



Física y Química

SERIE **INVESTIGA**

El libro Física y Química 4, para cuarto curso de ESO, es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:

M.^a del Carmen Vidal Fernández

David Sánchez Gómez

José Luis de Luis García

EDICIÓN

Bárbara Braña Borja

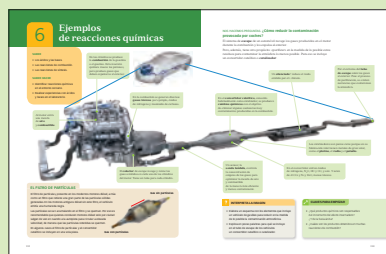
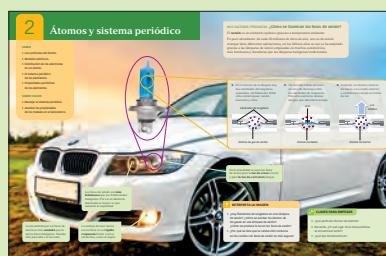
EDITOR EJECUTIVO

David Sánchez Gómez

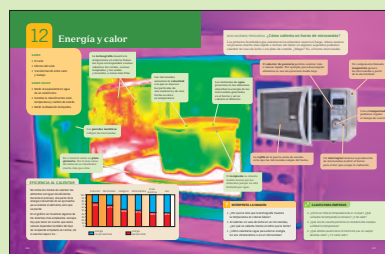
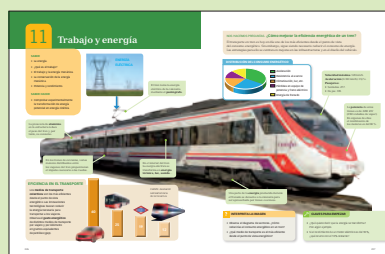
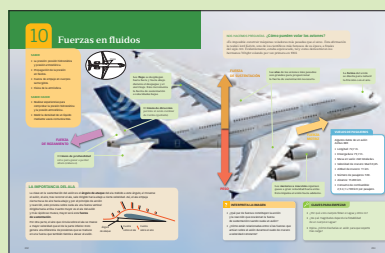
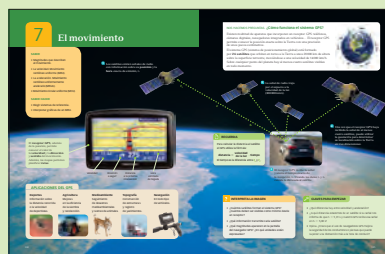
DIRECCIÓN DEL PROYECTO

Antonio Brandi Fernández

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.



1. Magnitudes y unidades	6
1. La investigación científica	10
2. Las magnitudes	13
3. La medida y su error	15
4. El análisis de datos	17
INVESTIGA. Relación entre la concentración de una disolución y su densidad	24
2. Átomos y sistema periódico	26
1. Las partículas del átomo	29
2. Modelos atómicos	31
3. Distribución de los electrones en un átomo	36
4. El sistema periódico de los elementos	38
5. Propiedades periódicas de los elementos	40
INVESTIGA. Propiedades de los metales	48
3. Enlace químico	50
1. Enlace químico en las sustancias	53
2. Tipos de enlace entre átomos	54
3. Enlace iónico	54
4. Enlace covalente	56
5. Enlace metálico	58
6. Enlaces con moléculas	59
7. Propiedades de las sustancias y enlace	62
INVESTIGA. Propiedades de las sustancias y enlace	68
4. Química del carbono	70
1. Los compuestos de carbono	73
2. Los hidrocarburos	76
3. Compuestos oxigenados	80
4. Compuestos nitrogenados	82
5. Compuestos orgánicos de interés biológico	83
INVESTIGA. Fabricación de un fármaco	90
5. Reacciones químicas	92
1. La reacción química: cómo se produce	95
2. La energía de las reacciones químicas	97
3. La velocidad de las reacciones químicas	98
4. Medida de la cantidad de sustancia. El mol	99
5. Cálculos en las reacciones químicas	102
INVESTIGA. Ley de la conservación de la masa	110
6. Ejemplos de reacciones químicas	112
1. Los ácidos y las bases	116
2. Las reacciones de combustión	122
3. Las reacciones de síntesis	124
INVESTIGA. Valoración de un antiácido	132



7. El movimiento	134
1. Magnitudes que describen el movimiento	137
2. La velocidad	139
3. Movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)	140
4. La aceleración	145
5. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)	146
6. Movimiento circular uniforme (MCU)	150
INVESTIGA. Medir la velocidad instantánea en un MRUA	158
8. Las fuerzas	160
1. Fuerzas que actúan sobre los cuerpos	164
2. Leyes de Newton de la dinámica	168
3. Las fuerzas y el movimiento	172
INVESTIGA. El principio fundamental de la dinámica	180
9. Fuerzas gravitatorias	182
1. La fuerza gravitatoria	186
2. El peso y la aceleración de la gravedad	189
3. Movimiento de planetas y satélites	190
INVESTIGA. La fuerza centrípeta	200
10. Fuerzas en fluidos	202
1. La presión	205
2. La presión hidrostática	207
3. La presión atmosférica	208
4. Propagación de la presión en fluidos	212
5. Fuerza de empuje en cuerpos sumergidos	213
6. Física de la atmósfera	216
INVESTIGA. El principio de Arquímedes	224
11. Trabajo y energía	226
1. La energía	229
2. ¿Qué es el trabajo?	230
3. El trabajo y la energía mecánica	232
4. La conservación de la energía mecánica	234
5. Potencia y rendimiento	236
INVESTIGA. La conservación de la energía mecánica	244
12. Energía y calor	246
1. El calor	249
2. Efectos del calor	250
3. Transformación entre calor y trabajo	256
INVESTIGA. Medida del calor específico de un metal	264
Anexos	267
1. Formulación inorgánica	268
2. Formulación orgánica	278
3. Sistema periódico de los elementos	284

Esquema de las unidades

Doble página de introducción a la unidad

Contenidos de la unidad.

Se incluye teoría (SABER) y técnicas o procedimientos (SABER HACER).

Ilustración. La doble página presenta de manera gráfica una aplicación de los contenidos de la unidad y que usamos prácticamente a diario.



Nos hacemos preguntas.

La introducción a cada unidad se presenta a partir de una pregunta.

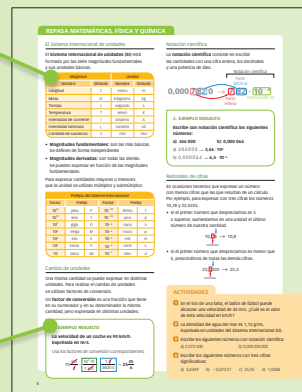
Claves para empezar.

Una o varias actividades activan los conceptos previos de los alumnos relacionados con la unidad.

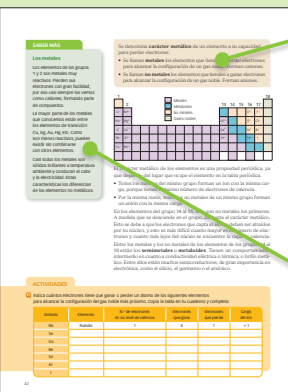
Interpreta la imagen. Varias actividades sirven para afianzar los contenidos presentados gráficamente.

Páginas de desarrollo de los contenidos

Repaso inicial. Antes de abordar los contenidos de cada unidad se incluye un repaso de contenidos de matemáticas, física o química esencial para estudiarla con garantías.



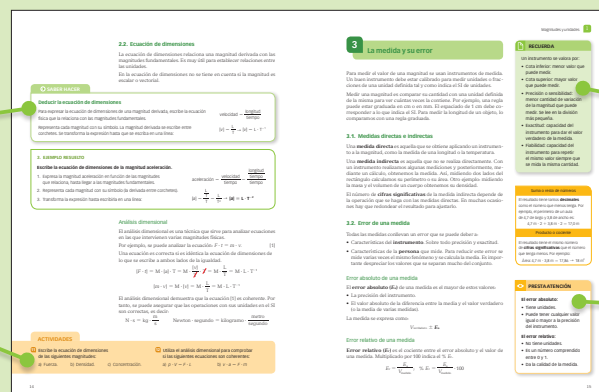
Destacados. Los contenidos y definiciones esenciales aparecen destacados con un fondo de color.



Ejemplos resueltos. A lo largo de toda la unidad se incluyen numerosos ejemplos resueltos, numéricos o no, que ayudarán a resolver los problemas propuestos.

Saber más. Se incluyen contenidos de especial relevancia aunque no sean que no son esenciales para el desarrollo de la unidad.

Saber hacer. Muestra procedimientos sencillos que deben dominarse para asimilar los contenidos de cada unidad.



Recuerda. Aquí se incluyen contenidos de otros cursos o estudiados en unidades anteriores.

Actividades. Para repasar los contenidos más relevantes.

Presta atención. Recoge contenidos esenciales para el estudio de la unidad.

Páginas con actividades finales

Repasa lo esencial. Recoge actividades que afianzarán los contenidos esenciales de cada unidad.

Practica. Se incluyen cuestiones teóricas y problemas numéricos de los diferentes apartados de la unidad.

Nivel de dificultad. La dificultad de cada actividad se registra de manera gráfica:

● Fácil ●● Media ●●● Difícil

Amplía. Se recogen aquí actividades que presentan un mayor nivel de dificultad o de ampliación de la unidad.

Ejemplos resueltos. En las actividades también se incluyen ejemplos resueltos justo antes de abordar determinados problemas.

Trabajo de las competencias

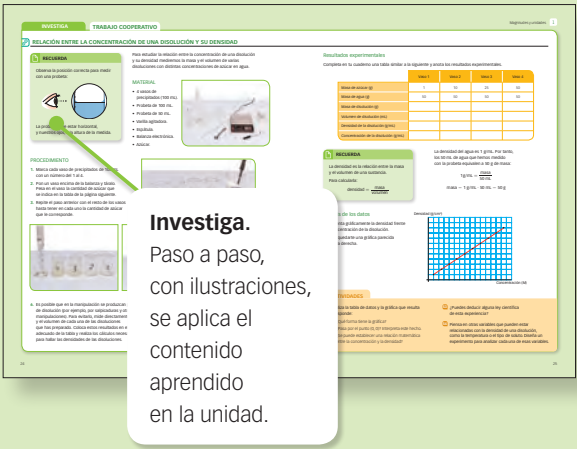
Competencia científica. Incluye trabajo específico de las competencias, poniendo énfasis en la competencia matemática, científica y tecnológica.

Tras presentar información con diferente estructura (texto, tablas, gráficos...), se incluyen actividades sobre la información presentada.

Formas de pensar. Se incluyen en esta página uno o varios documentos y actividades de trabajo que fomentan la reflexión del alumno, que debe interrelacionar los contenidos de la unidad con sus opiniones propias.

Investiga: Experiencia de laboratorio

Investiga. Paso a paso, con ilustraciones, se aplica el contenido aprendido en la unidad.



Competencias básicas

A lo largo del libro, encontraréis junto a muchos ejercicios los iconos de las competencias básicas del proyecto **HEZIBERRI**. Cada uno de esos iconos nos indica la competencia básica que se trabaja en cada caso.

- Competencias básicas disciplinares**

 - Competencia en comunicación lingüística y literaria
 - Competencia matemática
 - Competencia científica
 - Competencia tecnológica
 - Competencia social y cívica
 - Competencia artística
 - Competencia motriz
- Competencias básicas transversales**

 - Competencia para la comunicación verbal, no verbal y digital
 - Competencia para aprender y para pensar
 - Competencia para convivir
 - Competencia para la iniciativa y el espíritu emprendedor
 - Competencia para aprender a ser uno mismo

1

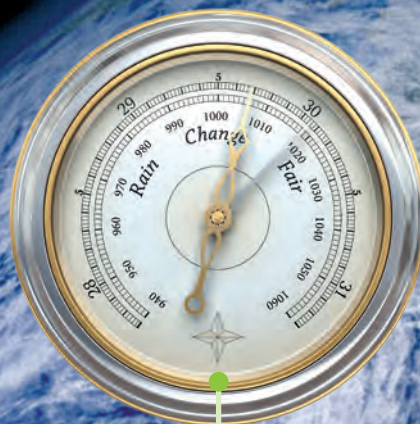
Magnitudes y unidades

SABER

- La investigación científica.
- Las magnitudes.
- La medida y su error.
- El análisis de datos.

SABER HACER

- Valorar fuentes de información.
- Interpretar tablas y gráficas.
- Utilizar hojas de cálculo.



La **presión atmosférica** se mide con un **barómetro**.



La **humedad relativa** del aire se mide con un **higrómetro**.



La **temperatura** se mide con un **termómetro**.



Las **precipitaciones** se miden con un **pluviómetro**.



La **velocidad del viento** se determina con un **anemómetro**.

NOS HACEMOS PREGUNTAS. ¿Cómo pronosticamos el tiempo?

¿Quién no ha visto alguna vez en las noticias el pronóstico del tiempo para los próximos días? La experiencia de muchas personas les permite vaticinar el comportamiento del cielo a muy corto plazo. Pero un buen pronóstico para varios días necesita medidas numerosas y lo más precisas posible, así como potentes ordenadores capaces de manejar los datos, para predecir el comportamiento de las nubes, los vientos, etc., para las próximas horas.

Conocer el pronóstico del tiempo es esencial para **pilotos** de aviones y **controladores** de aeropuertos.

Las **imágenes tomadas por satélites artificiales** resultan esenciales para conocer la evolución de las precipitaciones, por ejemplo.



