen errealean.

- Errokizuna bi zenbakiren berbiduren arteko batuketa gisa adieraziko dugu: $5 = 2^2 + 1^2$.
- Zuzenean triangelu bat marraztuko dugu, katetoak aurreko zenbaki horiek izanik.
- Konpasarekin, hipotenusa zuzenera translatuko dugu.



b) $\sqrt{a}$ motakoak ez diren zenbaki irrazionalak modu hurbilduan adieraziko ditugu, haien adierazpen hamartarra kalkulatu.

$$\pi = 3,141592\dots$$



JARDUERAK

7 **PRAKTIKATU.** Adierazi erroak zuzen errealean.

- a) $\sqrt{10}$ c) $\sqrt{26}$ e) $-\sqrt{17}$
b) $\sqrt{17}$ d) $-\sqrt{10}$ f) $-\sqrt{26}$

8 **APLIKATU.** Adierazi modu hurbilduan.

- a) $2\sqrt{6}$ b) $1 + \sqrt{3}$ c) 3π

9 **EGIN GOGOETA.** Adierazi $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

EGITEN JAKIN



Zenbaki bat zer zenbaki multzotakoa den kalkulatzeko

Adierazi zer multzotakoa den zenbaki bakoitza, multzo guztiak idatzita.

$$\sqrt{25} \quad -\sqrt{\frac{16}{9}} \quad \sqrt{7} \quad 2,3\hat{7} \quad 1,1223334444... \quad -\frac{18}{9} \quad -\frac{3}{4} \quad 19 \quad -5$$

Eman beharreko pausoak

1. Zenbakiak erroren bat badu:

- Errokizuna berbidura perfektua bada, zenbaki arrunta da positiboa bada, edo zenbaki osoa negatiboa bada.
- Zatikiak baditu eta zenbakitzailea eta izendatzailea berbidura perfektuak badira:
 - Zenbakitzailea izendatzailearen multiploa bada, zenbaki arrunta da positiboa bada, edo zenbaki osoa, negatiboa bada.
 - Bestela, arrazionala da.
- Errokizuna ez bada berbidura perfektua, zenbakia irrazionala da.

2. Zenbakia hamartarra bada:

- Arrazionala da, hamartar zehatza edo periodikoa bada.
- Irrazionala da, infinitu zifra hamartar ez-periodiko baditu.

3. Zenbakia zatikia bada:

- Zenbakitzailea izendatzailearen multiploa bada, zenbaki arrunta da zatikia positiboa bada, edo osoa zatikia negatiboa bada.
- Bestela, arrazionala da.

4. Zenbaki batek ez badu errorik, ez da ez hamartarra ez zatikia; arrunta da positiboa bada, edo osoa 0 edo negatiboa bada.

$$\sqrt{25} = 5 \rightarrow \text{Arrunta, osoa, arrazionala eta erreala da.}$$

$$-\sqrt{\frac{16}{9}} = -\frac{4}{3} \rightarrow \text{Zenbaki arrazionala eta erreala da.}$$

$$\sqrt{7} = 2,64575131... \rightarrow \text{Zenbaki irrazionala eta erreala da.}$$

$$2,3\hat{7} \rightarrow \text{Zenbaki arrazionala eta erreala da.}$$

$$1,1223334444... \rightarrow \text{Zenbaki irrazionala eta erreala da.}$$

$$-\frac{18}{9} = -2 \rightarrow \text{Zenbaki osoa, arrazionala eta erreala da.}$$

$$-\frac{3}{4} \rightarrow \text{Zenbaki arrazionala eta erreala da.}$$

$$19 \rightarrow \text{Zenbaki arrunta, osoa, arrazionala eta erreala da.}$$

$$-5 \rightarrow \text{Zenbaki osoa, arrazionala eta erreala da.}$$

Zenbaki bat zer zenbaki multzotakoa den kalkulatzeko, lehenik eta behin zenbakia bere baitan duen multzo txikiena bilatuko dugu.

JARDUERAK

10 Adierazi zein den zenbaki hauetako bakoitza bere baitan duen zenbaki multzo txikiena. Hona hemen:

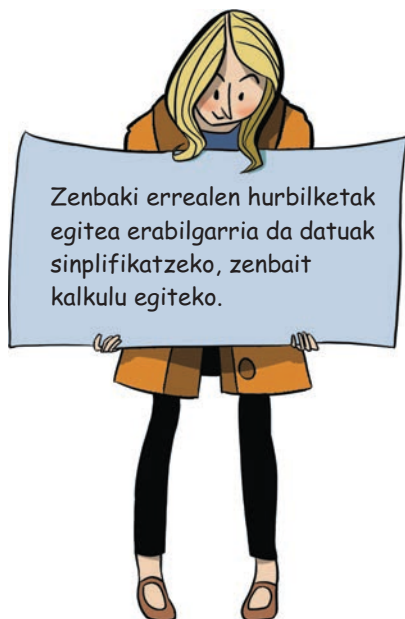
- | | |
|------------------|----------------------------|
| a) -5 | e) 3π |
| b) $\sqrt{2}$ | f) -37 |
| c) $\frac{3}{5}$ | g) $\sqrt{\frac{1125}{5}}$ |
| d) $\sqrt{625}$ | h) $21,4\hat{6}3$ |

11 Adierazi zer zenbaki multzotakoak diren zenbaki hauek:

- a) $5,0100200030004...; -25; \sqrt{47}; e$
 b) $-\frac{14}{2}; \sqrt{16}; 54,97\hat{2}; 93$
 c) $\frac{5}{3}; 7,42; \sqrt{7+2}; 2,21221222122221...$
 d) $\sqrt{6+\sqrt{9}}; \sqrt{6+9}; \sqrt{9+\sqrt{6}}; \sqrt{\frac{9}{6}}$

4

Zenbaki errealen hurbilketak



Zenbaki hamartar bat **hurbiltzea** zifra hamartar gutxiago dituen zenbaki batez ordezte da. Hurbilketaren balioa zenbakiaren benetako baliotik nahi bezain gertu egongo da.

Hurbilketa bat **gehiagozko** hurbilketa dela esaten dugu hurbilketaren balioa jatorrizkoa baino handiagoa bada, eta **gutxiagozko** hurbilketa dela esaten dugu hurbilketaren balioa txikiagoa bada.

Etetea hurbilketa egiteko modu bat da, maila jakin batetik aurrerako zifra guztiak ezabatuz egiten dena.

ADIBIDEA

4. Hurbildu ehunenetara etete-metodoa erabiliz eta adierazi egindako hurbilketa gehiagozkoa edo gutxiagozkoa den.

- | | | |
|-------------------------------|------------------|--------------------------|
| a) 13,2754 | → Etetea: 13,27 | → Gutxiagozko hurbilketa |
| b) -21,4785 | → Etetea: -21,47 | → Gehiagozko hurbilketa |
| c) $\sqrt{2} = 1,414213\dots$ | → Etetea: 1,41 | → Gutxiagozko hurbilketa |

Biribilketa hurbilketa egiteko modu bat da, maila jakin batetik aurrerako zifra guztiak ezabatuz egiten dena, eta azken zifrari bat batu behar zaio ezabatutako lehen zifra 5 edo handiagoa bada.

ADIBIDEA

5. Hurbildu zenbaki hauek, hamarrenetan etenez eta hamarrenetara biribilduz. Zein kasutan datoz bat emaitzak?

- | | | |
|--------------------------------|----------------|-------------------|
| a) 57,423 | → Etetea: 57,4 | Biribiltzea: 57,4 |
| b) 3,578 | → Etetea: 3,5 | Biribiltzea: 3,6 |
| c) -2,357 | → Etetea: -2,3 | Biribiltzea: -2,4 |
| d) 9,971 | → Etetea: 9,9 | Biribiltzea: 10,0 |
| e) $\sqrt{3} = 1,7320508\dots$ | → Etetea: 1,7 | Biribiltzea: 1,7 |

Etetearen eta biribiltzearen balioak bat datoz ezabatutako lehenengo zifra 5 baino txikiagoa denean.

