

Matemáticas

SERIE AVANZA

Presentación

Matemáticas AVANZA tiene como meta que el alumno alcance los **contenidos mínimos** de la materia.

Su planteamiento es sencillo y directo. Los contenidos se organizan en dobles páginas formadas por:

- Un texto claro y estructurado.
- Unas actividades de repaso y refuerzo del texto al que acompañan.

Cada unidad se completa con elementos que facilitan el estudio: esquemas, resúmenes finales, autoevaluaciones..., sin olvidar el trabajo de las **competencias básicas** del área.

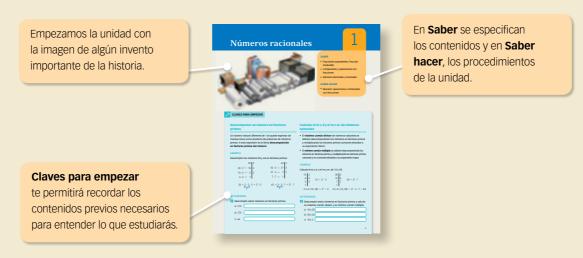
Un material adecuado para **distintas situaciones y contextos de aula**: diversificación, adaptación curricular, PMAR...



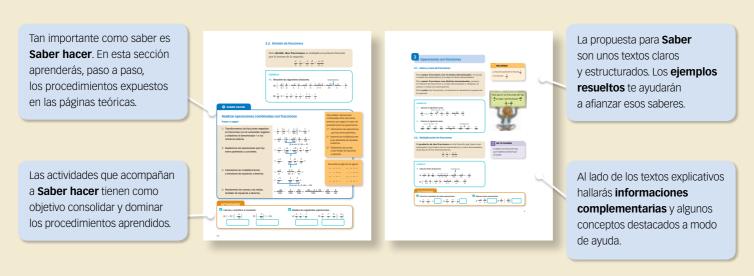
Esquema del libro

La estructura de las unidades didácticas es muy regular y sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

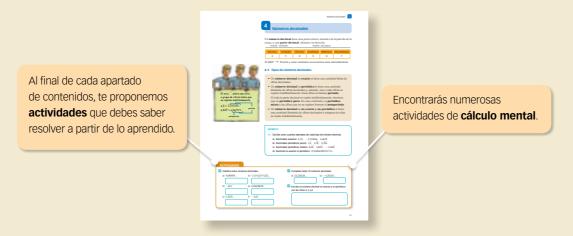
Introducción a la unidad: dos elementos básicos, una base sólida y una motivación adecuada.



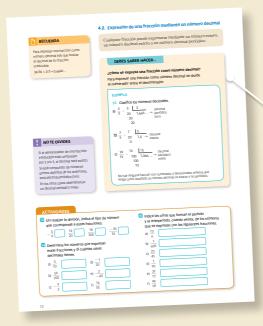
Páginas de contenido: Saber y Saber hacer como un todo integrado



Actividades de páginas teóricas: aplicación de los contenidos.



Debes saber hacer...: repaso esencial.



En un gran número de páginas se incluye **Debes saber hacer...**, que es la sección donde repasarás contenidos o procedimientos que debes conocer para afrontar los nuevos contenidos.

Esta sección también se refuerza con ejemplos resueltos.

Páginas de actividades finales:

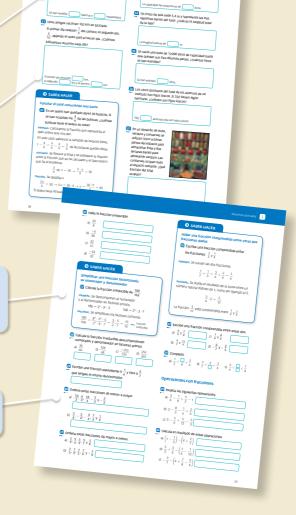
una manera práctica de aprender a aprender.

Las actividades constan de tablas, esquemas y otros recursos para que las puedas desarrollar, **completar o resolver en el mismo libro**.