El pronóstico meteorológico permite **predecir huracanes, tormentas, temporales de nieve o fuertes lluvias** con el objetivo de avisar a la población afectada.

? INTERPRETA LA IMAGEN

- Observa la escala que aparece en el pluviómetro y explícala. ¿Te parece muy precisa?
- ¿Por qué el termómetro tiene dos escalas? ¿Cuál de ellas está utilizando el pronóstico del tiempo?
- ¿Por qué la escala del higrómetro va del 0 al 100?

★ CLAVES PARA EMPEZAR

- ¿Miden la misma magnitud un anemómetro y una veleta?
- ¿Qué otros aparatos de medida conoces? ¿Tienes alguno en clase? Explica qué magnitud mide cada uno y la unidad en que se expresa habitualmente.

REPASA MATEMÁTICAS, FÍSICA Y QUÍMICA

El Sistema Internacional de unidades

El **Sistema Internacional de unidades (SI)** está formado por las siete magnitudes fundamentales y sus unidades básicas.

Magnitud		Unidad	
Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
Longitud	ℓ	metro	m
Masa	m	kilogramo	kg
Tiempo	t	segundo	s
Temperatura	T	kelvin	K
Intensidad de corriente	I	amperio	A
Intensidad luminosa	I_v	candela	cd
Cantidad de sustancia	n	mol	mol

- **Magnitudes fundamentales:** son las más básicas. Se definen de forma independiente.
- **Magnitudes derivadas:** son todas las demás. Se pueden expresar en función de las magnitudes fundamentales.

Para expresar cantidades mayores o menores que la unidad se utilizan múltiplos y submúltiplos:

Prefijos del Sistema Internacional					
Factor	Prefijo		Factor	Prefijo	
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10	deca	da	10^{-1}	deci	d

Cambio de unidades

Una misma cantidad se puede expresar en distintas unidades. Para realizar el cambio de unidades se utilizan factores de conversión.

Un **factor de conversión** es una fracción que tiene en su numerador y en su denominador la misma cantidad, pero expresada en distintas unidades.

1. EJEMPLO RESUELTO

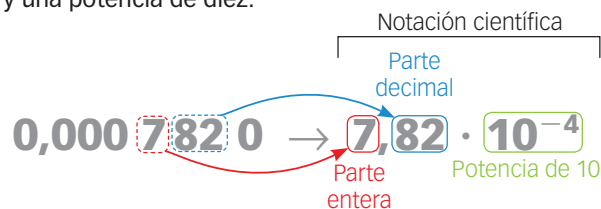
La velocidad de un coche es 90 km/h. Exprésala en m/s.

Usa los factores de conversión correspondientes:

$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Notación científica

La **notación científica** consiste en escribir las cantidades con una cifra entera, los decimales y una potencia de diez.



2. EJEMPLO RESUELTO

Escribe con notación científica los siguientes números:

a) 346 000 b) 0,000 064

a) $3\ 460\ 000 \rightarrow 3,46 \cdot 10^5$

b) $0,000\ 064 \rightarrow 6,4 \cdot 10^{-5}$

Redondeo de cifras

En ocasiones tenemos que expresar un número con menos cifras que las que resultan de un cálculo. Por ejemplo, para expresar con tres cifras los números 10,78 y 22,5235.

- Si el primer número que despreciamos es 5 o superior, aumentamos en una unidad el último número de nuestra cantidad.

$$10,78 \rightarrow 10,8$$

↑
redondeo

- Si el primer número que despreciamos es menor que 5, prescindimos de todas las demás cifras.

$$22,5235 \rightarrow 22,5$$

↑
redondeo

ACTIVIDADES

- 1 En el tiro de una falta, el balón de fútbol puede alcanzar una velocidad de 34 m/s. ¿Cuál es el valor de esta velocidad en km/h?
- 2 La densidad del agua del mar es 1,13 g/mL. Exprésala en unidades del Sistema Internacional (SI).
- 3 Escribe los siguientes números con notación científica:

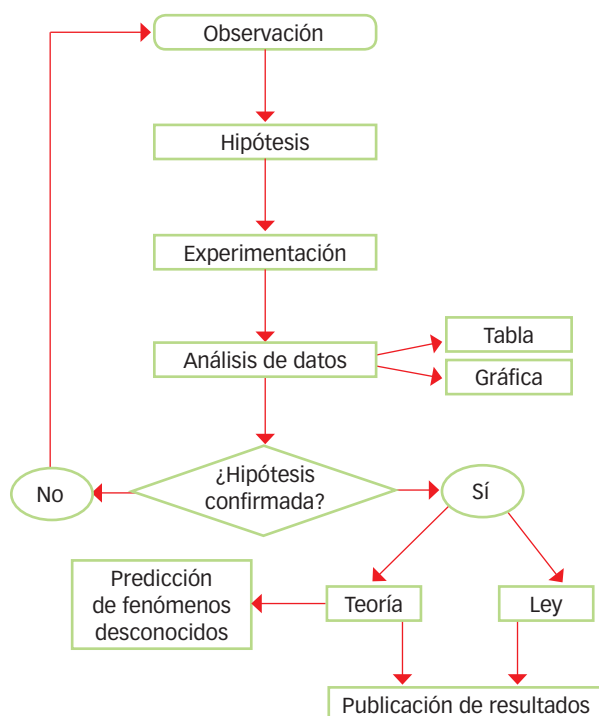
a) 2 073 500 b) 0,000 350 002
- 4 Escribe los siguientes números con tres cifras significativas:

a) 3,4349 b) -0,07251 c) 25,55 d) 1,0068

El método científico

Se denomina **método científico** al procedimiento que siguen las personas de ciencia para estudiar los problemas y llegar a conclusiones ciertas.

El método científico sigue una serie de pasos, que son:



- Observación:** se analiza el fenómeno utilizando nuestros sentidos. Permite identificar el problema.
- Hipótesis:** es una suposición sobre un hecho real. Hay que formularla de forma concreta y se debe poder comprobar. Es consecuencia de la observación. Siguiendo el método científico demostraremos si es o no cierta.
- Experimentación:** se repite el fenómeno observado en condiciones controladas, para saber qué variables influyen en él y cómo lo hacen. Las variables pueden ser dependientes, independientes o de control.
- Análisis de datos:** se representan los datos en tablas o en gráficos para conocer la relación entre las variables.

Como resultado del análisis, la hipótesis puede ser:

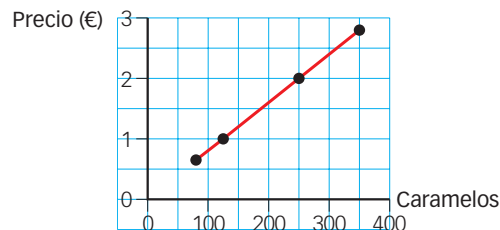
- Falsa: hay que formular una nueva hipótesis y repetir el proceso.
- Cierta: se puede enunciar una ley o una teoría.

Una **teoría científica** es una explicación a una serie de hechos demostrados mediante leyes científicas. Permite predecir fenómenos desconocidos.

Tipos de gráficas

Una gráfica representa la relación entre dos variables. Dependiendo de su forma, podemos establecer la relación matemática entre las variables.

Línea recta ascendente



Las magnitudes son directamente proporcionales. Los incrementos tienen el mismo signo ($k > 0$).

- Si pasa por el punto $(0, 0)$: $y = k \cdot x$.
- Si corta a uno de los ejes: $y = k \cdot x + n$, donde n es el valor de y cuando x vale 0.

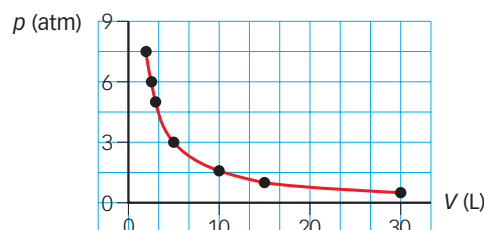
Línea recta descendente



Las magnitudes son directamente proporcionales. Los incrementos tienen signo opuesto ($k < 0$).

- Si pasa por el punto $(0, 0)$: $y = -k \cdot x$.
- Si corta a uno de los ejes: $y = -k \cdot x + n$, donde n es el valor de y cuando x vale 0.

Hipérbola equilátera



Las magnitudes son inversamente proporcionales.

- $y \cdot x = k$.

ACTIVIDADES

5 Imagínate recorriendo una pista en bicicleta.

- Escribe algunas observaciones y define un problema que puedes estudiar relacionado con el movimiento.
- Enuncia una hipótesis y diseña un experimento.
- ¿Qué datos vas a tomar? ¿Cómo los puedes analizar?

La investigación científica

La investigación científica es una actividad humana que tiene como objetivo conocer el mundo y los fenómenos que en él se producen, saber por qué ocurren dichos fenómenos y aplicarlo a la solución de problemas.

La elección del tema sobre el que se lleva a cabo una investigación científica depende de múltiples factores. Algunos de ellos son:

- **La aparición de una nueva enfermedad.** En el último cuarto del siglo XX se detectó en África lo que hoy se identifica como enfermedad del ébola. Actualmente se investiga un tratamiento eficaz que permita su curación.
- **Intereses políticos y económicos.** La investigación aeroespacial experimentó un gran impulso a mediados del siglo XX, cuando EE.UU. y la antigua URSS hicieron de sus logros un modo de expresar su supremacía.
- **El propio interés científico.** En los primeros años del siglo XXI se completó el mapa de las partículas elementales que forman la materia. El descubrimiento de las distintas partículas se llevó a cabo en grandes laboratorios como el Fermilab, en EE.UU., o el CERN, en Europa.



1.1. Las fuentes de información

Quando se finaliza un estudio, se publican los resultados con el fin de darlos a conocer. Esto se puede aprovechar para solucionar problemas relacionados con el estudio o como base de otras investigaciones. Las publicaciones se denominan por ello fuentes de información.

Actualmente, los medios informáticos nos permiten consultar múltiples fuentes de información en un breve espacio de tiempo. Pero no todas son igual de fiables. Son medios muy fiables:

- Las **revistas científicas** con reconocimiento internacional, como *Nature*, *Physics Today*, etc. Los trabajos que se publican en ellas incluyen los datos de la investigación realizada, el centro de investigación y el nombre de los participantes. Antes de su publicación, un comité de científicos estudia su calidad.
- Las publicaciones de los **grandes centros de investigación y sociedades científicas**, como la NASA, el CERN, el CSIC, etc.

Son medios menos relevantes:

- Los medios de comunicación general, como periódicos, revistas o cadenas de radio y televisión, suelen rebajar el nivel científico para que sea comprensible por el público en general, aunque algunos citan o enlazan con la información original para que se pueda consultar si se desea.

Son medios poco fiables:

- Las revistas o páginas sensacionalistas. Con frecuencia dan solo la información llamativa sin aclarar cómo se obtuvo.
- Las publicaciones que tienen intereses económicos. No es muy fiable que una empresa alimentaria publique que «su alimento» es muy beneficioso para la salud.



En Internet debemos fiarnos, sobre todo, de fuentes de información relacionadas con **centros de investigación** o **revistas científicas especializadas**.

SABER HACER



Valorar una fuente de información

A la izquierda se muestra un artículo publicado en un periódico relevante. En el centro se muestra una noticia publicada sobre el mismo tema en una revista que pretende ser divulgativa. A la derecha se muestran unas imágenes de las páginas del artículo publicado en una revista científica.

EL PAÍS

Un estudio vincula los edulcorantes artificiales con diabetes y obesidad

- El trabajo, publicado en 'Nature', relaciona estos aditivos con cambios en la flora intestinal
- Las conclusiones más concluyentes se han obtenido de experimentos con ratones

[...] Otros especialistas son mucho menos contundentes y matizan seriamente las conclusiones a las que ha llegado el grupo israelí. Es el caso de Miguel Ángel Rubio, secretario de la [Sociedad Española de Endocrinología y Nutrición](#), quien destaca que la mayoría de los estudios realizados hasta el momento no han encontrado problemas para la salud por el consumo de edulcorantes en las dosis habituales. [...] destaca el hecho de que el ensayo en humanos sea muy limitado (solo siete personas) y no arroje resultados tan concluyentes como en ratones: "no se pueden sacar conclusiones de este trabajo de los efectos en humanos", insiste.

Fuente: *El País*.

Edulcorantes artificiales ligados a diabetes

Un nuevo estudio encontró que en realidad aceleran la intolerancia a la glucosa.

Ciertas bacterias intestinales pueden inducir cambios metabólicos después de la exposición a edulcorantes artificiales.

Los edulcorantes artificiales, aconsejados por los nutricionistas como una ayuda para perder peso y prevenir la diabetes, en realidad podrían acelerar el desarrollo de la intolerancia a la glucosa y la enfermedad metabólica. Esa es la principal conclusión de una investigación, publicada esta semana en la revista *Nature*, que sostiene que dicho efecto ocurre al cambiar la composición y función de la microbiota intestinal —la población de bacterias que residen en el intestino—.

Los experimentos, llevados a cabo en ratones y seres humanos, muestran que el uso generalizado de edulcorantes artificiales en las bebidas y los alimentos pueden contribuir al aumento de obesidad y diabetes que afecta a gran parte de la población mundial.

El trabajo actual, liderado por los científicos del Instituto Weizmann de Ciencias (Israel) Eran Elinav y Eran Segal, ha descubierto que los edulcorantes artificiales, a pesar de no contener azúcar, poseen un efecto directo sobre la capacidad del cuerpo para utilizar la glucosa.