ERANTZUN ERRONKARI

Gutxiagozko hurbilketa al da beti etetea? Eta biribiltzea?

JARDUERAK

- 12 **PRAKTIKATU.** Kalkulagailua erabiliz, idatzi $\sqrt{8}$ zenbaki hamartar gisa, eta hurbildu milarenetara, biribilduz eta etenez. Gehiegizko edo gutxiagozko hurbilketak dira?

- 13 **APLIKATU.** Hurbildu $0,121212\dots$; $5,23888\dots$ eta $\frac{11}{9}$ gehiagoz eta gutxiagoz, bi zifra hamartarrekin.

- 14 **EGIN GOGOETA.** Biribildu $1,\hat{9}$ ehunenetara.

5

Hurbilketen erroreak

Hurbilketa baten **errore absolutua** balio errealaren eta hurbilketaren balioaren kendura da, balio absolutuan.

$$E_a = |V_{\text{Erreala}} - V_{\text{Hurbilketa}}|$$

ADIBIDEA

6. Kalkulatu $\sqrt{5}$ zenbakiaren hurbilketatzat 2,23 balioa hartzean egindako errore absolutua. Zer hurbilketa mota egin da?

$$\sqrt{5} = 2,236067977... \rightarrow E_a = |2,236067977... - 2,23| = 0,006067977...$$

Eten egin da. Gutxiagozko hurbilketa bat da.

Hurbilketa baten **errore erlatiboa** errore absolutuaren eta balio errealaren zatidura da.

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{Erreala}}} = \frac{|V_{\text{Erreala}} - V_{\text{Hurbilketa}}|}{V_{\text{Erreala}}}$$

ADIBIDEA

7. Kalkulatu errore absolutua eta erlatiboa. Zein da zehatzena?

- a) 201,12 m altu den etxe orratz baten hurbilketa bat 200 m-koa da.
b) 1,3 mm luze den inurri baten hurbilketa bat 1 mm-ekoa da.

a) $E_a = |201,12 - 200| = 1,12 \text{ m} = 1.120 \text{ mm}$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{Erreala}}} = \frac{1,12 \text{ m}}{201,12 \text{ m}} = 0,0056 = \% 0,56$$

b) $E_a = |1,3 - 1| = 0,3 \text{ mm}$

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{Erreala}}} = \frac{0,3 \text{ mm}}{1,3 \text{ mm}} = 0,2308 = \% 23,08$$

Etxe orratzaren altueraren hurbilketaren errore absolutua inurriaren luzerarena baino askoz handiagoa den arren, erlatiboa txikiagoa da.

Errore erlatibo txikiagoa izateak esan nahi du hurbilketa hobe dela; beraz, etxe orratzaren hurbilketa da zehatzena.

Errore erlatiboa ehunekotan adierazten da, 100ez biderkatuz. Kasu honetan, **errorearen ehunekoa** deritzo.



HONELA IDAZTEN DA

Batzuetan, ontzat jotzen dugu kantitate jakin bat baino errore txikiagoa duen edozein hurbilketa; kantitate horri **errore-borne** deritzo.

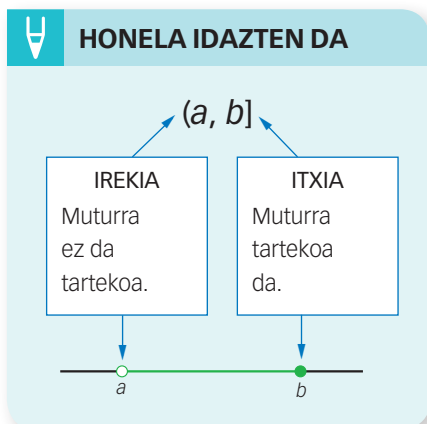
JARDUERAK

- 15 **PRAKTIKATU.** Kalkulatu 4,7569 ehunenetara biribiltzean egiten den errore absolutua.
16 **APLIKATU.** Kalkulatu $2,3$ hamarrenetan etetean egiten den errore erlatiboa.

- 17 **EGIN GOGOETA.** Zer errore absolutu eta erlatibo egiten dira 1,468ren hurbilketatzat 1,5 hartuta? Eta hurbilketaren balioa 1,4 bada? Arrazoitu zein den hurbilketa onena.

6 Tarteak

6.1. Tarteak



a eta b muturrak dituen **tartea** a eta b zenbakien artean dauden zenbaki erreal guztiek osatzen duten multzoa da.

Tarteak sailkatzeko, kontuan hartu behar da muturrak barne dituen edo ez.

Tarte irekia	(a, b)	$\{x: a < x < b\}$	
Tarte itxia	$[a, b]$	$\{x: a \leq x \leq b\}$	
Tarte erdiirekia	$(a, b]$	$\{x: a < x \leq b\}$	
Tarte erdiirekia	$[a, b)$	$\{x: a \leq x < b\}$	

6.2. Zuzenerdiak

a muturra duen **zuzenerdia** $-\infty$ eta a zenbakiaren arteko edo a zenbakiaren eta $+\infty$ -ren arteko zenbaki errealen multzoa da.

Zuzenerdiak itxiak edo irekiak dira, muturra barne duten edo ez duten.

Zuzenerdi irekia	$(a, +\infty)$	$\{x: a < x\}$	
Zuzenerdi itxia	$[a, +\infty)$	$\{x: a \leq x\}$	
Zuzenerdi irekia	$(-\infty, b)$	$\{x: x < b\}$	
Zuzenerdi itxia	$(-\infty, b]$	$\{x: x \leq b\}$	



ADIBIDEA

8. Idatzi tarte eta zuzenerdi gisa, eta adierazi.

- a) $-3 \leq x < 2 \rightarrow [-3, 2)$
- b) $x \leq -4 \rightarrow (-\infty, -4]$
- c) $5 \geq x > 0 \rightarrow (0, 5]$

JARDUERAK

18 PRAKTIKATU. Deskribatu tarteak eta adierazi zuzen errealean.

- a) $(4, 8)$ c) $[1, 5)$ e) $(-\infty, 4)$
b) $(-\infty, 2)$ d) $(-3, 0]$ f) $[-1, +\infty)$

19 APLIKATU. Idatzi tarteak.

- a) $-4 < x \leq 0$ b) $1 \leq x \leq 2$ c) $10 > x > 4$

20 EGIN GOGOETA. Adierazi zuzenerdi hauek:

- a) $x \leq 6$ b) $x \geq 3$ c) $x < 0$

EGITEN JAKIN

★ Tarteen bildura eta ebakidura kalkulatzea

Kalkulatu tarte pare bakoitzaren bildura eta ebakidura.

a) $A = [-4, 2], B = (-2, 4]$

c) $A = (-\infty, -4], B = [-4, 2]$

b) $A = [-3, 5], B = (-3, +\infty)$

d) $A = (-\infty, 2], B = (2, 4]$

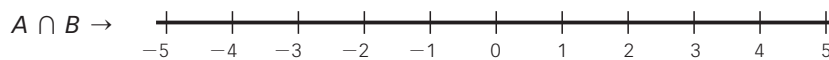
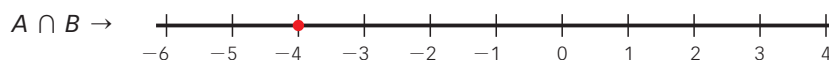
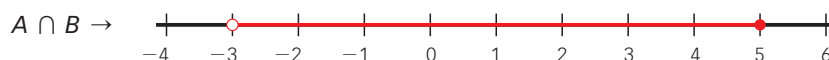
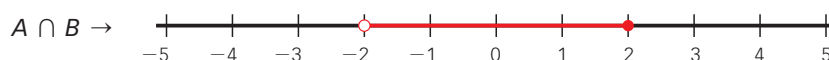
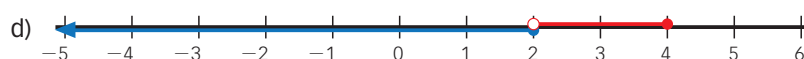
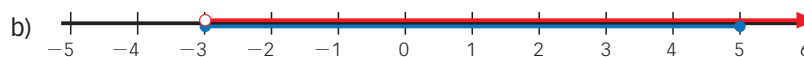
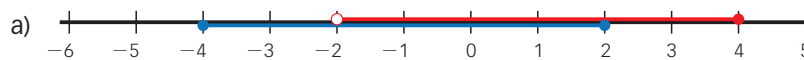
Eman beharreko pausoak

1. Tarteak zuzen errealean adieraziko ditugu.

2. Tarteen bildura tarteei hartzen duten zuzenaren zati guztia da.

Tarteen bildura soilik tarte guztiek bat egiten duten zuzen zatia da.