También encontrarás una gran cantidad de **problemas** que permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

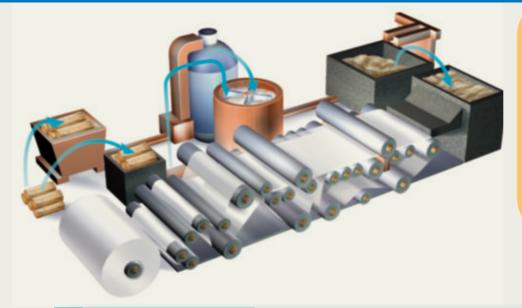
Los **Saber hacer** de las actividades finales te ayudarán a reforzar los procedimientos básicos trabajados en la unidad. Se trata de ejercicios resueltos que muestran, paso a paso, un método general de resolución.

Cada actividad te ofrece la **dificuldad** que tiene.



Números racionales





SABER

- Fracciones equivalentes. Fracción irreducible
- Comparación y operaciones con fracciones
- Números decimales y racionales

SABER HACER

 Resolver operaciones combinadas con fracciones

N O

CLAVES PARA EMPEZAR

Descomponer un número en factores primos

Un número natural diferente de 1 se puede expresar de manera única como producto de potencias de números primos. A esta expresión se la llama **descomposición en factores primos del número**.

EJEMPLO

Descompón los números 20 y 63 en factores primos.

$$20 = \underbrace{2 \cdot 2}_{2^2} \cdot 5 = 2^2 \cdot 5 \qquad 63 = \underbrace{3 \cdot 3}_{3^2} \cdot 7 = 3^2 \cdot 7$$

Calcular el m.c.d y el m.c.m. de números naturales

- El máximo común divisor de números naturales se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes elevados a su exponente menor.
- El **mínimo común múltiplo** se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes y no comunes elevados a su exponente mayor.

EJEMPLO

Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de 12 y 28.

ACTIVIDADES

c) 66

1 Descompón estos números en factores primos.

a) 210	
b) 270	

ACTIVIDADES

Descompón estos números en factores primos y calcula su máximo común divisor y su mínimo común múltiplo.
 a) 18 y 20

b)	28 y 42	
c)	18 v 4	

1

Fracciones



Todo número entero puede expresarse en forma de fracción.

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \dots$$

$$-4 = \frac{-4}{1} = \frac{-8}{2} = \frac{-12}{3} = \dots$$

Las fracciones del tipo $\frac{-a}{b}$ y $\frac{a}{-b}$ se escriben $-\frac{a}{b}$.

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$
 se denominan

fracciones negativas.

Las fracciones del tipo $\frac{-a}{-b}$ se escriben $\frac{a}{b}$ $\frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$ se denominan **fracciones positivas**.

Una **fracción** es una expresión $\frac{a}{b}$, con a y b que son números enteros y $b \neq 0$. Al número a se le llama **numerador** y al b, **denominador**.

DEBES SABER HACER...

¿Cómo se representa gráficamente una fracción?

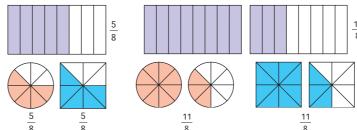
Para representar fracciones suelen emplearse figuras geométricas. Dividimos la figura en tantas partes iguales como indique el denominador y pintamos las partes que señala el numerador.

EJEMPLOS

1. Determina si las siguientes expresiones son fracciones y si lo son, di cuál es su numerador y su denominador.

a)
$$\frac{5}{7}$$
 \rightarrow Es una fracción
$$\begin{cases} Numerador: 5 \\ Denominador: 7 \end{cases}$$

- b) $\frac{6,3}{4}$ \rightarrow No es una fracción, porque 6,3 no es un número entero.
- 2. Representa gráficamente las fracciones $\frac{5}{8}$ y $\frac{11}{8}$.



La fracción $\frac{5}{8}$ es menor que la unidad y la fracción $\frac{11}{8}$ es mayor.