[...] Pero, ¿funciona el microbioma humano de la misma manera? Para probarlo, Elinav y Segal analizaron los datos recogidos de su Proyecto de Nutrición Personalizada, el mayor ensayo realizado en humanos hasta la fecha para conocer la conexión entre nutrición y microbiota.

[...] Los hallazgos mostraron que muchos de los voluntarios habían empezado a desarrollar intolerancia a la glucosa después de solo una semana de consumo de edulcorantes artificiales.

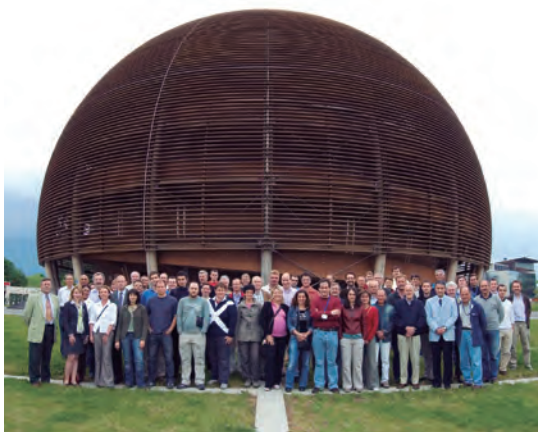
[...] Si quieres leer el resumen del estudio entra a [Nature](#)

Fuente: Revista *Quo*.