3. Grafikoki lortutako emaitza zenbakien bidez adieraziko dugu.



a) $A \cup B = [-4, 4]$ $A \cap B = (-2, 2]$

b) $A \cup B = [-3, +\infty)$ $A \cap B = (-3, 5]$

c) $A \cup B = (-\infty, 2]$ $A \cap B = \{-4\}$

d) $A \cup B = (-\infty, 4]$ $A \cap B = \emptyset$

Tarteen ebakidura hutsa, puntu bat edo tarte bat izan daiteke.

Tarte desberdinen bildurak ezin du puntu bat izan, eta hutsa izan dadin tarte guztiek hutsak izan behar dute.

JARDUERAK

21 Idatzi bi tarte, haien bildura $(2, 6]$ izanik.

22 Idatzi bi tarte, haien ebakidura hau izanik: $(-2, 2)$.

23 Kalkulatu tarte hauen bildurak eta ebakidurak:

a) $(-5, 1]$ eta $[0, 2]$

c) $[2, 4]$ eta $(3, 5)$

b) $(-1, 5)$ eta $[1, 2]$

d) $(-3, 0]$ eta $(-1, 4)$



Ehunekoa % sinboloaren bidez, proportzio gisa edo zenbaki hamartar gisa adieraz daiteke.

$$\% 4,2 = \frac{4,2}{100} = 0,042$$

C kantitate baten **ehunekoa**, a , C kantitatea 100 zatitan banatu eta a zati hartzearen baliokidea da.

$$\text{Cren } \% a = \frac{a}{100} \cdot C$$

Handitzeak eta txikitzeak ehunekotan

Handitze bat egiten dugu **ehunekotan**, C kantitate bat $\% a$ handitzen dugunean. C -ren $\% (100 + a)$ kalkulatzaren baliokidea da.

Txikitze bat egiten dugu **ehunekotan**, C kantitate bat $\% a$ txikitzen dugunean. C -ren $\% (100 - a)$ kalkulatzaren baliokidea da.

Kantitate bati ehunekotan ondoz ondoko handitzeak eta txikitzeak aplikatzeari **ehuneko kateatuak** deritzo.

$t_1, t_2, \dots, t_n$ handitzeak eta txikitzeak aplikatzen badizkiogu C -ri ehunekotan, lortuko duguna hau da: $\left(\frac{t_1}{100} \cdot \frac{t_2}{100} \cdot \dots \cdot \frac{t_n}{100}\right) \cdot C$.



ERANTZUN ERRONKARI

C kantitate bati $\% 10$ eko txikitzea aplikatzen badiogu ehunekotan, zer handitze aplikatu beharko diogu ehunekotan atzera jatorrizko kantitatea lortu nahi badugu?

ADIBIDEA

9. Gabonetako kanpainan, elektronikako denda batean prezioak $\% 21$ igo dituzte. Urtarrilean, beherapenetan, salgai guztiei $\% 19$ ko beherapena aplikatu diete. Gabonen aurretik salgai batek 645 € balio bazuen:

- Zenbat balio zuen Gabonetako kanpainan?
- Salgai batek 420 € balio zuen azaroan. Zenbat balio du urtarrilean?

a) Prezioa $\% 21$ handitu da $\rightarrow$ Handitzea ehunekotan

$$645\text{en } \% (100 + 21) = 645\text{en } \% 121 = \frac{121}{100} \cdot 645 = 780,45 \text{ €}$$

b) $\% 21$ handitu eta $\% 19$ txikitu da $\rightarrow$ Ehuneko kateatuak

$$\% 21\text{eko handitzea} = \text{prezioaren } \% (100 + 21)$$

$$\% 19\text{ko txikitzea} = \text{handitutako prezioaren } \% (100 - 19)$$

$$420\text{ren } \% 121\text{en } \% 81 = 0,81 \cdot 1,21 \cdot 420 = 411,64 \text{ €}$$

JARDUERAK

24 **PRAKTIKATU.** Kalkulatu.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| a) 1.000ren $\% 5$ | e) 750en $\% 112$ |
| b) 800en $\% 38$ | f) 1.430en $\% 0,6$ |
| c) 500en $\% 12,3$ | g) 645en $\% 89$ |
| d) 300en $\% 122$ | h) 529ren $\% 43$ |

25 **APLIKATU.** Kalkulatu zer handitze edo txikitze egin den ehunekotan, kasu bakoitzean.

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) 10etik 12ra pasatzean. | c) 80tik 60ra pasatzean. |
| b) 12tik 10era pasatzean. | d) 60tik 80ra pasatzean. |

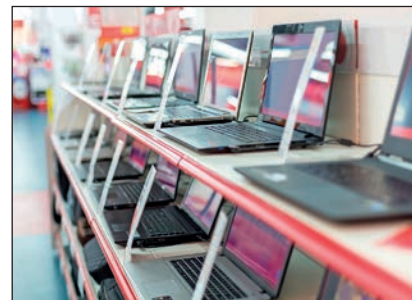
26 **EGIN GOGOETA.** Kalkulatu 1.575en $\% 115$ en $\% 12$.

EGITEN JAKIN

★ Ehuneko kateatuen problemak ebaztea

Informatikako denda bateko produktuen prezioak BEZik gabe ageri dira. Webgunean erosiz gero, % 20ko beherapena aplikatzen zaie produktuei, eta ondoren, % 21eko BEZa gehitu.

Anek BEZa barne 352,25 € balio zuen laser-inprimagailu bat erosi du webgunean. Zer prezio zeukan jarrita inprimagailu horrek dendan?



Eman beharreko pausoak

1. Ehunekotan egindako handitzeak eta txikitzeak identifikatuko ditugu. Handitzeak % 100i batu behar zaizkio, eta txikitzeak, kendu.

2. Salgaiaren azken prezioa hau da:

$$\left(\frac{t_1}{100} \cdot \frac{t_2}{100} \cdot \dots \cdot \frac{t_n}{100} \right) \cdot C$$

non $t_1, t_2, \dots, t_n$ aplikatzen ditugun handitzeak edo txikitzeak diren, ehunekotan, eta C salgaiaren azken prezioa.

3. Lortutako ekuazioa ebatziko dugu.

% 20ko beherapena webgunean $\rightarrow 100 - 20 = \% 80$

% 21eko handitzea, BEZarena $\rightarrow 100 + 21 = \% 121$

Azken prezioa $\rightarrow 352,25 \text{ €}$

Handitzea eta txikitzea, ehunekotan $\rightarrow \% 121$ eta % 80

Hasierako prezioa $\rightarrow$ Kalkulatu nahi dugun kantitatea da.

$$\text{Azken prezioa} = \left(\frac{t_1}{100} \cdot \frac{t_2}{100} \cdot \dots \cdot \frac{t_n}{100} \right) \cdot C$$

$$352,25 = \left(\frac{80}{100} \cdot \frac{121}{100} \right) \cdot C$$

$$352,25 = (0,8 \cdot 1,21) \cdot C$$

$$352,25 = 0,968 \cdot C$$

$$C = \frac{352,25}{0,968} = 363,89$$

Dendan ageri zen prezioa, beherapenik eta BEZik gabe, 363,89 € zen.

Gogoratu, ehuneko kateatuen formula aplikatzeko, handitzeen eta txikitzeen ehunekoak kalkulatu behar direla.

% a handitu $\rightarrow \% (100 + a)$

% a txikitu $\rightarrow \% (100 - a)$

JARDUERAK

- 27 Errepideetako hilkortasuna % 12,5 txikitu da. Aurten zirkulazio-istripuan 98 pertsona hil direla kontuan hartuta, zenbat pertsona hil ziren iaz?

- 28 Kantitate bat % 12 handitu ondoren, kantitate berriaren % 20 kalkulatu dugu eta 112 da. Kalkulatu hasierako kantitatea.

- 29 Enekok 18.000 € balio zuen auto bat erosi du, eta % 20ko beherapena egin diote. Prezio horri BEZaren % 21 batu behar zaio. Zenbat ordaindu du azkenean Enekok autoa?

- 30 Autonomia-erkidego batean, unibertsitatean sartzeko probak aurkezten diren ikasleen % 94k gainditzen ditu.

- a) 26.000 ikasle aurkeztu badira, zenbatek gaindituko dute proba?
- b) Ikasleen % 25ek karrera utzi egiten du lehen urtearen ondoren. Zenbat ikaslek utziko dute karrera lehen urtean?
- c) Karreraren bigarren urtean, % 10ek ikasketak bertan behera uzten ditu. Gainerako ikasleek karrera amaitzen dutela jota, zenbat ikaslek amaituko dute?



Ohiko hizkuntza «% 3ko interesa» edo antzeko zerbait esaten dugunean, benetan korrituari buruz ari gara.

Korritua ehuneko bat da, eta interesa, zenbaki bat.



EZ AHAZTU

Interesen problemak ebaztean, urtebetek 360 egun dituela jotzen da; eta hilabetek, 30 egun.

Bankuan diru kantitate jakin bat gordetzen badugu aldi baterako, ateratzean hasierako kantitatearen desberdina den kantitate bat lortuko dugu. Jasotako kantitatearen eta gordetako kantitatearen arteko aldeari **interes** deritzo.

Interes bakuna, I , kapital izeneko kantitate batek, C -k, urtetan adierazitako denbora-tarte batean, t -n, korritu jakin batean, r -n, sortzen duen irabazia da.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

ADIBIDEAK

10. 10.000 € banku batean gorde ditugu 5 urterako, urteko % 1,8ko korrituan. Zer irabazi lortuko dugu epea amaitzean?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \quad C = 10.000; r = 1,8; t = 5 \rightarrow I = \frac{10.000 \cdot 1,8 \cdot 5}{100} = 900 \text{ €}$$

5 urte barru, $10.000 + 900 = 10.900 \text{ €}$ jasoko ditugu.

11. Sarak 5.000 € gorde ditu banku batean, urteko % 2,4ko korrituan. Zer interes lortuko du 6 hilabete barru ateratzen badu? Eta 80 egun barru?

$$6 \text{ hil} = \frac{6}{12} \text{ urte} = \frac{1}{2} \text{ urte}$$

$$80 \text{ egun} = \frac{80}{360} \text{ urte} = \frac{2}{9} \text{ urte}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5000 \cdot 2,4 \cdot \frac{1}{2}}{100}$$

$$I = 60 \text{ €}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5000 \cdot 2,4 \cdot \frac{2}{9}}{100}$$

$$I = 26,67 \text{ €}$$

12. Mirenek 18.000 €-ko mailegu bat eskatu zuen, master bat ikasteko. 5 urte pasatutakoan, dirua itzuli du 19.800 €-ko ordainketa bakar bat eginda. Interesa bakuna dela jakinda, zenbatekoa da korritua?

$$I = 19.800 - 18.000 = 1.800$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \rightarrow 1800 = \frac{18.000 \cdot r \cdot 5}{100} \rightarrow r = \frac{1800 \cdot 100}{18.000 \cdot 5} = \% 2$$

JARDUERAK

- 31 **PRAKTIKATU**. Kalkulatu zer irabazi sortzen duen kapital bakoitzak, korritua % 3 dela jakinda.

- a) 2.000 €-ko kapitala 5 urterako.
- b) 30 €-ko kapitala 7 urterako.
- c) 4.500 €-ko kapitala 8 hilabeterako.
- d) 670 €-ko kapitala 30 hilabeterako.

- 32 **APLIKATU**. Kalkulatu hasierako kapitala, jakinda 5 urterako % 3,6ko korrituarekin gordeta 490 € eman dituela.

- 33 **EGIN GOGOETA**. Kalkulatu 20.000 €-ko gordailu baten korritua, interesa bakuna izanik 3 urtez 2.400 €-ko irabazia eman duela jakinda.

9

Interes konposatua

Inbertsio-epe bakoitzaren amaieran, irabazia atera beharrean hasierako kapitalari gehitu eta berriro inbertitzen bada **interes konposatua**, I , lortzen da.

Hasierako kapital bat, C_h , korritu batekin, r , urtetan adierazitako denbora-tarte baterako, t , inbertitzean lortzen den azken kapitala, C_{ar} , interesa konposatua izanik, hau da:

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Interes konposatua edo lortutako irabazia hau da: $I = C_f - C_i$.

ADIBIDEA

13. Mikel eta Irene dirua aurrezten ari dira, auto bat erosteko. Bakoitzak bere funtsa du 3 urterako.

- Mikelek 5.000 € inbertitu ditu interes konposatuan, % 2ko korrituan.
- Irenek interes konposatuan gorde du dirua, urteko % 3ko korrituan.

a) Zenbat diru jasoko du Mikelek hiru urte pasatutakoan? Zer irabazi izango du?

b) Hiru urte pasatutakoan, Irenek 5.135,82 € baditu, zer kantitate jarri zuen kontua zabaltzean? Zer irabazi lortu du?

$$a) \quad C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i = 5.000, r = 2, t = 3} C_f = 5.000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^3 = 5.306,04 \text{ €}$$

$$\text{Mikelen interesa: } I = C_f - C_i = 5.306,04 - 5.000 = 306,04 \text{ €}$$

$$b) \quad C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_f = 5.135,82, r = 3, t = 3} 5.135,82 = C_i \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^3$$

$$C_i = \frac{5.135,82}{\left(1 + \frac{3}{100}\right)^3} = 4.700 \text{ €}$$

$$\text{Irenearen interesa: } I = C_f - C_i = 5.135,82 - 4.700 = 435,82 \text{ €}$$

ERANTZUN ERRONKARI

Uxuek 1.000 € gorde ditu banku batean urteko % 2ko korritua duen interes konposatuan. Zenbat diru jasoko du 6 hilabete barru ateratzen badu? Eta urte eta erdi barru ateratzen badu?

JARDUERAK

34 **PRAKTIKATU**. Kalkulatu azken kapitala interes konposatuan urteko % 3,4ko korrituan inbertitutako hasierako kapital bakoitzerako.

- 600 €-ko kapitala 5 urterako.
- 3.400 €-ko kapitala 2 urterako.
- 5.400 €-ko kapitala 3 urterako.
- 40.000 €-ko kapitala 2 urterako.

35 **APLIKATU**. Fernandok 1.000 € interes konposatuan inbertitu ditu, 5 urterako, % 2ko korrituan. Eiderrek gauza bera egin du interes bakunean. Zer irabazi lortu du bakoitzak? Zein da handiena?

36 **EGIN GOGOETA**. Diru kantitate bat 3 urterako inbertitu dugu urteko % 5eko korrituan, interes konposatuan. Lortutako irabazia 1.576,25 € bada, zer diru kantitate inbertitu dugu?

Zenbaki arrazionalak

37 Sailkatu zenbaki arrazional hauek:

- a) 2,333... e) -45
- b) 2,345 f) 123,0
- c) 6,00999... g) $8,\overline{91}$
- d) 2,435555... h) $57,4\overline{32}$

38 Lotu, koadernoan, balio bera duten zenbakiak, eta sailkatu.

$\frac{2}{3}$	7,25
$\frac{29}{4}$	2,4666...
$\frac{37}{15}$	7
$\frac{\sqrt{196}}{2}$	0,666...

39 Idatzi, kasu bakoitzean, honelako bi zenbaki:

- a) Arruntak. d) Osoak baina ez arruntak.
- b) Periodikoak. e) Arrazionalak baina ez osoak.
- c) Zehatzak.