ARTICLE

Artificial sweeteners induce glucose intolerance by altering the gut microbiota

Joshua Rhee¹, Tal Korem², David Zeevi³, Gilad Ophir⁴, Shagrir⁵, Chertkov⁶, D. Shalev⁷, Ori Marel⁸, David Shalev⁹, Yael Zeevi¹⁰, Yael Zeevi¹¹, Yael Zeevi¹², Yael Zeevi¹³, Yael Zeevi¹⁴, Yael Zeevi¹⁵, Yael Zeevi¹⁶, Yael Zeevi¹⁷, Yael Zeevi¹⁸, Yael Zeevi¹⁹, Yael Zeevi²⁰, Yael Zeevi²¹, Yael Zeevi²², Yael Zeevi²³, Yael Zeevi²⁴, Yael Zeevi²⁵, Yael Zeevi²⁶, Yael Zeevi²⁷, Yael Zeevi²⁸, Yael Zeevi²⁹, Yael Zeevi³⁰, Yael Zeevi³¹, Yael Zeevi³², Yael Zeevi³³, Yael Zeevi³⁴, Yael Zeevi³⁵, Yael Zeevi³⁶, Yael Zeevi³⁷, Yael Zeevi³⁸, Yael Zeevi³⁹, Yael Zeevi⁴⁰, Yael Zeevi⁴¹, Yael Zeevi⁴², Yael Zeevi⁴³, Yael Zeevi⁴⁴, Yael Zeevi⁴⁵, Yael Zeevi⁴⁶, Yael Zeevi⁴⁷, Yael Zeevi⁴⁸, Yael Zeevi⁴⁹, Yael Zeevi⁵⁰, Yael Zeevi⁵¹, Yael Zeevi⁵², Yael Zeevi⁵³, Yael Zeevi⁵⁴, Yael Zeevi⁵⁵, Yael Zeevi⁵⁶, Yael Zeevi⁵⁷, Yael Zeevi⁵⁸, Yael Zeevi⁵⁹, Yael Zeevi⁶⁰, Yael Zeevi⁶¹, Yael Zeevi⁶², Yael Zeevi⁶³, Yael Zeevi⁶⁴, Yael Zeevi⁶⁵, Yael Zeevi⁶⁶, Yael Zeevi⁶⁷, Yael Zeevi⁶⁸, Yael Zeevi⁶⁹, Yael Zeevi⁷⁰, Yael Zeevi⁷¹, Yael Zeevi⁷², Yael Zeevi⁷³, Yael Zeevi⁷⁴, Yael Zeevi⁷⁵, Yael Zeevi⁷⁶, Yael Zeevi⁷⁷, Yael Zeevi⁷⁸, Yael Zeevi⁷⁹, Yael Zeevi⁸⁰, Yael Zeevi⁸¹, Yael Zeevi⁸², Yael Zeevi⁸³, Yael Zeevi⁸⁴, Yael Zeevi⁸⁵, Yael Zeevi⁸⁶, Yael Zeevi⁸⁷, Yael Zeevi⁸⁸, Yael Zeevi⁸⁹, Yael Zeevi⁹⁰, Yael Zeevi⁹¹, Yael Zeevi⁹², Yael Zeevi⁹³, Yael Zeevi⁹⁴, Yael Zeevi⁹⁵, Yael Zeevi⁹⁶, Yael Zeevi⁹⁷, Yael Zeevi⁹⁸, Yael Zeevi⁹⁹, Yael Zeevi¹⁰⁰, Yael Zeevi¹⁰¹, Yael Zeevi¹⁰², Yael Zeevi¹⁰³, Yael Zeevi¹⁰⁴, Yael Zeevi¹⁰⁵, Yael Zeevi¹⁰⁶, Yael Zeevi¹⁰⁷, Yael Zeevi¹⁰⁸, Yael Zeevi¹⁰⁹, Yael Zeevi¹¹⁰, Yael Zeevi¹¹¹, Yael Zeevi¹¹², Yael Zeevi¹¹³, Yael Zeevi¹¹⁴, Yael Zeevi¹¹⁵, Yael Zeevi¹¹⁶, Yael Zeevi¹¹⁷, Yael Zeevi¹¹⁸, Yael Zeevi¹¹⁹, Yael Zeevi¹²⁰, Yael Zeevi¹²¹, Yael Zeevi¹²², Yael Zeevi¹²³, Yael Zeevi¹²⁴, Yael Zeevi¹²⁵, Yael Zeevi¹²⁶, Yael Zeevi¹²⁷, Yael Zeevi¹²⁸, Yael Zeevi¹²⁹, Yael Zeevi¹³⁰, Yael Zeevi¹³¹, Yael Zeevi¹³², Yael Zeevi¹³³, Yael Zeevi¹³⁴, Yael Zeevi¹³⁵, Yael Zeevi¹³⁶, Yael Zeevi¹³⁷, Yael Zeevi¹³⁸, Yael Zeevi¹³⁹, Yael Zeevi¹⁴⁰, Yael Zeevi¹⁴¹, Yael Zeevi¹⁴², Yael Zeevi¹⁴³, Yael Zeevi¹⁴⁴, Yael Zeevi¹⁴⁵, Yael Zeevi¹⁴⁶, Yael Zeevi¹⁴⁷, Yael Zeevi¹⁴⁸, Yael Zeevi¹⁴⁹, Yael Zeevi¹⁵⁰, Yael Zeevi¹⁵¹, Yael Zeevi¹⁵², Yael Zeevi¹⁵³, Yael Zeevi¹⁵⁴, Yael Zeevi¹⁵⁵, Yael Zeevi¹⁵⁶, Yael Zeevi¹⁵⁷, Yael Zeevi¹⁵⁸, Yael Zeevi¹⁵⁹, Yael Zeevi¹⁶⁰, Yael Zeevi¹⁶¹, Yael Zeevi¹⁶², Yael Zeevi¹⁶³, Yael Zeevi¹⁶⁴, Yael Zeevi¹⁶⁵, Yael Zeevi¹⁶⁶, Yael Zeevi¹⁶⁷, Yael Zeevi¹⁶⁸, Yael Zeevi¹⁶⁹, Yael Zeevi¹⁷⁰, Yael Zeevi¹⁷¹, Yael Zeevi¹⁷², Yael Zeevi¹⁷³, Yael Zeevi¹⁷⁴, Yael Zeevi¹⁷⁵, Yael Zeevi¹⁷⁶, Yael Zeevi¹⁷⁷, Yael Zeevi¹⁷⁸, Yael Zeevi¹⁷⁹, Yael Zeevi¹⁸⁰, Yael Zeevi¹⁸¹, Yael Zeevi¹⁸², Yael Zeevi¹⁸³, Yael Zeevi¹⁸⁴, Yael Zeevi¹⁸⁵, Yael Zeevi¹⁸⁶, Yael Zeevi¹⁸⁷, Yael Zeevi¹⁸⁸, Yael Zeevi¹⁸⁹, Yael Zeevi¹⁹⁰, Yael Zeevi¹⁹¹, Yael Zeevi¹⁹², Yael Zeevi¹⁹³, Yael Zeevi¹⁹⁴, Yael Zeevi¹⁹⁵, Yael Zeevi¹⁹⁶, Yael Zeevi¹⁹⁷, Yael Zeevi¹⁹⁸, Yael Zeevi¹⁹⁹, Yael Zeevi²⁰⁰, Yael Zeevi²⁰¹, Yael Zeevi²⁰², Yael Zeevi²⁰³, Yael Zeevi²⁰⁴, Yael Zeevi²⁰⁵, Yael Zeevi²⁰⁶, Yael Zeevi²⁰⁷, Yael Zeevi²⁰⁸, Yael Zeevi²⁰⁹, Yael Zeevi²¹⁰, Yael Zeevi²¹¹, Yael Zeevi²¹², Yael Zeevi²¹³, Yael Zeevi²¹⁴, Yael Zeevi²¹⁵, Yael Zeevi²¹⁶, Yael Zeevi²¹⁷, Yael Zeevi²¹⁸, Yael Zeevi²¹⁹, Yael Zeevi²²⁰, Yael Zeevi²²¹, Yael Zeevi²²², Yael Zeevi²²³, Yael Zeevi²²⁴, Yael Zeevi²²⁵, Yael Zeevi²²⁶, Yael Zeevi²²⁷, Yael Zeevi²²⁸, Yael Zeevi²²⁹, Yael Zeevi²³⁰, Yael Zeevi²³¹, Yael Zeevi²³², Yael Zeevi²³³, Yael Zeevi²³⁴, Yael Zeevi²³⁵, Yael Zeevi²³⁶, Yael Zeevi²³⁷, Yael Zeevi²³⁸, Yael Zeevi²³⁹, Yael Zeevi²⁴⁰, Yael Zeevi²⁴¹, Yael Zeevi²⁴², Yael Zeevi²⁴³, Yael Zeevi²⁴⁴, Yael Zeevi²⁴⁵, Yael Zeevi²⁴⁶, Yael Zeevi²⁴⁷, Yael Zeevi²⁴⁸, Yael Zeevi²⁴⁹, Yael Zeevi²⁵⁰, Yael Zeevi²⁵¹, Yael Zeevi²⁵², Yael Zeevi²⁵³, Yael Zeevi²⁵⁴, Yael Zeevi²⁵⁵, Yael Zeevi²⁵⁶, Yael Zeevi²⁵⁷, Yael Zeevi²⁵⁸, Yael Zeevi²⁵⁹, Yael Zeevi²⁶⁰, Yael Zeevi²⁶¹, Yael Zeevi²⁶², Yael Zeevi²⁶³, Yael Zeevi²⁶⁴, Yael Zeevi²⁶⁵, Yael Zeevi²⁶⁶, Yael Zeevi²⁶⁷, Yael Zeevi²⁶⁸, Yael Zeevi²⁶⁹, Yael Zeevi²⁷⁰, Yael Zeevi²⁷¹, Yael Zeevi²⁷², Yael Zeevi²⁷³, Yael Zeevi²⁷⁴, Yael Zeevi²⁷⁵, Yael Zeevi²⁷⁶, Yael Zeevi²⁷⁷, Yael Zeevi²⁷⁸, Yael Zeevi²⁷⁹, Yael Zeevi²⁸⁰, Yael Zeevi²⁸¹, Yael Zeevi²⁸², Yael Zeevi²⁸³, Yael Zeevi²⁸⁴, Yael Zeevi²⁸⁵, Yael Zeevi²⁸⁶, Yael Zeevi²⁸⁷, Yael Zeevi²⁸⁸, Yael Zeevi²⁸⁹, Yael Zeevi²⁹⁰, Yael Zeevi²⁹¹, Yael Zeevi²⁹², Yael Zeevi²⁹³, Yael Zeevi²⁹⁴, Yael Zeevi²⁹⁵, Yael Zeevi²⁹⁶, Yael Zeevi²⁹⁷, Yael Zeevi²⁹⁸, Yael Zeevi²⁹⁹, Yael Zeevi³⁰⁰, Yael Zeevi³⁰¹, Yael Zeevi³⁰², Yael Zeevi³⁰³, Yael Zeevi³⁰⁴, Yael Zeevi³⁰⁵, Yael Zeevi³⁰⁶, Yael Zeevi³⁰⁷, Yael Zeevi³⁰⁸, Yael Zeevi³⁰⁹, Yael Zeevi³¹⁰, Yael Zeevi³¹¹, Yael Zeevi³¹², Yael Zeevi³¹³, Yael Zeevi³¹⁴, Yael Zeevi³¹⁵, Yael Zeevi³¹⁶, Yael Zeevi³¹⁷, Yael Zeevi³¹⁸, Yael Zeevi³¹⁹, Yael Zeevi³²⁰, Yael Zeevi³²¹, Yael Zeevi³²², Yael Zeevi³²³, Yael Zeevi³²⁴, Yael Zeevi³²⁵, Yael Zeevi³²⁶, Yael Zeevi³²⁷, Yael Zeevi³²⁸, Yael Zeevi³²⁹, Yael Zeevi³³⁰, Yael Zeevi³³¹, Yael Zeevi³³², Yael Zeevi³³³, Yael Zeevi³³⁴, Yael Zeevi³³⁵, Yael Zeevi³³⁶, Yael Zeevi³³⁷, Yael Zeevi³³⁸, Yael Zeevi³³⁹, Yael Zeevi³⁴⁰, Yael Zeevi³⁴¹, Yael Zeevi³⁴², Yael Zeevi³⁴³, Yael Zeevi³⁴⁴, Yael Zeevi³⁴⁵, Yael Zeevi³⁴⁶, Yael Zeevi³⁴⁷, Yael Zeevi³⁴⁸, Yael Zeevi³⁴⁹, Yael Zeevi³⁵⁰, Yael Zeevi³⁵¹, Yael Zeevi³⁵², Yael Zeevi³⁵³, Yael Zeevi³⁵⁴, Yael Zeevi³⁵⁵, Yael Zeevi³⁵⁶, Yael Zeevi³⁵⁷, Yael Zeevi³⁵⁸, Yael Zeevi³⁵⁹, Yael Zeevi³⁶⁰, Yael Zeevi³⁶¹, Yael Zeevi³⁶², Yael Zeevi³⁶³, Yael Zeevi³⁶⁴, Yael Zeevi³⁶⁵, Yael Zeevi³⁶⁶, Yael Zeevi³⁶⁷, Yael Zeevi³⁶⁸, Yael Zeevi³⁶⁹, Yael Zeevi³⁷⁰, Yael Zeevi³⁷¹, Yael Zeevi³⁷², Yael Zeevi³⁷³, Yael Zeevi³⁷⁴, Yael Zeevi³⁷⁵, Yael Zeevi³⁷⁶, Yael Zeevi³⁷⁷, Yael Zeevi³⁷⁸, Yael Zeevi³⁷⁹, Yael Zeevi³⁸⁰, Yael Zeevi³⁸¹, Yael Zeevi³⁸², Yael Zeevi³⁸³, Yael Zeevi³⁸⁴, Yael Zeevi³⁸⁵, Yael Zeevi³⁸⁶, Yael Zeevi³⁸⁷, Yael Zeevi³⁸⁸, Yael Zeevi³⁸⁹, Yael Zeevi³⁹⁰, Yael Zeevi³⁹¹, Yael Zeevi³⁹², Yael Zeevi³⁹³, Yael Zeevi³⁹⁴, Yael Zeevi³⁹⁵, Yael Zeevi³⁹⁶, Yael Zeevi³⁹⁷, Yael Zeevi³⁹⁸, Yael Zeevi³⁹⁹, Yael Zeevi⁴⁰⁰, Yael Zeevi⁴⁰¹, Yael Zeevi⁴⁰², Yael Zeevi⁴⁰³, Yael Zeevi⁴⁰⁴, Yael Zeevi⁴⁰⁵, Yael Zeevi⁴⁰⁶, Yael Zeevi⁴⁰⁷, Yael Zeevi⁴⁰⁸, Yael Zeevi⁴⁰⁹, Yael Zeevi⁴¹⁰, Yael Zeevi⁴¹¹, Yael Zeevi⁴¹², Yael Zeevi⁴¹³, Yael Zeevi⁴¹⁴, Yael Zeevi⁴¹⁵, Yael Zeevi⁴¹⁶, Yael Zeevi⁴¹⁷, Yael Zeevi⁴¹⁸, Yael Zeevi⁴¹⁹, Yael Zeevi⁴²⁰, Yael Zeevi⁴²¹, Yael Zeevi⁴²², Yael Zeevi⁴²³, Yael Zeevi⁴²⁴, Yael Zeevi⁴²⁵, Yael Zeevi⁴²⁶, Yael Zeevi⁴²⁷, Yael Zeevi⁴²⁸, Yael Zeevi⁴²⁹, Yael Zeevi⁴³⁰, Yael Zeevi⁴³¹, Yael Zeevi⁴³², Yael Zeevi⁴³³, Yael Zeevi⁴³⁴, Yael Zeevi⁴³⁵, Yael Zeevi⁴³⁶, Yael Zeevi⁴³⁷, Yael Zeevi⁴³⁸, Yael Zeevi⁴³⁹, Yael Zeevi⁴⁴⁰, Yael Zeevi⁴⁴¹, Yael Zeevi⁴⁴², Yael Zeevi⁴⁴³, Yael Zeevi⁴⁴⁴, Yael Zeevi⁴⁴⁵, Yael Zeevi⁴⁴⁶, Yael Zeevi⁴⁴⁷, Yael Zeevi⁴⁴⁸, Yael Zeevi⁴⁴⁹, Yael Zeevi⁴⁵⁰, Yael Zeevi⁴⁵¹, Yael Zeevi⁴⁵², Yael Zeevi⁴⁵³, Yael Zeevi⁴⁵⁴, Yael Zeevi⁴⁵⁵, Yael Zeevi⁴⁵⁶, Yael Zeevi⁴⁵⁷, Yael Zeevi⁴⁵⁸, Yael Zeevi⁴⁵⁹, Yael Zeevi⁴⁶⁰, Yael Zeevi⁴⁶¹, Yael Zeevi⁴⁶², Yael Zeevi⁴⁶³, Yael Zeevi⁴⁶⁴, Yael Zeevi⁴⁶⁵, Yael Zeevi⁴⁶⁶, Yael Zeevi⁴⁶⁷, Yael Zeevi⁴⁶⁸, Yael Zeevi⁴⁶⁹, Yael Zeevi⁴⁷⁰, Yael Zeevi⁴⁷¹, Yael Zeevi⁴⁷², Yael Zeevi⁴⁷³, Yael Zeevi⁴⁷⁴, Yael Zeevi⁴⁷⁵, Yael Zeevi⁴⁷⁶, Yael Zeevi⁴⁷⁷, Yael Zeevi⁴⁷⁸, Yael Zeevi⁴⁷⁹, Yael Zeevi⁴⁸⁰, Yael Zeevi⁴⁸¹, Yael Zeevi⁴⁸², Yael Zeevi⁴⁸³, Yael Zeevi⁴⁸⁴, Yael Zeevi⁴⁸⁵, Yael Zeevi⁴⁸⁶, Yael Zeevi⁴⁸⁷, Yael Zeevi⁴⁸⁸, Yael Zeevi⁴⁸⁹, Yael Zeevi⁴⁹⁰, Yael Zeevi⁴⁹¹, Yael Zeevi⁴⁹², Yael Zeevi⁴⁹³, Yael Zeevi⁴⁹⁴, Yael Zeevi⁴⁹⁵, Yael Zeevi⁴⁹⁶, Yael Zeevi⁴⁹⁷, Yael Zeevi⁴⁹⁸, Yael Zeevi⁴⁹⁹, Yael Zeevi⁵⁰⁰, Yael Zeevi⁵⁰¹, Yael Zeevi⁵⁰², Yael Zeevi⁵⁰³, Yael Zeevi⁵⁰⁴, Yael Zeevi⁵⁰⁵, Yael Zeevi⁵⁰⁶, Yael Zeevi⁵⁰⁷, Yael Zeevi⁵⁰⁸, Yael Zeevi⁵⁰⁹, Yael Zeevi⁵¹⁰, Yael Zeevi⁵¹¹, Yael Zeevi⁵¹², Yael Zeevi⁵¹³, Yael Zeevi⁵¹⁴, Yael Zeevi⁵¹⁵, Yael Zeevi⁵¹⁶, Yael Zeevi⁵¹⁷, Yael Zeevi⁵¹⁸, Yael Zeevi⁵¹⁹, Yael Zeevi⁵²⁰, Yael Zeevi⁵²¹, Yael Zeevi⁵²², Yael Zeevi⁵²³, Yael Zeevi⁵²⁴, Yael Zeevi⁵²⁵, Yael Zeevi⁵²⁶, Yael Zeevi⁵²⁷, Yael Zeevi⁵²⁸, Yael Zeevi⁵²⁹, Yael Zeevi⁵³⁰, Yael Zeevi⁵³¹, Yael Zeevi⁵³², Yael Zeevi⁵³³, Yael Zeevi⁵³⁴, Yael Zeevi⁵³⁵, Yael Zeevi⁵³⁶, Yael Zeevi⁵³⁷, Yael Zeevi⁵³⁸, Yael Zeevi⁵³⁹, Yael Zeevi⁵⁴⁰, Yael Zeevi⁵⁴¹, Yael Zeevi⁵⁴², Yael Zeevi⁵⁴³, Yael Zeevi⁵⁴⁴, Yael Zeevi⁵⁴⁵, Yael Zeevi⁵⁴⁶, Yael Zeevi⁵⁴⁷, Yael Zeevi⁵⁴⁸, Yael Zeevi⁵⁴⁹, Yael Zeevi⁵⁵⁰, Yael Zeevi⁵⁵¹, Yael Zeevi⁵⁵², Yael Zeevi⁵⁵³, Yael Zeevi⁵⁵⁴, Yael Zeevi⁵⁵⁵, Yael Zeevi⁵⁵⁶, Yael Zeevi⁵⁵⁷, Yael Zeevi⁵⁵⁸, Yael Zeevi⁵⁵⁹, Yael Zeevi⁵⁶⁰, Yael Zeevi⁵⁶¹, Yael Zeevi⁵⁶², Yael Zeevi⁵⁶³, Yael Zeevi⁵⁶⁴, Yael Zeevi⁵⁶⁵, Yael Zeevi⁵⁶⁶, Yael Zeevi⁵⁶⁷, Yael Zeevi⁵⁶⁸, Yael Zeevi⁵⁶⁹, Yael Zeevi⁵⁷⁰, Yael Zeevi⁵⁷¹, Yael Zeevi⁵⁷², Yael Zeevi⁵⁷³, Yael Zeevi⁵⁷⁴, Yael Zeevi⁵⁷⁵, Yael Zeevi⁵⁷⁶, Yael Zeevi⁵⁷⁷, Yael Zeevi⁵⁷⁸, Yael Zeevi⁵⁷⁹, Yael Zeevi⁵⁸⁰, Yael Zeevi⁵⁸¹, Yael Zeevi⁵⁸², Yael Zeevi⁵⁸³, Yael Zeevi⁵⁸⁴, Yael Zeevi⁵⁸⁵, Yael Zeevi⁵⁸⁶, Yael Zeevi⁵⁸⁷, Yael Zeevi⁵⁸⁸, Yael Zeevi⁵⁸⁹, Yael Zeevi⁵⁹⁰, Yael Zeevi⁵⁹¹, Yael Zeevi⁵⁹², Yael Zeevi⁵⁹³, Yael Zeevi⁵⁹⁴, Yael Zeevi⁵⁹⁵, Yael Zeevi⁵⁹⁶, Yael Zeevi⁵⁹⁷, Yael Zeevi⁵⁹⁸, Yael Zeevi⁵⁹⁹, Yael Zeevi⁶⁰⁰, Yael Zeevi⁶⁰¹, Yael Zeevi⁶⁰², Yael Zeevi⁶⁰³, Yael Zeevi⁶⁰⁴, Yael Zeevi⁶⁰⁵, Yael Zeevi⁶⁰⁶, Yael Zeevi⁶⁰⁷, Yael Zeevi⁶⁰⁸, Yael Zeevi⁶⁰⁹, Yael Zeevi⁶¹⁰, Yael Zeevi⁶¹¹, Yael Zeevi⁶¹², Yael Zeevi⁶¹³, Yael Zeevi⁶¹⁴, Yael Zeevi⁶¹⁵, Yael Zeevi⁶¹⁶, Yael Zeevi⁶¹⁷, Yael Zeevi⁶¹⁸, Yael Zeevi⁶¹⁹, Yael Zeevi⁶²⁰, Yael Zeevi⁶²¹, Yael Zeevi⁶²², Yael Zeevi⁶²³, Yael Zeevi⁶²⁴, Yael Zeevi⁶²⁵, Yael Zeevi⁶²⁶, Yael Zeevi⁶²⁷, Yael Zeevi⁶²⁸, Yael Zeevi⁶²⁹, Yael Zeevi⁶³⁰, Yael Zeevi⁶³¹, Yael Zeevi⁶³², Yael Zeevi⁶³³, Yael Zeevi⁶³⁴, Yael Zeevi⁶³⁵, Yael Zeevi⁶³⁶, Yael Zeevi⁶³⁷, Yael Zeevi⁶³⁸, Yael Zeevi⁶³⁹, Yael Zeevi⁶⁴⁰, Yael Zeevi⁶⁴¹, Yael Zeevi⁶⁴², Yael Zeevi⁶⁴³, Yael Zeevi⁶⁴⁴, Yael Zeevi⁶⁴⁵, Yael Zeevi⁶⁴⁶, Yael Zeevi⁶⁴⁷, Yael Zeevi⁶⁴⁸, Yael Zeevi⁶⁴⁹, Yael Zeevi⁶⁵⁰, Yael Zeevi⁶⁵¹, Yael Zeevi⁶⁵², Yael Zeevi⁶⁵³, Yael Zeevi⁶⁵⁴, Yael Zeevi⁶⁵⁵, Yael Zeevi⁶⁵⁶, Yael Zeevi⁶⁵⁷, Yael Zeevi⁶⁵⁸, Yael Zeevi⁶⁵⁹, Yael Zeevi⁶⁶⁰, Yael Zeevi⁶⁶¹, Yael Zeevi⁶⁶², Yael Zeevi⁶⁶³, Yael Zeevi⁶⁶⁴, Yael Zeevi⁶⁶⁵, Yael Zeevi⁶⁶⁶, Yael Zeevi⁶⁶⁷, Yael Zeevi⁶⁶⁸, Yael Zeevi⁶⁶⁹, Yael Zeevi⁶⁷⁰, Yael Zeevi⁶⁷¹, Yael Zeevi⁶⁷², Yael Zeevi⁶⁷³, Yael Zeevi⁶⁷⁴, Yael Zeevi⁶⁷⁵, Yael Zeevi⁶⁷⁶, Yael Zeevi⁶⁷⁷, Yael Zeevi⁶⁷⁸, Yael Zeevi⁶⁷⁹, Yael Zeevi⁶⁸⁰, Yael Zeevi⁶⁸¹, Yael Zeevi⁶⁸², Yael Zeevi⁶⁸³, Yael Zeevi⁶⁸⁴, Yael Zeevi⁶⁸⁵, Yael Zeevi⁶⁸⁶, Yael Zeevi⁶⁸⁷, Yael Zeevi⁶⁸⁸, Yael Zeevi⁶⁸⁹, Yael Zeevi⁶⁹⁰, Yael Zeevi⁶⁹¹, Yael Zeevi⁶⁹², Yael Zeevi⁶⁹³, Yael Zeevi⁶⁹⁴, Yael Zeevi⁶⁹⁵, Yael Zeevi⁶⁹⁶, Yael Zeevi⁶⁹⁷, Yael Zeevi⁶⁹⁸, Yael Zeevi⁶⁹⁹, Yael Zeevi⁷⁰⁰, Yael Zeevi⁷⁰¹, Yael Zeevi⁷⁰², Yael Zeevi⁷⁰³, Yael Zeevi⁷⁰⁴, Yael Zeevi⁷⁰⁵, Yael Zeevi⁷⁰⁶, Yael Zeevi⁷⁰⁷, Yael Zeevi⁷⁰⁸, Yael Zeevi⁷⁰⁹, Yael Zeevi⁷¹⁰, Yael Zeevi⁷¹¹, Yael Zeevi⁷¹², Yael Zeevi⁷¹³, Yael Zeevi⁷¹⁴, Yael Zeevi⁷¹⁵, Yael Zeevi⁷¹⁶, Yael Zeevi⁷¹⁷, Yael Zeevi⁷¹⁸, Yael Zeevi⁷¹⁹, Yael Zeevi⁷²⁰, Yael Zeevi⁷²¹, Yael Zeevi⁷²², Yael Zeevi⁷²³, Yael Zeevi⁷²⁴, Yael Zeevi⁷²⁵, Yael Zeevi⁷²⁶, Yael Zeevi⁷²⁷, Yael Zeevi⁷²⁸, Yael Zeevi⁷²⁹, Yael Zeevi⁷³⁰, Yael Zeevi⁷³¹, Yael Zeevi⁷³², Yael Zeevi⁷³³, Yael Zeevi⁷³⁴, Yael Zeevi⁷³⁵, Yael Zeevi⁷³⁶, Yael Zeevi⁷³⁷, Yael Zeevi⁷³⁸, Yael Zeevi⁷³⁹, Yael Zeevi⁷⁴⁰, Yael Zeevi⁷⁴¹, Yael Zeevi⁷⁴², Yael Zeevi⁷⁴³, Yael Zeevi⁷⁴⁴, Yael Zeevi⁷⁴⁵, Yael Zeevi⁷⁴⁶, Yael Zeevi⁷⁴⁷, Yael Zeevi⁷⁴⁸, Yael Zeevi⁷⁴⁹, Yael Zeevi⁷⁵⁰, Yael Zeevi⁷⁵¹, Yael Zeevi⁷⁵², Yael Zeevi⁷⁵³, Yael Zeevi⁷⁵⁴, Yael Zeevi⁷⁵⁵, Yael Zeevi⁷⁵⁶, Yael Zeevi⁷⁵⁷, Yael Zeevi⁷⁵⁸, Yael Zeevi⁷⁵⁹, Yael Zeevi⁷⁶⁰, Yael Zeevi⁷⁶¹, Yael Zeevi⁷⁶², Yael Zeevi⁷⁶³, Yael Zeevi⁷⁶⁴, Yael Zeevi⁷⁶⁵, Yael Zeevi⁷⁶⁶, Yael Zeevi⁷⁶⁷, Yael Zeevi⁷⁶⁸, Yael Zeevi⁷⁶⁹, Yael Zeevi⁷⁷⁰, Yael Zeevi⁷⁷¹, Yael Zeevi⁷⁷², Yael Zeevi⁷⁷³, Yael Zeevi⁷⁷⁴, Yael Zeevi⁷⁷⁵, Yael Zeevi⁷⁷⁶, Yael Zeevi⁷⁷⁷, Yael Zeevi⁷⁷⁸, Yael Zeevi⁷⁷⁹, Y