40 Ordenatu txikienetik handienara.

5,966 5,665 5,565 5,96 5,69 5,556

41 Ordenatu handienetik txikienera.

$0,4\overline{1}$ $0,\overline{1}$ $0,1\overline{4}$ $0,4\overline{12}$ $0,14$

42 Adierazi zenbaki arrazional hauek:

- a) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{7}{4}$ g) $\frac{2}{3}$
- b) $\frac{17}{6}$ e) $\frac{7}{10}$ h) $\frac{6}{5}$
- c) $\frac{5}{3}$ f) $\frac{48}{16}$ i) $\frac{15}{7}$

43 Adierazi zenbaki hauek:

- a) $2,\overline{5}$ c) $3,\overline{7}$ e) $1,\overline{9}$
- b) $0,1\overline{6}$ d) $8,\overline{3}$ f) $2,9\overline{4}$

44 Idatzi zenbaki pare bakoitzaren artean dauden hiru zenbaki arrazional.

- a) $\frac{5}{4}$ eta $\frac{6}{4}$ d) $\frac{4}{5}$ eta $\frac{5}{6}$
- b) $7,16$ eta $7,1\overline{6}$ e) $0,6\overline{3}$ eta $0,6\overline{32}$
- c) $\frac{2}{3}$ eta $\frac{3}{2}$ f) $\frac{8}{11}$ eta $\frac{9}{10}$

Zenbaki irrazionalak

45 Erreparatu 1etik 20ra arteko zenbakien erro koadroei eta adierazi haietako zein diren arrazionalak eta zein irrazionalak.

46 Adierazi zein zenbaki diren arrazionalak eta zein irrazionalak.

- a) 24,232323... d) $2\sqrt[4]{4}$
- b) $1 + \sqrt{8}$ e) $(\sqrt[4]{4})^2$
- c) $\sqrt{1+8}$ f) π^2

47 Kalkulagailua erabiliz, ordenatu zenbaki irrazional hauek txikienetik handienara:

- a) $\sqrt{3}, \frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}$
- b) $\sqrt{65}, 5\sqrt{3}, \frac{\sqrt{265}}{2}$

EGITEN JAKIN

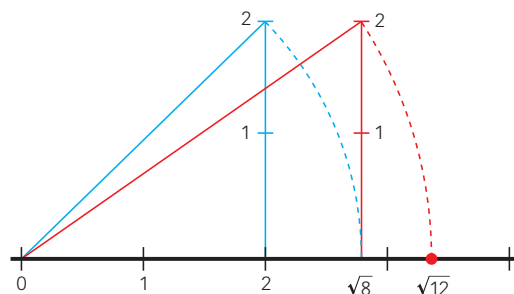
★ Erro koadro bat adieraztea, Pitagorasez teorema behin eta berriz aplikatuz

48 Adierazi $\sqrt{12}$.

LEHENIK. Bi zenbakiren berbiduren batura kalkulatu behar da, errokizuna lortu arte.

$$2^2 + 2^2 = (\sqrt{8})^2 \quad (\sqrt{8})^2 + 2^2 = (\sqrt{12})^2$$

BIGARRENK. Katetotzat kalkulaturako zenbaki horien luzera duen triangelu angeluzuzena marraztu behar da, eta hipotenusa behar adina aldiz transladatu behar da zuzen errealean.



★ 49 Kalkulagailua erabiliz, kalkulatu erro koadro bakoitzaren balioa. Ondoren, adierazi balio bakoitza, modu hurbilduan.

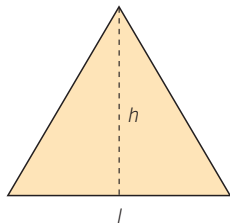
- a) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{38}$
- b) $\sqrt{6}$ d) $1 + \sqrt{37}$

- 50** Adierazi zenbaki irrazional hauek zehazki, bi deskonposizio desberdin abiapuntu hartuta. Egiaztatu emaitzak bat datozela.

a) $\sqrt{50}$ b) $\sqrt{72}$

- 51** Kalkulatu eta zehaztu zer zenbaki mota den, triangelu aldeberdin batean:

- a) Altuera, alde
10 cm luze bada.
- b) Azalera, alde
3 cm luze bada.
- c) Altuera eta azalera,
aldea $\sqrt{3}$ cm luze bada.



- 52** Arrazoitu ea zuzenak diren esaldi hauek:

- a) Bi zenbaki irrazionalen batura zenbaki irrazional bat da beti.
- b) Zatiki baten erro koadroa zenbaki irrazional bat da.

- 53** Idatzi zenbaki arrazionalen pare bakoitzaren arteko zenbaki irrazional bat.

- a) 1 eta 2 c) 1,2 eta 1,6
- b) $1,\hat{5}$ eta 1,6 d) $1,\hat{5}$ eta $1,\hat{5}\hat{3}$

Zenbaki errealak

- 54** Sailkatu zenbaki erreal hauek arruntetan, osotan, arrazionaletan edo irrazionaletan. Esan zer motatakoa den bakoitzaren adierazpen hamartarra.

- a) 25,37 e) π
- b) $-\frac{6}{17}$ f) $\frac{7}{90}$
- c) $\frac{2}{5}$ g) $\sqrt{64}$
- d) $-\sqrt{12}$ h) -5

- 55** Sailkatu zenbakiak, bakoitza zer zenbakizko multzotakoa den kontuan hartuta.

- a) 2054,3 d) $\frac{\pi}{5}$
- b) $-27,\hat{3}\hat{5}$ e) -47
- c) $\sqrt{256}$ f) $\sqrt{31}$

- 56** Adierazi zer zenbakizko multzotakoa den zenbaki bakoitza. Idatzi dagozkion zenbakizko multzo guztiak.

- a) $\sqrt{17} + 8$ e) $4 - \sqrt{20}$
- b) $\sqrt{17 + 8}$ f) $20 - \sqrt{4}$
- c) $8 - \sqrt{17}$ g) $\sqrt{20 - 4}$
- d) $\sqrt{17 - 8}$ h) $4 + \sqrt{20}$

- 57** Sailkatu zenbaki erreal hauek. Adierazi hamartar gisa eta ordenatu txikienetik handienara.

a) $5; \frac{7}{3}; 2\sqrt{5}; \frac{7}{9}; \frac{8}{5}$

b) $\sqrt{8}; 6 - \sqrt{3}; \frac{35}{90}; \frac{\sqrt{12}}{2}$

- 58** Ordenatu handienetik txikienera.

a) $\sqrt{6}, \sqrt{2} + \sqrt{3}, \sqrt{8}$

b) $5 - \sqrt{12}, 3\sqrt{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{16}}{3}$

- 59** Jakinda a zenbaki arrazional bat dela, adierazi zer zenbaki mota diren hauek:

a) $2a$ c) $\sqrt{2}a$

b) $\frac{a}{2}$ d) πa

- 60** Jakinda a zenbaki irrazional bat dela, adierazi zer zenbaki mota diren hauek:

a) $2a$ c) πa

b) $\frac{a}{2}$ d) $\frac{1}{a}$

- 61** Kalkulatu bat luzerako ertza duen kuboaren diagonalak eta adierazi zer zenbaki mota den.

- 62** Arrazoitu zuzenak edo okerrak diren esaldi hauek:

- a) Zenbaki oso batzuk ez dira arrazionalak.
- b) Zenbaki irrazional batzuk ez dira zenbaki errealak.
- c) Zenbaki erreal bat arrazionala edo irrazionala da.
- d) Edozein zenbaki hamartar zenbaki erreala da.

- 63** Adierazi ea esaldi hauek zuzenak edo okerrak diren. Arrazoitu erantzuna.

- a) Zenbaki hamartar guztiak zatiki gisa idatz daitezke.
- b) Zenbaki erreal guztiak arrazionalak dira.
- c) Zenbaki irrazional bat erreala da.
- d) Badira irrazionalak diren zenbaki osoak.
- e) Badira arrazionalak diren zenbaki errealak.
- f) Edozein zenbaki hamartar arrazionala da.
- g) Zenbaki arrazional bat osoa da.
- h) Zenbaki irrazionalak infinitu zifra hamartar dituzte.
- i) Zenbaki arrazionalak guztiek errepikatzen diren infinitu zifra hamartar dituzte.
- j) Zenbaki arrazional guztiak zatiki gisa idatz daitezke.