En 2013, el descubrimiento del **bosón de Higgs** completó el mapa de las partículas elementales de la materia. Fue un trabajo de muchos años en el que participaron grupos de investigación integrados por hombres y mujeres de muchos países diferentes, como los científicos del CERN de la fotografía.

ACTIVIDADES

7 Explica por qué no se pueden aceptar las siguientes expresiones como hipótesis:

- ¿Cómo se transmite el virus del ébola?
- Los agujeros negros están formados por hidrógeno y helio.

8 El 23 de marzo de 1989 Stanley Pons y Martin Fleischmann anunciaron que habían conseguido una reacción de fusión nuclear a baja temperatura. Investiga por qué no se aceptó el hecho.

1.2. Desde la hipótesis hasta la ley o la teoría científica

Una vez identificado el problema que se va a investigar, el siguiente paso es establecer la hipótesis que queremos comprobar.

Una **hipótesis** es una suposición sobre un hecho real. Hay que formularla de forma concreta y se debe poder comprobar.

Las siguientes expresiones son ejemplos de hipótesis:

- El virus del ébola se transmite por fluidos corporales.
- El agua se dilata cuando se calienta y se contrae cuando se enfría.
- El Sol está formado por hidrógeno y helio.

Para comprobar la hipótesis hay que diseñar un **experimento** que permita afirmar con claridad si es cierta o no.

Para investigar un problema de salud humana se pueden utilizar animales de experimentación, o dispositivos de laboratorio que simulen órganos funcionando. Solo si hay resultados concluyentes y se puede trabajar con seguridad se realizan ensayos en humanos.

Cuando un experimento requiere medir magnitudes, se estudia el modo de reducir el error de cada medición. Se desarrollan series de ensayos para conocer lo que sucede en diversas condiciones. De un ensayo al siguiente solo debe variar una magnitud. Así, para medir la dilatación del agua se introduce una cantidad fija en un recipiente que permita medir su volumen, y se calienta o enfría midiendo su volumen cada intervalo (por ejemplo, cada 3 °C).

Los datos de los experimentos se recogen en tablas o gráficas. De su interpretación deducimos si la hipótesis es cierta o no.

Una **ley científica** es una hipótesis confirmada. Con frecuencia establece la relación que existe entre las variables estudiadas.

Una ley científica se expresa con una frase o una fórmula matemática:

- Los planetas giran alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas.
- Si un gas ideal sufre transformaciones a temperatura constante, el producto de su presión por su volumen es constante: $p \cdot V = \text{cte}$.

A veces se puede dar una explicación de por qué se cumplen una o varias leyes científicas. Esta explicación es una teoría científica. Por ejemplo, de las leyes de los gases se dedujo la teoría cinética.

Una **teoría** es una explicación razonable de varias leyes relacionadas.

Las investigaciones y sus resultados deben ser publicados para que la comunidad científica los conozca. Para que se acepten debe ser posible reproducir las experiencias y obtener los mismos resultados.

Las teorías científicas se aceptan mientras no se produzcan descubrimientos que obliguen a modificarlas. Así, la teoría atómica de Dalton, que afirmaba que la materia estaba formada por átomos indivisibles, fue rechazada cuando se descubrió el electrón.

2

Las magnitudes

Una magnitud es cualquier característica de la materia, o de los cambios que experimenta la materia, que podemos medir.

Con frecuencia, durante una investigación científica hay que medir el valor de una o varias magnitudes. Para algunas, basta con indicar su valor, pero en otros casos hay que especificar la dirección y sentido en que actúan.

Por tanto, distinguimos dos tipos de magnitudes:

- **Magnitudes escalares:** para expresar su valor basta con indicar un número y una unidad. Ejemplos: la masa, el tiempo, etc.
- **Magnitudes vectoriales:** para expresar su valor, además del número y la unidad, hay que indicar la dirección y el sentido en que actúan. Ejemplos: la fuerza, la velocidad, etc. Se escribe el símbolo de la magnitud con una flecha encima: $\vec{F}$, $\vec{v}$, etc.

Magnitudes escalares		Magnitudes vectoriales	
A 	B 	A 	B 
A. La masa de la manzana es 167 g. B. El tiempo transcurrido es 6 segundos y 30 centésimas de segundo.		A. Fuerza de 20 N, horizontal hacia la izquierda. B. Fuerza de 20 N, vertical hacia arriba.	

2.1. El Sistema Internacional de unidades

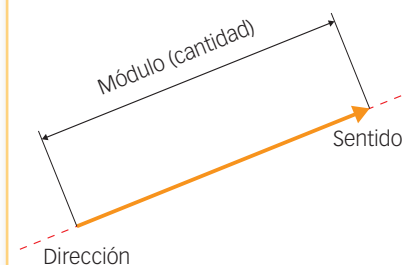
Para facilitar el intercambio de información científica, en la IX Conferencia General de Pesas y Medidas se acordó un Sistema Internacional de unidades (SI). Se celebró en 1960 y participaron 36 países, entre ellos, España. Progresivamente fue adoptado como norma legal por la mayoría de ellos. En España se aprobó en 1985.

El SI establece:

- Siete **magnitudes fundamentales**. Son las más básicas. Las demás magnitudes son derivadas y se pueden expresar en función de las fundamentales.
- Las **unidades** básicas para expresar las magnitudes fundamentales. Indica además cómo se deben calibrar los instrumentos de medida.
- Los **múltiplos** y **submúltiplos** para expresar otras cantidades de las magnitudes.
- **Normas de escritura** de los números y los símbolos de las magnitudes y las unidades.



PRESTA ATENCIÓN



Para expresar una magnitud vectorial hay que especificar su:

- **Módulo:** es la cantidad o valor numérico.
- **Dirección:** viene dada por la línea discontinua.
- **Sentido:** viene dado por la punta de la flecha.

ACTIVIDADES

- 9 Clasifica las siguientes magnitudes como escalares o vectoriales:
 - a) Velocidad.
 - b) Desplazamiento.
 - c) Volumen.
 - d) Densidad.
- 10 Razona si las siguientes afirmaciones expresan la medida con exactitud.
 - a) El coche circula a 20 km/h.
 - b) La densidad del líquido es 1,3 g/mL.
 - c) Se ha desplazado 5 m.
 - d) La longitud del cuaderno es 29 cm.

2.2. Ecuación de dimensiones

La ecuación de dimensiones relaciona una magnitud derivada con las magnitudes fundamentales. Es muy útil para establecer relaciones entre las unidades.

En la ecuación de dimensiones no se tiene en cuenta si la magnitud es escalar o vectorial.

➔ SABER HACER

Deducir la ecuación de dimensiones

Para expresar la ecuación de dimensiones de una magnitud derivada, escribe la ecuación física que la relaciona con las magnitudes fundamentales.

Representa cada magnitud con su símbolo. La magnitud derivada se escribe entre corchetes. Se transforma la expresión hasta que se escriba en una línea:

$$\text{velocidad} = \frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}}$$

$$[v] = \frac{L}{T} \rightarrow [v] = L \cdot T^{-1}$$

3. EJEMPLO RESUELTO

Escribe la ecuación de dimensiones de la magnitud aceleración.

1. Expresa la magnitud aceleración en función de las magnitudes que relaciona, hasta llegar a las magnitudes fundamentales.
2. Representa cada magnitud con su símbolo (la derivada entre corchetes).
3. Transforma la expresión hasta escribirla en una línea:

$$\text{aceleración} = \frac{\text{velocidad}}{\text{tiempo}} = \frac{\frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}}}{\text{tiempo}}$$

$$[a] = \frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} \rightarrow [a] = L \cdot T^{-2}$$

Análisis dimensional

El análisis dimensional es una técnica que sirve para analizar ecuaciones en las que intervienen varias magnitudes físicas.

Por ejemplo, se puede analizar la ecuación: $F \cdot t = m \cdot v$. [1]

Una ecuación es correcta si es idéntica la ecuación de dimensiones de lo que se escribe a ambos lados de la igualdad.

$$[F \cdot t] = M \cdot [a] \cdot T = M \cdot \frac{[v]}{T} \cdot T = M \cdot \frac{L}{T} = M \cdot L \cdot T^{-1}$$

$$[m \cdot v] = M \cdot [v] = M \cdot \frac{L}{T} = M \cdot L \cdot T^{-1}$$

El análisis dimensional demuestra que la ecuación [1] es coherente. Por tanto, se puede asegurar que las operaciones con sus unidades en el SI son correctas, es decir:

$$N \cdot s = kg \cdot \frac{m}{s} \quad \text{Newton} \cdot \text{segundo} = \text{kilogramo} \cdot \frac{\text{metro}}{\text{segundo}}$$

ACTIVIDADES

- 11** Escribe la ecuación de dimensiones de las siguientes magnitudes:

a) Fuerza. b) Densidad. c) Concentración.

- 12** Utiliza el análisis dimensional para comprobar si las siguientes ecuaciones son coherentes:

a) $p \cdot V = F \cdot L$ b) $v \cdot a = F \cdot m$

3

La medida y su error

Para medir el valor de una magnitud se usan instrumentos de medida. Un buen instrumento debe estar calibrado para medir unidades o fracciones de una unidad definida tal y como indica el SI de unidades.

Medir una magnitud es comparar su cantidad con una unidad definida de la misma para ver cuántas veces la contiene. Por ejemplo, una regla puede estar graduada en cm o en mm. El espaciado de 1 cm debe corresponder a lo que indica el SI. Para medir la longitud de un objeto, lo comparamos con una regla graduada.

3.1. Medidas directas e indirectas

Una **medida directa** es aquella que se obtiene aplicando un instrumento a la magnitud, como la medida de una longitud o la temperatura.

Una **medida indirecta** es aquella que no se realiza directamente. Con un instrumento realizamos algunas mediciones y posteriormente, mediante un cálculo, obtenemos la medida. Así, midiendo dos lados del rectángulo calculamos su perímetro o su área. Otro ejemplo: midiendo la masa y el volumen de un cuerpo obtenemos su densidad.

El número de **cifras significativas** de la medida indirecta depende de la operación que se haga con las medidas directas. En muchas ocasiones hay que redondear el resultado para ajustarlo.

3.2. Error de una medida

Todas las medidas conllevan un error que se puede deber a:

- Características del **instrumento**. Sobre todo precisión y exactitud.
- Características de la **persona** que mide. Para reducir este error se mide varias veces el mismo fenómeno y se calcula la media. Es importante despreciar los valores que se separan mucho del conjunto.

Error absoluto de una medida

El **error absoluto** (E_a) de una medida es el mayor de estos valores:

- La precisión del instrumento.
- El valor absoluto de la diferencia entre la media y el valor verdadero (o la media de varias medidas).

La medida se expresa como:

$$V_{\text{verdadero}} \pm E_a$$

Error relativo de una medida

Error relativo (E_r) es el cociente entre el error absoluto y el valor de una medida. Multiplicado por 100 indica el % E_r .

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{medido}}}; \quad \% E_r = \frac{E_a}{V_{\text{medido}}} \cdot 100$$



RECUERDA

Un instrumento se valora por:

- Cota inferior: menor valor que puede medir.
- Cota superior: mayor valor que puede medir.
- Precisión o sensibilidad: menor cantidad de variación de la magnitud que puede medir. Se lee en la división más pequeña.
- Exactitud: capacidad del instrumento para dar el valor verdadero de la medida.
- Fiabilidad: capacidad del instrumento para repetir el mismo valor siempre que se mida la misma cantidad.

Suma o resta de números

El resultado tiene tantos **decimales** como el número que menos tenga. Por ejemplo, el perímetro de un aula de 4,7 de largo y 3,8 de ancho es:

$$4,7 \text{ m} \cdot 2 + 3,8 \text{ m} \cdot 2 = 17,0 \text{ m}$$

Producto o cociente

El resultado tiene el mismo número de **cifras significativas** que el número que tenga menos. Por ejemplo:

$$\text{Área: } 4,7 \text{ m} \cdot 3,8 \text{ m} = 17,86 \rightarrow 18 \text{ m}^2$$



PRESTA ATENCIÓN

El error absoluto:

- Tiene unidades.
- Puede tener cualquier valor igual o mayor a la precisión del instrumento.

El error relativo:

- No tiene unidades.
- Es un número comprendido entre 0 y 1.
- Da la calidad de la medida.

4. EJEMPLO RESUELTO

Medimos con una cinta métrica de precisión 1 mm el ancho de un libro. A continuación, usamos la misma cinta métrica para medir el ancho de la pizarra de clase. Hemos realizado cuatro mediciones en cada caso y hemos obtenido los datos de la tabla. Calcula la media aritmética de las dos mediciones y el error absoluto y el error relativo de la primera medida de cada caso.

Mediciones del libro				Mediciones de la pizarra			
1.ª medida	2.ª medida	3.ª medida	4.ª medida	1.ª medida	2.ª medida	3.ª medida	4.ª medida
21,9 cm	22,2 cm	21,9 cm	21,7 cm	283,6 cm	293,7 cm	283,1 cm	283,3 cm

Toma en cada caso como valor verdadero de la longitud las medias aritméticas de las medidas:

$$\ell_{\text{libro}} = \frac{21,9 \text{ cm} + 22,2 \text{ cm} + 21,9 \text{ cm} + 21,7 \text{ cm}}{4} = 21,875 \sim \mathbf{21,9 \text{ cm}}$$

Para calcular la media aritmética de la pizarra descarta la 2.ª medida porque se aleja mucho del resto de las mediciones:

$$\ell_{\text{pizarra}} = \frac{283,6 \text{ cm} + 283,1 \text{ cm} + 283,3 \text{ cm}}{3} = 283,333... \sim \mathbf{283,3 \text{ cm}}$$

Calcula el error absoluto de la primera medida hecha del libro y de la pizarra:

	ℓ_{medido}	$ \ell_{\text{medido}} - \ell_{\text{verdadero}} $	E_a	Medida
1.ª medida del libro	21,9 cm	$ 21,9 \text{ cm} - 21,9 \text{ cm} = 0 \text{ cm}^*$	0,1 cm	$21,9 \pm 0,1 \text{ cm}$
1.ª medida de la pizarra	283,3 cm	$ 283,6 \text{ cm} - 283,3 \text{ cm} = 0,3 \text{ cm}$	0,3 cm	$283,3 \pm 0,3 \text{ cm}$

* Ten en cuenta que, en caso de que la diferencia sea nula, el mínimo error absoluto es la precisión del instrumento de medida, que en este caso es de 1 mm (0,1 cm).

Calcula el error relativo de ambas medidas:

	E_a	E_{relativo}	Porcentaje de E_{relativo}
1.ª medida del libro	0,1 cm	$E_r = \frac{0,1 \text{ cm}}{21,9 \text{ cm}} = 4,57 \cdot 10^{-3}$	$\% E_r = 4,57 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = \mathbf{0,457 \%}$
1.ª medida de la pizarra	0,3 cm	$E_r = \frac{0,3 \text{ cm}}{283,3 \text{ cm}} = 1,06 \cdot 10^{-3}$	$\% E_r = 1,06 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = \mathbf{0,106 \%}$

Observa que, aunque el error absoluto de la medida del libro es menor que el de la medida de la pizarra, el error relativo es menor en la medida de la pizarra, lo que nos indica que la calidad de la medida de la pizarra es mejor que la del libro.

ACTIVIDADES

- 13** Cinco observadores miden el tiempo que tarda una persona en una carrera de 100 m y obtienen:

12,05 s; 13,35 s; 10,80 s; 11,70 s; 11,50 s

- ¿Cuál es la precisión de los cronómetros?
- ¿Cuál ha sido el tiempo de la carrera?
- Determina el error absoluto y el error relativo de la última medida.

- 14** Un cilindro metálico tiene 1,5 cm de radio y 2,5 cm de altura. Su masa es 49,8 g.

Utiliza estos datos para calcular con el número adecuado de cifras significativas:

- El volumen del cilindro.
- Su densidad.

4

El análisis de datos

Después de recoger los datos de una investigación, hay que analizarlos para poder extraer conclusiones válidas. Para facilitar el análisis, los datos se presentan en tablas o en gráficas.

4.1. Tablas de datos y gráficas

En las tablas se representan los datos ordenados en columnas y filas. En la cabecera de cada columna se indica la magnitud y la unidad en que se expresan los datos. Por tanto, en cada fila estarán los valores de las magnitudes que corresponden a una misma medición.

La forma de la gráfica permite obtener la relación matemática entre las variables. Observa los ejemplos y las conclusiones extraídas.



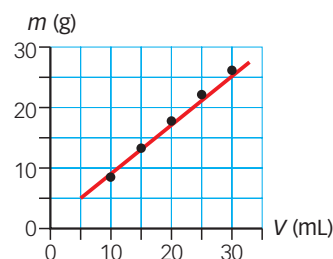
PRESTA ATENCIÓN

Las tablas también pueden tener orientación horizontal. En ese caso, en cada fila se colocan los valores de una magnitud y en cada columna estarán los valores de las magnitudes que corresponden a una misma medición.

t (min)	0	2	4	6
T (°C)	20	25	30	35

Caso 1. Masa correspondiente a un volumen de aceite

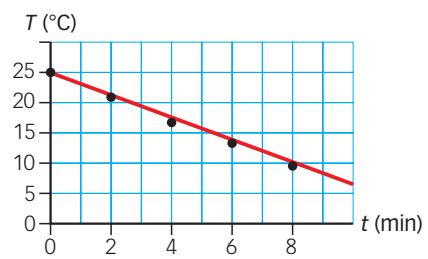
V (mL)	m (g)
10	9,2
15	13,8
20	18,4
25	23,0
30	27,6



- Al aumentar el volumen, aumenta la masa en la misma proporción.
- Son magnitudes directamente proporcionales
- Gráfica: línea recta ascendente.
- Relación matemática: $y = k \cdot x + n$.

Caso 2. Temperatura del agua introducida en la nevera

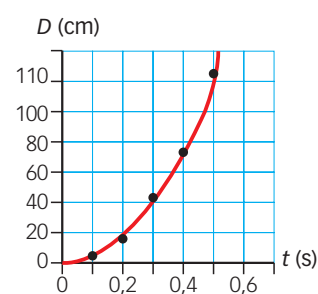
t (min)	T (°C)
0	25
2	21
4	17
6	13
8	9



- Al aumentar el tiempo, la temperatura disminuye en la misma proporción (disminuye 4 °C cada dos minutos).
- Son magnitudes directamente proporcionales con cte. < 0 .
- Gráfica: línea recta descendente.
- Relación matemática: $y = -k \cdot x + n$.

Caso 3. Distancia que recorre una bola que cae

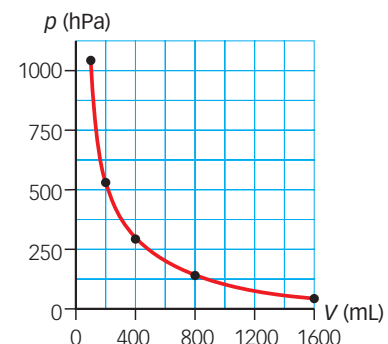
t (s)	D (cm)
0,1	4,9
0,2	19,6
0,3	44,1
0,4	78,4
0,5	112,5



- Al aumentar el tiempo, aumenta la distancia recorrida por la bola. Ambos incrementos no son proporcionales: el incremento de la distancia es cada vez mayor.
- Magnitudes con una relación cuadrática.
- Gráfica: parábola.
- Relación matemática: $y = k \cdot x^2 + n$.

Caso 4. Presión que tiene un volumen de gas

V (mL)	p (hPa)
100	1040
200	520
400	260
800	130
1600	65



- Al aumentar la presión, disminuye el volumen, y viceversa.
- Las magnitudes son inversamente proporcionales.
- Gráfica: hipérbola equilátera.
- Relación matemática: $y \cdot x = \text{cte.}$, o bien, $y = \frac{k}{x}$.

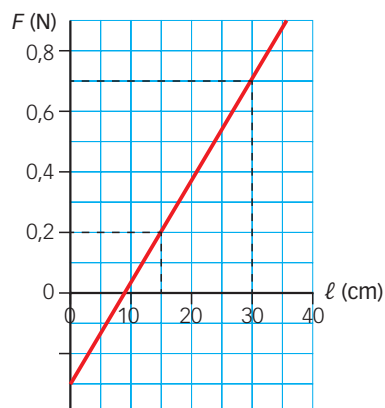
÷ **Obtener la ecuación matemática a partir de los datos de una tabla**

De la gráfica que representa los datos de una experiencia podemos obtener la fórmula matemática que relaciona las variables.

En la tabla siguiente se muestra la longitud de un muelle cuando se tira de él con distintas fuerzas. En cada columna se muestra el valor de la fuerza que se corresponde con cada valor de longitud.

F (N)	0,2	0,3	0,5	0,7	0,9
ℓ_{muelle} (cm)	15	18	23,6	30	36,4

- Haz la representación gráfica y traza la línea que mejor ajusta con todos los puntos. En este caso es una recta.



- Busca dos puntos que coincidan sobre la recta para los que resulte fácil leer las coordenadas. Aplica a cada uno la ecuación de la recta:

$$y = k \cdot x + n$$

$$\bullet (15; 0,2): 0,2 = k \cdot 15 + n \quad [1]$$

$$\bullet (30; 0,7): 0,7 = k \cdot 30 + n \quad [2]$$

- Resuelve el sistema de ecuaciones restando $[2] - [1]$:

$$[2] - [1]: 0,7 - 0,2 = k \cdot 30 + \cancel{n} - k \cdot 15 - \cancel{n} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,5 = k \cdot 15 \rightarrow k = \frac{0,5}{15} = \frac{0,1}{3}$$

- Sustituye el valor obtenido de k en una de las ecuaciones y obtén el valor de n :

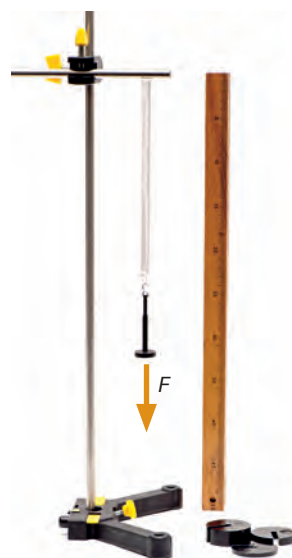
$$0,2 = \frac{0,1}{3} \cdot 15 + n \rightarrow 0,2 = 0,5 + n \rightarrow n = -0,3$$

- Completa la ecuación de la recta que relaciona matemáticamente las dos magnitudes:

$$F = \frac{0,1}{3} \cdot \ell - 0,3$$

Interpretación (lee en la gráfica y comprueba con la ecuación):

- Cuando la fuerza es cero, la longitud del muelle es 9 cm.
- Una fuerza de $-0,3$ N reduciría a cero la longitud del muelle. En este ejemplo, este dato no tiene sentido real.