 **64** Arrazoitu ea zuzena edo okerra den esaldi bakoitza.

- a) Lauki baten aldea zenbaki arrazional bat bada, diagonalaren zenbaki irrazional bat da.
- b) Lauki baten aldea zenbaki irrazional bat bada, azalera zenbaki arrazional bat da.
- c) Lauki baten diagonalaren arrazionala bada, azalera arrazionala da.

65 Egin eragiketak. Zer zenbaki erreala mota lortu dituzu?

- a) $\sqrt{2,7}$
- b) $4,0\overline{9} - 1,3\overline{9}$
- c) $5,4\overline{3} \cdot 1,2$
- d) $\sqrt{\frac{1,3}{3}}$

Zenbaki errealen hurbilketak

 **66** Kalkulagailua erabiliz, idatzi $\sqrt{3}$ hamartar gisa, eta kalkulatu gehiagoko eta gutxiagoko hurbilketak hamar milarenetara.

 **67** Biribildu $\sqrt{10}$ hamar milarenetara. Ondoren, kalkulatu gehiagoko eta gutxiagoko hurbilketak, eta adierazi zer hauteman duzun.

68 Zer bistaratu da kalkulagailu zientifikoaren pantailan zenbaki hauetako bakoitza sartzean, aurrez 4 zifra hamartar finkatzeko teklen sekuentzia sakatu badugu? Eta aurrez 5 zifra hamartar finkatuz gero?

- a) 11,87967575
- b) 0,666663
- c) 8,987656
- d) 25,6543678
- e) 18,010109
- f) 15,908009

69 Idatzi adierazitako ezaugarriak dituen zenbaki bana.

- a) Hamartar periodiko soilak, milarenetara biribilduta 5,677 dena.
- b) Hamartar periodiko mistoa, ehunenetan etenda 0,97 dena.
- c) Irrazionala, hamar milarenetara biribilduta 0,0023 dena.

70 Ba al dago gehiagoko eta gutxiagoko hurbilketa bat datozen kasurik? Eta biribiltzeari erreparatu gero, gerta al daiteke gehiagoko eta gutxiagoko hurbilketekin bat etortzea?

Hurbilketen erroreak

71 Egin eragiketak eta biribildu emaitzak hamarrenetara. Ondoren, biribildu zenbaki bakoitza hamarrenetara eta egin eragiketak. Bi prozedura horietako zeinetan egiten da errore txikiena?

- a) $3,253 + 8,45$
- b) $53,32 - 18,93$
- c) $13,5 \cdot 2,7$
- d) $40,92 : 5,3$

72 Kalkulatu egindako errore absolutua eta erlatiboa:

- a) Errealitatean 3,59 m luze den listoi baten luzeratzat 3,5 m hartzean.
- b) 60 m hartzean 59,91 m luze den bi zutoinen arteko distantziatzat.

73 Kalkulatu zenbaki hauetako bakoitza biribiltzean eta etetean egindako errore absolutua eta erlatiboa. Hona hemen:

- a) 10,4798 milarenetara.
- b) $\sqrt{12}$ hamar milarenetara.
- c) $\frac{2}{3}$ hamarrenetara.
- d) 3,125 milarenetara.

74 Kalkulatu errore absolutua eta errore erlatiboa.

- a) 3,78496ren hurbilketatzat 3,7 hartzean.
- b) $\sqrt{7}$ zenbakiaren hurbilketatzat 2,65 hartzean.

75 Hurbildu 8,9761 zenbakia, errore absolutua 0,001 baino txikiagoa izan dadin.

76 Kapsula bateko antibiotiko kantitatea hau da: $1,5 \text{ g} \pm \% 0,2$.

- a) Zer esan nahi du?
- b) Zer balioen artean egongo da kapsula bakoitzeko antibiotiko kantitatea?

77 Idatzi 1,45en bi hurbilketa desberdin, errore erlatibo bera dutenak.

78 Idatz al daiteke $\pi = \frac{355}{113}$? Arrazoitu erantzuna eta kalkulatu egindako errorearen maila.

79 Badakigu bi hurbilketak errore erlatibo bera dutela. Erabaki nolakoa izango den errore absolutua, jakinda balio errealek berdinak direla bi kasuetan.

Esan al daiteke errore absolutuak desberdinak izango direla balio errealek desberdinak badira?

Tarteak



80 Adierazi egoerak tarteen bidez.

- a) Ontzien edukiera 5 ℓ baino txikiagoa da.
- b) Errezelen altuerak 2,8 m baino txikiagoa edo berdina izan behar du.
- c) Beherapena 40 €-tik gorako erosketei aplikatzen zaie.
- d) Prezioak 30 €-tik 60 €-ra artekoak dira.
- e) Sarrera doakoa da 12 urtetik beherakoentzat eta 65 urtetik gorakoentzat.
- f) Atzoko tenperatura -2°C -tik 6°C -ra artekoa izan zen.

81 Deskribatu tarteak eta adierazi zuzen errealean.

- a) $(0, 7)$
- b) $[3, 7)$
- c) $[-2, 4)$
- d) $[-5, -3]$
- e) $(-4, -2)$
- f) $[-7, -3)$
- g) $[5, 6)$
- h) $[4, 6]$

82 Adierazi zer tarte den kasu bakoitzean.

- a) $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 5\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} : -1 \geq x > -5\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} : -3 < x\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} : 3 > x\}$
- e) $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 0\}$
- f) $\{x \in \mathbb{R} : 0 > x > -5\}$
- g) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -4\}$
- h) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 5\}$

83 Idatzi zer tartetan dagoen x .

- a) x handiagoa da 3 baino.
- b) x txikiagoa da 5 baino eta handiagoa 1 baino.
- c) x txikiagoa edo berdina da -2 baino.
- d) x handiagoa da -4 baino.

84 Adierazi zuzena edo okerra den.

- a) $1 \in \left(0, \frac{1}{3}\right)$
- b) $1 + \sqrt{8} \in (1, 3)$
- c) $\frac{-5}{4} \in [-2, 1)$
- d) $\frac{4}{9} \in \left(-1, \frac{1}{2}\right]$
- e) $\frac{\sqrt{2}}{2} \in (-1, 1)$
- f) $\frac{-3}{2} \in \left[\frac{-5}{4}, 0\right]$

85 $A = (-\infty, 3]$, $B = (-2, 0]$ eta $C = [2, 5)$ izanik, kalkulatu:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cup B \cup C$
- c) $A \cap C$
- d) $A \cap B \cap C$

86 Adierazi zuzena edo okerra den.

- a) $(-2, 3) \cap (-1, 4) = [-1, 4)$
- b) $(-2, 3) \cup (-1, 4) = [-2, 3]$
- c) $[-2, 3] \cap (-1, 4) = [-1, 3]$
- d) $[-2, 3] \cup (-1, 4) = [-2, 4)$

87 Osatu koadernoan, parentesiak, kako zuzenak edo zenbaki bat idatziz, kasu bakoitzean dagokiona.

- a) $\square 0, 2) \cap [-2, 1 \square = [0, 1)$
- b) $(1, 2 \square \cup \square - 2, 1 \square = [-2, 2]$
- c) $\square -3, -1) \cup \square -1, 4) = (-3, 4 \square$
- d) $[-4, 1 \square \cap \square - 2, 3) = [-2, \square)$

88 Kalkulatu tarte pare bakoitzaren bildura eta ebakidura.

- a) $A = [1, 5)$ $B = [0, 3)$
- b) $A = (-2, 4]$ $B = (-1, 2]$
- c) $A = (-5, -3]$ $B = [-3, 0)$
- d) $A = (-7, -2)$ $B = [-7, -6)$
- e) $A = (-1, 0)$ $B = (0, 1)$
- f) $A = (-4, 2]$ $B = (2, 3]$
- g) $A = (-\infty, 2]$ $B = (3, 4)$
- h) $A = (-5, -1)$ $B = (-1, +\infty)$
- i) $A = (-\infty, -3]$ $B = (0, +\infty)$
- j) $A = (-\infty, 0]$ $B = [-1, +\infty)$

89 Bi zenbaki erreal, x eta y , hurrenez hurren $(-1, 3)$ eta $[0, 2]$ tarteetakoak badira, zer tartetakoak izango dira eragiketa hauen emaitzak?