ACTIVIDADES

- 15** La tabla siguiente muestra la posición de un móvil en distintos momentos. Elabora la representación gráfica y determina en qué posición estaba el móvil cuando se puso en marcha el cronómetro.

Tiempo (s)	Posición (cm)
3	14
5	19
7	27
10	35

★ REPASA LO ESENCIAL

- 16 Pon en orden en tu cuaderno los fragmentos que aparecen a continuación y construye con ellos una definición de investigación científica.

La investigación científica es conocer el mundo saber por qué ocurren y aplicarlo a la solución de problemas la actividad humana cuyo objetivo es y los fenómenos que en él se producen

- 17 Relaciona en tu cuaderno los siguientes temas de investigación con el motivo que los ha originado.

1. Una enfermedad.
2. Intereses políticos y económicos.
3. Interés científico.

- a) Conocimiento del átomo.
- b) Obtención de una vacuna contra la malaria.
- c) Obtención de plásticos biodegradables.
- d) El metabolismo de las grasas.
- e) Obtención de materiales superconductores.
- f) Comportamiento de un gas en distintas condiciones.

- 18 Con respecto a las fuentes de información, razona si las siguientes afirmaciones son ciertas o no y escribe la respuesta en tu cuaderno.

- a) Solo son fuentes de información fiables las revistas científicas.
- b) Algunas páginas web o blogs personales contienen información científica de calidad.
- c) La mejor fuente de información son las páginas de los grandes centros de investigación y universidades.
- d) Los periódicos y revistas de información general no dan información científica fiable.

- 19 Utiliza los conceptos de hipótesis, ley y teoría para justificar en tu cuaderno si es cierto o no lo siguiente:

- a) Una hipótesis es una verdad que se deduce de la observación de un problema.
- b) Una ley científica siempre es cierta.
- c) Cuando una teoría es falsa, hay que anular todas las investigaciones en las que se basa.

- 20 Explica por qué la velocidad y el desplazamiento de un móvil son magnitudes vectoriales, mientras que el tiempo que invierte en su movimiento o la masa del móvil son magnitudes escalares.

- 21 Escribe la ecuación de dimensiones de las magnitudes velocidad y aceleración.

- 22 Utiliza el análisis dimensional para justificar que se puede obtener una velocidad multiplicando una aceleración por un tiempo.

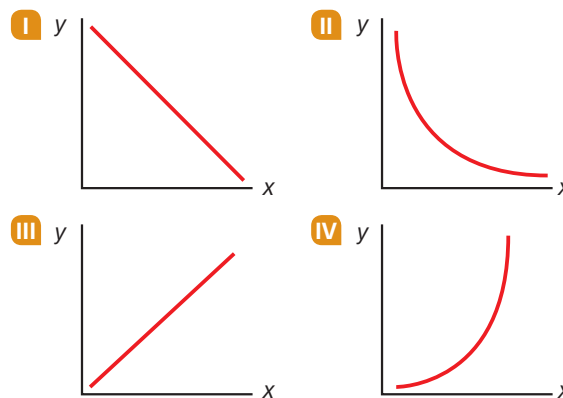
- 23 Señala en tu cuaderno cuál de las siguientes medidas se pueden realizar directamente y cuáles no. Indica, en cada caso, cómo realizarías la medida:

- a) El volumen de un sólido.
- b) La temperatura.
- c) La velocidad de un cuerpo.
- d) La superficie de un cuerpo.
- e) El volumen de un líquido.
- f) La densidad de un sólido.

- 24 Explica en tu cuaderno cuáles de las siguientes características se pueden aplicar al error absoluto y cuáles al error relativo de una medida. Ten presente que algunas se pueden aplicar a los dos y otras a ninguno:

- a) Tiene unidades.
- b) Se puede expresar en porcentaje.
- c) Indica la calidad de la medida.
- d) Su valor puede ser un número negativo.

- 25 Asocia en tu cuaderno cada gráfica con el rótulo que indica la relación entre sus variables y la ecuación matemática que las relaciona:



1. Magnitudes directamente proporcionales con $k > 0$.	A. $y = k \cdot x^2 + n$
2. Magnitudes directamente proporcionales con $k < 0$.	B. $y = -k \cdot x + n$
3. Magnitudes con relación cuadrática.	C. $y \cdot x = \text{cte.}$
4. Magnitudes inversamente proporcionales.	D. $y = k \cdot x + n$

ACTIVIDADES FINALES

PRACTICA

La investigación científica

- 26 El texto siguiente muestra un fragmento de un artículo que apareció en un medio de información general. Repásalo y valora su calidad científica.

«Recomendamos absolutamente a los lugareños beber agua del grifo. Es de excelente calidad, perfectamente controlada y de muy buena mineralización. Además es muchísimo más barata y su consumo es más respetuoso con el medio ambiente»...

- 27 El análisis siguiente muestra el estado del agua del grifo de una ciudad. Utilízalo para elaborar una nota dirigida a la población general que le informe del estado del agua que bebe con base científica.

Parámetro	Agua grifo	Límites	Unidades
Conductividad	975	2500	$\mu\text{S}/\text{cm}$ (20°)*
pH	8,09	6,5-9,5	—
Cloro libre	1,3	1	mg/L
Nitratos	8,6	5	mg/L
Turbiedad	4	5	NTU **

* La conductividad se mide en siemens por metro.

** La turbiedad se mide en unidades nefelométricas de turbidez.

- 28 Con respecto a la calidad del agua, busca dos ejemplos de fuentes de información de carácter científico. Explica por qué los has elegido.

- 29 Imagínate que quieres estudiar la calidad del agua que hay en tu ciudad. Razona cuáles de las siguientes hipótesis son adecuadas y cuáles no. Reescribe estas últimas de manera que sean hipótesis de trabajo:

- El agua tiene cloro.
- ¿Tiene microorganismos?
- La concentración de plomo es inferior a 0,01 mg/L.
- El consumo de agua produce bienestar.

- 30 Identifica, de forma razonada, cuál de las frases siguientes es una hipótesis, cuál una ley y cuál una teoría:

- Cuando un cuerpo se deja libre, cae.
- Todo el universo está formado por las mismas partículas de materia.
- La relación entre el espacio que recorre un cuerpo que cae libremente y el tiempo que lleva cayendo viene dada por la expresión:

$$x = 4,9 \cdot t^2$$

Las magnitudes

- 31 Identifica las magnitudes a las que se refieren estas expresiones y discute si su valor está expresado correctamente:

- Sobre un cuerpo actúa una fuerza de 50 N.
- La temperatura del agua era de 25 °C.
- Salió de su casa y anduvo 300 m.
- La presión atmosférica era de 1025 hPa.
- La velocidad del viento era de 80 km/h.
- Del grifo salían 5 L de agua por minuto.

- 32 Califica cada una de las magnitudes del ejercicio anterior como escalar o vectorial. Expresa su valor en unidades del SI.

- 33 Teniendo en cuenta las definiciones, expresa la relación entre las siguientes magnitudes derivadas y las magnitudes fundamentales correspondientes:

- Presión es fuerza por unidad de superficie.
- Trabajo es fuerza por desplazamiento.

5. EJEMPLO RESUELTO

Utiliza el análisis dimensional para justificar si es correcta la expresión:

$$\text{Fuerza} \cdot \text{desplazamiento} = \text{masa} \cdot \text{velocidad}$$

1. Escribe la ecuación matemática que se indica:

$$F \cdot x = m \cdot v$$

2. Obtén la ecuación de dimensiones de cada miembro:

- Parte izquierda:

$$[F] \cdot L = M \cdot [a] \cdot L = M \cdot \frac{[v]}{T} \cdot L = M \cdot \frac{L}{T} \cdot \frac{L}{T}$$

$$[F \cdot x] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

- Parte derecha:

$$M \cdot [v] = M \cdot \frac{L}{T} = M \cdot L \cdot T^{-1}$$

3. Compara la ecuación de dimensiones de la parte izquierda y derecha de la expresión matemática:

$$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \neq M \cdot L \cdot T^{-1}$$

La expresión no es dimensionalmente homogénea. Por tanto, **no es una expresión correcta**.

Sería correcta si en la parte derecha se añadiesen las dimensiones $L \cdot T^{-1}$, lo que se corresponde con la magnitud velocidad. Es decir:

$$\text{Fuerza} \cdot \text{desplazamiento} = \text{masa} \cdot \text{velocidad}^2$$

$$F \cdot x = m \cdot v^2$$

- 34 Utiliza el análisis dimensional para justificar si es correcta la siguiente expresión:
 Fuerza · desplazamiento = masa · aceleración · longitud

La medida y su error

- 35 Determina, con el número adecuado de cifras significativas:
- La superficie de una moneda cuyo radio es 2,3 cm.
 - La circunferencia de una moneda de 2,3 cm de radio.
 - La superficie y el perímetro de un rectángulo cuyos lados son 3,25 cm y 4 m.
- 36 Utilizamos una balanza de precisión para medir la masa de una gota de agua y obtenemos los resultados:
- 298 mg • 325 mg • 290 mg
 - 298 mg • 306 mg
- ¿Cuál es la precisión de la balanza?
 - ¿Cuál es la masa de una gota de agua?
 - Determina el error absoluto y el error relativo de la primera y de la tercera medida.
- 37 Utilizamos una balanza de laboratorio para medir la masa de un grano de arroz y resultó ser 27 mg. Medimos la masa de una persona con una báscula de baño y resultó ser 57,4 kg.
- Determina el error absoluto de cada medida.
 - Determina el error relativo de cada medida.
 - ¿Cuál de las dos medidas tiene más calidad?

El análisis de datos

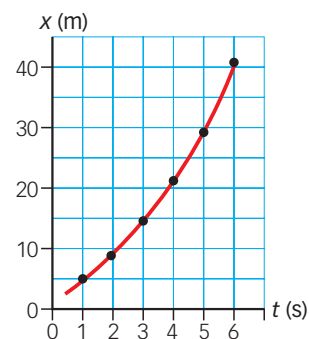
6. EJEMPLO RESUELTO

Los datos de la tabla muestran la posición, x , de un móvil respecto al tiempo.

Posición (m)	6	9	14	21	30	41
Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6

Haz la representación gráfica e indica cómo es la relación entre las variables, estableciendo la fórmula matemática que las relaciona.

- Dibuja los ejes cartesianos. Establece la escala en cada uno en función de los valores que va a tener cada magnitud.
- Representa las parejas de valores y une los puntos resultantes.



La línea de ajuste es una parábola. Esto indica que la relación entre las variables es cuadrática. La ecuación matemática que relaciona las magnitudes es:

$$x = 5 + t^2$$

- 38 La tabla siguiente muestra la presión de un gas en relación con el volumen que ocupa:

Volumen (mL)	1600	800	400	200	100
Presión (hPa)	130	260	520	1040	2080

- Elabora la representación gráfica e indica cómo es la relación entre las variables.
- Establece la fórmula matemática que las relaciona.

AMPLÍA

- 39 Probablemente habrás oído que unos mares tienen el agua más salada que otros, y sabrás que la cantidad de sal determina la flotabilidad en ellos.
- Realiza una investigación científica acerca de estos hechos. Valora las fuentes de información según su rigor científico.
 - Establece una hipótesis que relacione la densidad del agua con la proporción de sal disuelta.
 - Diseña un experimento que te permita comprobar la hipótesis.
 - Analiza los datos obtenidos mediante tablas y gráficas.
 - Establece tu conclusión acerca de si la hipótesis es cierta o no.
 - Valora si puedes enunciar una ley que relacione la densidad del agua con su proporción de sal.
 - Valora si puedes establecer una teoría acerca de la densidad de las disoluciones y la densidad de los disolventes. ¿Tendrías que ampliar tu estudio?
 - Prepara una publicación sobre tu investigación y, si es posible, muéstrala a la clase mediante una presentación multimedia.

 APLICA UNA TÉCNICA. Utilizar una hoja de cálculo para representar datos de una tabla

Uno de los trabajos más arduos para los científicos ha sido, históricamente, el tratamiento de los datos. Kepler, por ejemplo, tuvo que realizar muchos cálculos matemáticos antes de llegar a formular las leyes que rigen el movimiento de los planetas alrededor del Sol.

Afortunadamente, la aparición de los ordenadores y de *software* sencillo de utilizar ha facilitado mucho esta tarea. Por ejemplo, podemos emplear una hoja de cálculo para representar los datos organizados en una tabla.