- a) $x + y$
- b) $x - y$
- c) $y - x$
- d) $x \cdot y$

90 Adierazi multzo bakoitza tarte gisa.

- a) $|x| < 3$
- b) $|x| < -3$
- c) $|x| \geq -3$

Ehunekoak

91 Kalkulatu ehuneko hauek:

- a) 220ren % 16
- b) 48ren % 8,5
- c) 1.245en % 42,6
- d) 349ren % 13
- e) 78ren % 0,54
- f) 980ren % 98

92 Kalkulatu.

- a) 400en % 6ren % 20
- b) 678ren % 2,8ren % 8,2
- c) 3.400en % 17ren % 46
- d) 6.700en % 25en % 35

93 Esan zer ehuneko adierazten duen 25ek kantitate hauetako bakoitzarekiko:

- a) 100
- b) 1000
- c) 200
- d) 300
- e) 500
- f) 250
- g) 750
- h) 150

94 Idatzi zer ehuneko adierazten duen kantitate hauetako bakoitzak:

- a) 24tik 6k
- b) 30etik 24k
- c) 5etik 3k
- d) 80tik 60k
- e) 1etik 0,03k
- f) 50etik 20k



95 Inkesta batean «BAI», «EZ» eta «ED/EE» erantzun daiteke eta 860 pertsonak hartu dute parte. 301ek «BAI» eta 172k «EZ» erantzun badute, zer ehunekok erantzun du «ED/EE»?

96 2.464 kantitate baten % 56 da. Zer kantitate da?

97 Zer ehuneko agertzen dira adierazpen hauetan?

- Hogei pertsonatik hiruk lo hartzen du bidaietan.
- Hamabi dendatik zortzik 20:00etan ixten ditu ateak.
- Hamalau autotik bederatzik 10 urte baino gehiago ditu.
- Sei turistatik batek beste inor gabe bidaiatzen du.
- Berrogei gaixotik zazpik ez du onera egiten lehen tratamenduarekin.
- Zazpi pasteletik bik txokolatea du.

98 Jakinda 646 kantitate baten % 34 dela, idatzi, hasierako kantitatea kalkulatu gabe, % 17 eta % 68.

99 Badakigu 90 kantitate baten erdiaren % 42 dela. Kalkulatu kantitatea.

100 Kantitate jakin bati buruz badakigu 15 dela haren erdiaren % 3. Kalkulatu kantitatea.

101 Hasierako kantitatea 1.200 dela kontuan hartuta, amaierako zer kantitate izango dugu egoera hauetako bakoitzean?

- % 20,5eko handitzea.
- % 35eko txikitzea.
- % 75eko handitzea.
- % 15,75eko txikitzea.

102 Amaierako kantitatea 240 dela jota, zenbatekoa izango da hasierako kantitatea egoera hauetako bakoitzean?

- % 32ko handitzea.
- % 2,4ko txikitzea.
- % 16,8ko handitzea.
- % 48ko txikitzea.

103 Zenbat handitu behar da salgai hauetako bakoitzaren prezioa, % 24ko igoera izan dezaten?

- Ogia: 0,60 €/ale
- Esnea: 1,10 €/ℓ
- Okela: 10,45 €/kg
- Arrautzak: 1,42 €/dozena
- Sagarrak: 2,30 €/kg

104 Arrazoitu zuzena edo okerra den.

- 200en % 25 eta 100en % 50 berdinak dira.
- 48ren % 40 eta 24ren % 20 berdinak dira.
- 50en % 20 eta 20ren % 50 berdinak dira.
- 70en % 20 gehi 70en % 30 eta 140ren % 50 berdinak dira.

105 Ordenatu handitzeak txikienetik handienara.

- 320tik 400era.
- 1.200etik 1.500era.
- 45etik 55era.
- 20tik 28ra.

106 Itxarote-zerrendako egun kopuruaren txikitzea % 20koa izan da. Gaur egun 24 eguneko bada, zenbat egun txikitu da itxarote-zerrenda?



107 Dendari batek salgai sorta bat erosi du, bakoitza 34 € ordainduta. % 36ko irabazia lortu nahi badu, zenbatean saldu behar du salgai bakoitza?



108 Merkatari batek produktuen prezioa % 30 igotzen du, salgai jartzen dituenean, eta ondoren, % 15eko beherapena egiten du. Zer prezio izango du 45 €-an erosi zuen produktu batek? Hasierako prezioaren zer ehuneko da?

109 Zenbat balio zuen % 25eko beherapen bat eta % 30eko beste bat eginda 125 € balio duen salgai batek?

110 Beroki baten etiketan 120 € balio duela agertzen da. Jakinda % 21eko BEZa gehitu zaiola eta % 18ko irabazia lortzen dela, zer prezio zuen?

111 Kantitate bati ondoz ondo % 25eko bi igoera aplikatzea kantitatearen bikoitzari % 25eko handitzea aplikatzearen berdina al da?

112 % 30eko bi handitze ondoz ondo aplikatzea % 60ko handitze bat aplikatzearen berdina al da?

113 Kantitate bati % 10eko handitzea aplikatzen badiogu, zer txikitze aplikatu behar diogu ehunekotan azken kantitateari, hasierako kantitatea lortzeko?

114 Kantitate baten % 40ri % 16ko handitzea aplikatu diogu. Zer erlazio dago kantitate horren eta eragiketen emaitzaren artean?

Interes bakuna

115 Kalkulatu 20.000 € banku batean 4 urterako gordetean lortzen den interesa, urteko korritua % 2,75 dela jakinda.

116 Kalkulatu 2 urte eta erdi pasatutakoan lortzen den azken kapitala, interes bakunean eta % 1,8ko korrituan gordetako kantitate hauetarako:

- 800 €
- 1.200 €
- 24.000 €
- 5.750 €

- 117** Kalkulatu zer interes lortuko dugun 100 €-ko kapitala 2 urte eta erdirako inbertitzen badugu % 3,5eko korrituan.
- 118** 10.000 €-ko mailegua eskatu eta 11.760 € itzuli ditugu ordainketa bakar batean, 2 urte pasatutakoan. Interesa bakuna dela jakinda, kalkulatu mailegu horren korritua.
- 119** Loreak 4.000 €-ko mailegua eskatu zuen eta 5.080 € itzuli ditu, ordainketa bakar batean, 3 urte pasatutakoan. Interesa bakuna dela jakinda, kalkulatu maileguaren korritua.
- 120** Zenbat denbora eduki behar ditugu 3.000 € interes bakuneko gordailu batean, 225 €-ko interesa lortzeko, korritua % 3koa bada?

Interes konposatua

- 121** Kalkulatu adierazitako denbora pasatutakoan lortuko den azken kapitala % 1,25eko korrituan interes konposatuan gordetako hasierako kapital bakoitzerako, kapitalizazioa urtekoa bada.
- a) 750 €, 3 urterako. c) 9.400 €, 5 urterako.
b) 53.000 €, 2 urterako. d) 62.000 €, 4 urterako.
- 122** Kalkulatu 500 € interes konposatuan 5 urterako inbertitzean lortutako interesa, korritua % 3 bada.
- 123** Kalkulatu 2.000 € interes konposatuan 10 urterako inbertitzean lortutako interesa, korritua % 2,75 bada.
- 124** Kalkulatu zer kapital inbertitu dugun 2 urterako interes konposatuan % 5ean, lortutako azken kapitala 200 € izan dadin.

EGITEN JAKIN



Hasierako kantitatea kalkulatzeko, lortutako interesa jakinda

- 125** Zer diru kantitate inbertitu behar da % 5ean interes konposatuan 2 urterako, irabazia 102,50 € izan dadin?

LEHENIK. Amaierako kantitatea hasierako kantitatearen mende adierazi behar da.

$$I = C_a - C_h \rightarrow C_a = C_h + I = C_h + 102,50$$

BIGARRENK. Datuak formularen ordezkatu behar dira.

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \text{ eta } C_i \text{ bakandu behar da.}$$

$$C_i + 102,50 = C_i \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 102,50 = C_i \left[\left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 - 1\right]$$

$$C_i = \frac{102,50}{\left[\left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 - 1\right]} = 1.000 \text{ € inbertitu behar dira.}$$

- 126** 5 urterako urteko % 4an interes konposatuan inbertitutako diru kantitate batek 244 €-ko interesa sortzen du. Zer kantitate inbertitu dugu?
- 127** Zenbat urterako inbertitu behar dira 5.000 € interes konposatuan % 10ean, 5.500 € izateko? Eta 6.050 € izateko?

EGITEN JAKIN BEHARREKOA



Zenbaki errealak

- 1** Adierazi.

a) $\frac{7}{3}$ b) 1,25 c) $\sqrt{65}$

- 2** Adierazi zer zenbakizko multzotakoak diren.

41 $\sqrt{17}$ $\frac{8}{49}$ -87

Zenbaki errealeen hurbilketa

- 3** Hurbildu $\frac{17}{3}$ hamarrenetara, biribiltze eta etete bidez. Zer errore erlatibo eta absolutu egiten da kasu bakoitzean?

Tarteak

- 4** Adierazi $(-5, 3]$ eta $(-1, +\infty)$ tarteak, eta kalkulatu bien bildura eta ebakidura.

Ehunekoak. Interes bakuna eta konposatua

- 5** Aitorrek denda batean % 15eko beherapena egiteko txartel bat du. Prezioetan ez dago sartuta % 21eko BEZa. 120 € balio duen salgai bat erosi badu, zenbat ordaindu beharko du?
- 6** Kalkulatu 1.000 €-ko kapitala 5 urterako % 7ko korrituan inbertituta lortzen den azken kapitala.
- a) Interes bakunetan. b) Interes konposatuan.



Eguneroko bizimoduan



128

Duela bi urte pasatxo, bankuko lehen kontua zabaldu zenuen. Bankuen eskaintzak kontsultatzen aritu zinen eta onena hau zela erabaki zenuen.

Kontua zabaltzean, une hartan zenuen dirua sartu zenuen: 480 €. Azaldu zizutenez, urtebete pasatutakoan interesak kontu hartan sartuko zizkizuten: hasieran sartutako 480 €-en % 1,90.

Dena den, eman zizuten kreditu-txartelarengatik hilero kuota bat ordaindu beharko zenuela esan zizuten.



510 € balio duen tableta bat erosi behar duzu.

- Ba al duzu nahikoa diru kontu horretan?
- Kontua zabaldu zenuenean eman zizuten kontratua begiratu duzu. Dioenez, saldoa negatiboa bada, hots, duzun dirua baino gehiago gastatu baduzu, hilaren amaieran hau ordaindu behar diozu bankuari:

- Saldo negatibo osoa.
- Gehi zure kontuko kantitate negatiboaren % 4,58.
- Gehi 39 €, zure kontua zenbaki gorritan dagoela jakinarazteagatik.

Tableta erostea erabaki baduzu eta bankuan nahikoa diru ez baduzu, hilaren amaieran zenbat diru ordaindu beharko diozu bankuari?



KONTU GAZTEA

Gutxieneko ekarpena: 100 €

Interesen likidazioa: urtekoa

Txartelagatiko komisioa: 3 € hileko

**Errentagarritasuna: urteko
% 1,90**

Jadanik bi urte pasatu direnez, bigarren urtearen amaieran interesen % 1,90 batu dio bankuak bigarren urtearen hasieran zenuen diruari; hau da, hasieran sartu zenituen 480 €-ak eta lehen urtean eman zizuten interesa batu behar dira, eta batura horri lehen urtean kreditu-txartelarengatik kobratu zizuten dirua kendu behar zaio.

Pentsatzeko moduak. Arrazoibide matematikoa

129

Frogatu $\sqrt{2}$ irrazionala dela.

130

$\frac{a}{b}$ laburtezina bada, arrazoitu $\frac{a+b}{a \cdot b}$ eta $\frac{a-b}{a \cdot b}$ ere laburtezinak diren. Egiaztatu zenbakiekin, eta ondoren, saiatu arau orokorra ateratzen.

131

Idatzi 6,325612 zenbakiaren hurbilketa hamartarrak, errore absolutuaren borneak adierazitakoak izanik.

- 0,001
- 0,0005
- 0,01
- 0,5

132

Erreparatu berdintzei.

- $2,\hat{3} = 2,3\hat{3}$
- $0,\overline{325} = 0,32\overline{532}$
- $1,\hat{9} = 2$

Zure ustez, zergatik lortzen dira emaitza horiek? Zuzenak al dira?

133

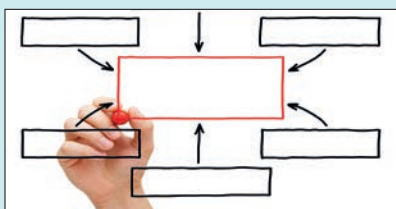
Arrazoitu zer mailatara biribildu behar dugun zenbaki irrazional bat, errore absolutuaren bornea milioiren bat baino txikiagoa izan dadin.



AMAIERAKO PROIEKTUA. Lan kooperatiboa

HELBURUA: Ekintzak egitea, ikasturte-amaierako bidaia ordaintzeko

Taldeak osatu ondoren, jarraitu prozesu honi:



1. fasea.

- Egin bidaia ordaintzeko dirua ateratzeko bururatzen zaizkizuen jardueren, ekintzen eta abarren zerrenda bat.
- Bildu aurreko ikasturteetan eta beste ikastetxe batzuetan egindako ekintzei buruzko informazioa.

2. fasea.

- Aztertu proposamen bakoitzaren bideragarritasuna. Kalkulatu iritzira zer baliabide behar diren, hasierako inbertsiorik behar den, jarduera garatzeko beharrezko espazioa baduzuen...
- Baztertu zuen ustez egiteko modukoak ez diren proposamenak.

3. fasea.

- Egin txosten bat bideragarri jotako proposamen bakoitzerako. Txostenean, jarduera egitean sortzen diren zailtasunak adierazi behar dira: gastuen iritzirako kalkulua, behar den espazioa eskuragarri izatea, garatzeko behar diren baliabideak lortzea... eta horrekin lor dezakezuen irabazi ekonomikoa kuantifikatzea.

PISA probak

Azalerarengatik ordainketa



134

Etxebizitza-bloke bateko biztanleek eraikina erostea erabaki dute. Dirua guztien artean jarriko dute, eta bakoitzak bere etxebizitzaren neurriaren kantitate proportzionala ordainduko du. Adibidez, etxebizitza guztien azaleraren bosten batekoa den etxe batean bizi den pertsona batek eraikinaren prezio osoaren bostena ordaindu beharko du.

a) Arrazoitu ea zuzenak diren esaldi hauek:

- Etxebizitza handiengan bizi den pertsonak gehiago ordainduko du bere etxebizitzaren metro koadroko etxebizitza txikiengan bizi denak baino.
- Bi etxebizitzaren azalerak eta haietako baten prezioa ezagunak badira, bestearen prezioa kalkula daiteke.
- Eraikinaren prezioa eta jabe bakoitzak ordaindu beharrekoa jakinez gero, etxebizitza guztien guztizko azalera kalkula daiteke.
- Eraikin osoaren prezioa % 10 murriztuko balitz, jabe bakoitzak % 10 gutxiago ordaindu beharko luke.

b) Eraikinak hiru etxebizitza ditu. Handienak, 1. etxebizitzak, 95 m^2 -ko azalera du. 2. eta 3. etxebizitzek 85 m^2 eta 70 m^2 -koa, hurrenez hurren.

Eraikinaren prezioa 300.000 zed da.

Zenbat ordaindu beharko du 2. etxebizitzaren jabeak?



(2008ko PISA proba)