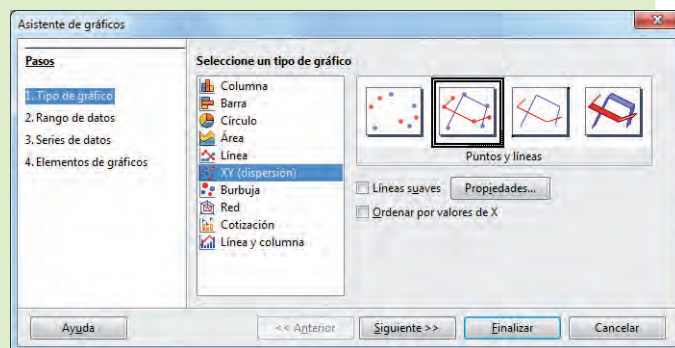
En este ejemplo hemos trabajado con tres sustancias A, B y C, cuya temperatura aumenta en diferente cuantía al calentarlas con un mechero en el laboratorio. Los datos correspondientes se representan en la tabla:

t (min)	T_A (°C)	T_B (°C)	T_C (°C)
0	10,0	10,0	10,0
5	13,0	14,8	17,8
10	16,1	20,2	26,1
15	18,9	24,9	34,0
20	22,1	30,3	41,9
25	25,2	35,2	50,3

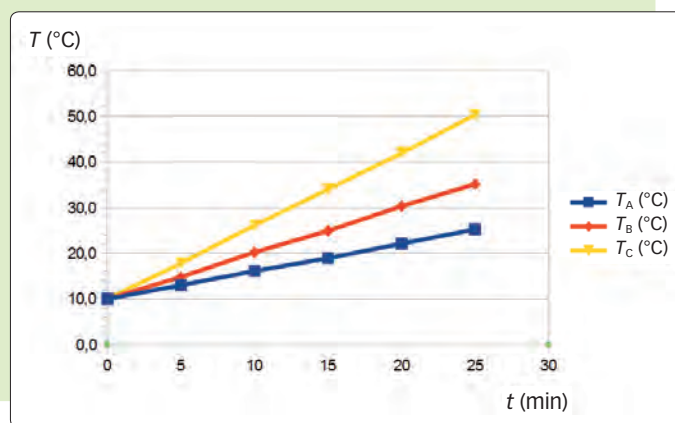
Existen diferentes opciones para representar los datos, pero lo más adecuado es emplear alguna hoja de cálculo, como LibreOffice Calc, Excel, Google Documents o Numbers. Con algunas hojas de cálculo puede trabajarse *online*.

1. Lo primero que debes hacer es completar la tabla usando diferentes filas y columnas. Para destacar el encabezado utiliza algún color de fondo. Comprueba que no existen errores en los datos introducidos.

2. Selecciona los datos que quieres representar y elige la opción **Insertar gráfico** o similar. En el tipo de gráfico selecciona **XY (dispersión)**, con la opción de puntos y líneas.



3. Completa el nombre de los ejes y demás opciones antes de finalizar la generación del gráfico.
4. La aplicación elegirá una escala, número de decimales, etc., para cada eje, de manera que los datos se muestren todos ocupando la mayor parte del gráfico. Pero tú puedes cambiarla. Selecciona el eje, pulsa el botón derecho del ratón y elige la opción **Formato de ejes...** o similar.
5. Puedes cambiar la ubicación y el texto de cada eje o la leyenda.



- 40 Prueba a añadir otra sustancia cuya temperatura aumente 10 °C cada 5 minutos a la tabla anterior y representa los datos empleando una hoja de cálculo.
- 41 Cambia la escala de los ejes de manera que el eje horizontal llegue hasta 40 min y el eje vertical, hasta 80 °C.
- 42 Selecciona algún conjunto de datos (una línea), haz clic con el botón derecho del ratón e intenta cambiar el color y el grosor de la línea.

- 43 Mide el diámetro y el perímetro de al menos cinco monedas y utiliza una hoja de cálculo para representar el perímetro frente al diámetro.
- 44 Representa los números del 1 al 10 frente a sus cuadrados. Emplea una fórmula en la hoja de cálculo para ayudarte con las operaciones.
- 45 Representa ahora los números del 1 al 10 frente a sus raíces. Emplea una fórmula en la hoja de cálculo para ayudarte con las operaciones.

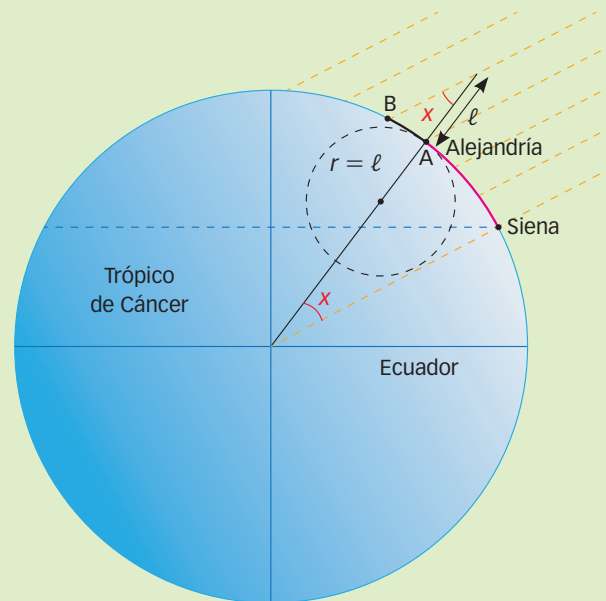
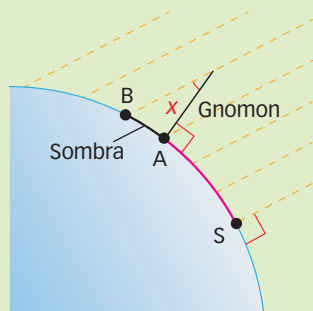
FORMAS DE PENSAR. Análisis ético. ¿Puede ser bello un experimento?

En el siglo III a.C., un académico griego llamado Eratóstenes (276-195 a.C.) realizó la primera medición conocida del tamaño de la Tierra. [...]

Eratóstenes partió de la suposición de que la Tierra era esférica. [...] Razonaba que si la Tierra era un cuerpo pequeño y esférico situado dentro de un vasto universo, entonces otras partes, como el Sol, debían de encontrarse muy lejos –tan lejos, de hecho, que sus rayos debían de ser prácticamente paralelos en todos los lugares de la Tierra–, y sabía, gracias a los relatos de viajeros, que durante el solsticio de verano en la ciudad de Siena (la actual Asuán), el Sol se situaba justo encima de la cabeza, de modo que las sombras desaparecían de cualquier objeto vertical [...].

Además, Eratóstenes sabía que Alejandría se encontraba al norte de Siena, y aproximadamente sobre el mismo meridiano. Y [...] sabía que estas dos ciudades se hallaban a unos cinco mil estadios de distancia [...].

Durante el solsticio, cuando el Sol se encuentra justo por encima de la cabeza en Siena (S), las sombras desaparecen, caen siguiendo la vertical hacia el centro de la Tierra. Entretanto, en Alejandría (A) las sombras caen en la misma dirección porque los rayos del Sol son paralelos, pero como la Tierra es curva, forman un pequeño ángulo que denominaremos x . Un ángulo pequeño o, lo que es lo mismo, una sombra corta (AB), indicaría una curvatura leve, casi plana, y una circunferencia de la Tierra muy grande; por el contrario, un ángulo grande o una sombra larga indicarían una curvatura pronunciada y una circunferencia pequeña. [...]



El cociente entre la longitud del arco de un gnomon (la longitud de la sombra del gnomon) y la longitud de la circunferencia alrededor del gnomon es igual al cociente entre la distancia de Siena a Alejandría (SA) y la circunferencia de la Tierra. Eratóstenes se dio cuenta de que solo tenía que medir esta fracción para calcular la circunferencia de la Tierra.

El mediodía del solsticio de verano determinó que el [ángulo formado por el gnomon y su sombra] correspondía a 1/50 parte del círculo completo [...]. La distancia entre Alejandría y Siena era, por tanto, la quincuagésima parte de la distancia total del meridiano [la circunferencia de la Tierra]. Multiplicando 5000 estadios por 50 obtuvo el valor de [40 200 km].

Fuente: *El prisma y el péndulo*, Robert P. Crease, Crítica



46 COMPRENSIÓN LECTORA. Explica en unas pocas líneas en qué se basó Eratóstenes para deducir el tamaño de la Tierra. ¿Qué suposiciones hizo?

47 Haz una lista en tu cuaderno con todas las magnitudes y unidades recogidas en el documento.

48 Según el texto, ¿qué influencia tiene la mayor o menor curvatura de la Tierra en los datos recopilados en el experimento?

49 El valor admitido para la circunferencia de la Tierra en la actualidad es de 40 000 km. Calcula:
a) El error absoluto cometido por Eratóstenes.
b) El error relativo de su medida.

50 Opina. ¿Te parece que está bien empleada la palabra «bello» para describir un experimento como este?

51 ¿Qué otros experimentos conoces que podrían merecer el calificativo de «bello»?

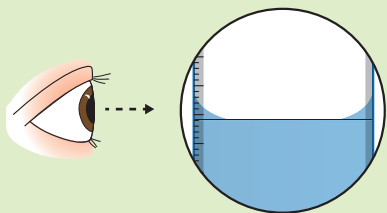


RELACIÓN ENTRE LA CONCENTRACIÓN DE UNA DISOLUCIÓN Y SU DENSIDAD



RECUERDA

Observa la posición correcta para medir con una probeta:

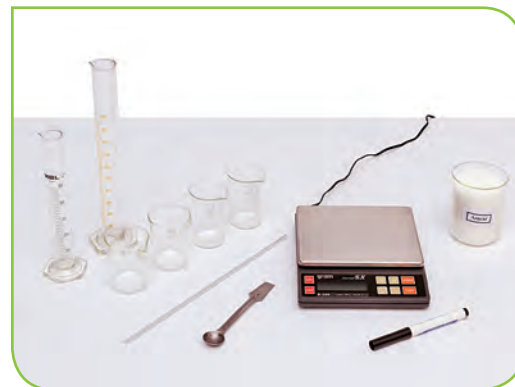


La probeta debe estar horizontal, y nuestros ojos, a la altura de la medida.

Para estudiar la relación entre la concentración de una disolución y su densidad mediremos la masa y el volumen de varias disoluciones con distintas concentraciones de azúcar en agua.

MATERIAL

- 4 vasos de precipitados (100 mL).
- Probeta de 100 mL.
- Probeta de 50 mL.
- Varilla agitadora.
- Espátula.
- Balanza electrónica.
- Azúcar.



PROCEDIMIENTO

1. Marca cada vaso de precipitados de 100 mL con un número del 1 al 4.
2. Pon un vaso encima de la balanza y tálalo. Pesa en el vaso la cantidad de azúcar que se indica en la tabla de la página siguiente.
3. Repite el paso anterior con el resto de los vasos hasta tener en cada uno la cantidad de azúcar que le corresponde.



4. Añade a cada vaso 50 mL de agua medidos con la probeta. Remueve con la varilla hasta la total disolución del azúcar que hay en cada vaso.
5. Vierte el contenido de cada vaso en la probeta de 100 mL y mide su volumen. Coloca el resultado en el lugar adecuado de la tabla.

6. Es posible que en la manipulación se produzcan pérdidas de disolución (por ejemplo, por salpicaduras y otras manipulaciones). Para evitarlo, mide directamente la masa y el volumen de cada una de las disoluciones que has preparado. Coloca estos resultados en el lugar adecuado de la tabla y realiza los cálculos necesarios para hallar las densidades de las disoluciones.



Resultados experimentales

Completa en tu cuaderno una tabla similar a la siguiente y anota los resultados experimentales.

	Vaso 1	Vaso 2	Vaso 3	Vaso 4
Masa de azúcar (g)	1	10	25	50
Masa de agua (g)	50	50	50	50
Masa de disolución (g)				
Volumen de disolución (mL)				
Densidad de la disolución (g/mL)				
Concentración de la disolución (g/mL)				

**RECUERDA**

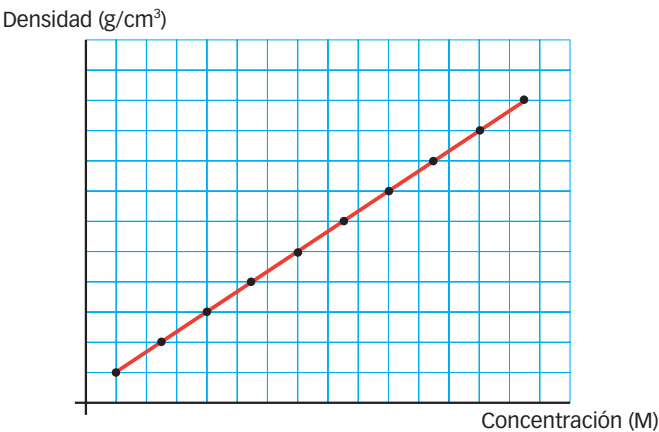
La densidad es la relación entre la masa y el volumen de una sustancia.
Para calcularla:
$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

La densidad del agua es 1 g/mL. Por tanto, los 50 mL de agua que hemos medido con la probeta equivalen a 50 g de masa:

$$1 \text{ g/mL} = \frac{\text{masa}}{50 \text{ mL}}$$
$$\text{masa} = 1 \text{ g/mL} \cdot 50 \text{ mL} = 50 \text{ g}$$

Análisis de los datos

Representa gráficamente la densidad frente a la concentración de la disolución.
Deberá quedarte una gráfica parecida a la de la derecha.



ACTIVIDADES

- 52

Analiza la tabla de datos y la gráfica que resulta y responde:
a) ¿Qué forma tiene la gráfica?
b) ¿Pasa por el punto (0, 0)? Interpreta este hecho.
c) ¿Se puede establecer una relación matemática entre la concentración y la densidad?
- 53

¿Puedes deducir alguna ley científica de esta experiencia?
- 54

Piensa en otras variables que pueden estar relacionadas con la densidad de una disolución, como la temperatura o el tipo de soluto. Diseña un experimento para analizar cada una de esas variables.