ACTIVIDADES

- 1 Escribe la fracción que corresponde en cada caso.
 - a) El numerador es 3 y el denominador es 4 unidades menor que el numerador.
 - b) El numerador es -5 y el denominador es 7 unidades menor que el numerador.

2

Fracciones equivalentes

2.1. Fracciones equivalentes

Dos **fracciones** $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son **equivalentes**, y se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$.

RECUERDA

 $\frac{3}{4}$ y $\frac{9}{12}$ son equivalentes porque representan la misma cantidad.

3 4



9 ...

2.2. Amplificación y simplificación de fracciones

Hay dos métodos para obtener fracciones equivalentes de una fracción:

- Amplificar fracciones consiste en multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por un mismo número, distinto de cero.
- **Simplificar** fracciones consiste en dividir el numerador y el denominador de la fracción entre un divisor común a ambos, distinto de la unidad.



 $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$

!

NO OLVIDES

Una fracción tiene infinitas fracciones equivalentes amplificadas.

EJEMPLO

3. Escribe fracciones equivalentes a $\frac{12}{16}$ por amplificación y simplificación.

Amplificación: $\frac{12}{16} = \frac{12 \cdot 3}{16 \cdot 3} = \frac{36}{48}$ Simplificación: $\frac{12}{16} = \frac{12 \cdot 4}{16 \cdot 4} = \frac{3}{4}$

2.3. Fracción irreducible

Para obtener la fracción irreducible de una fracción dada, dividimos el numerador y el denominador entre el máximo común divisor.

$$\frac{a}{b} = \frac{a: m.c.d.(a,b)}{b: m.c.d.(a,b)} = \frac{r}{s} \to \frac{r}{s} \text{ es la fracción irreducible de } \frac{a}{b}.$$



Una fracción es irreducible cuando no se puede simplificar.
Cada fracción tiene una única fracción irreducible.

EJEMPLO

4. Calcula la fracción irreducible de $\frac{45}{60}$.

$$45 = 32 \cdot 5
60 = 22 \cdot 3 \cdot 5$$
m.c.d. (45, 60) = $3 \cdot 5 = 15$ $\frac{45}{60} = \frac{45:15}{60:15} = \frac{3}{4}$

ACTIVIDADES

- 2 Si en una fracción uno de los términos es un número primo, ¿se puede asegurar que es irreducible?
- Escribe dos fracciones equivalentes.
 - a) $\frac{120}{60}$

b) $\frac{690}{360}$

c) $\frac{12}{28}$

2.4. Reducción a común denominador

Reducir a común denominador dos o más fracciones consiste en obtener otras fracciones equivalentes a ellas que tengan todas el mismo denominador.

¿Cómo se calcula el mínimo común múltiplo?

Para calcular el mínimo común múltiplo de unos cuantos números:

- 1.º Descomponemos los números en factores primos.
- 2.º Elegimos los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.
- 3.º El producto de estos factores es el m.c.m. de los números.

EJEMPLO

EJEMPLO

5. Reduce a común denominador las fracciones $\frac{-2}{15}$ y $\frac{3}{10}$.

Hallamos el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$15 = 3 \cdot 5$$
 m.c.m. (10, 15) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ es el denominador común.

Para hallar el numerador, dividimos el m.c.m. entre el denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador.

$$\frac{-2}{15} = \frac{(-2) \cdot 2}{30} = \frac{-4}{30} \qquad \qquad \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{30} = \frac{9}{30}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{30} = \frac{9}{30}$$

2.5. Comparación de fracciones

Para comparar fracciones, primero las reducimos a común denominador. Será mayor la que tenga mayor numerador.

6. Ordena de menor a mayor estas fracciones: $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{16}$ y $\frac{3}{8}$

Reducimos a común denominador: m.c.m. (8, 12, 16) = 48

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 4}{48} = \frac{28}{48} \qquad \frac{5}{16} = \frac{5 \cdot 3}{48} = \frac{15}{48} \qquad \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 6}{48} = \frac{18}{48}$$
$$\frac{15}{48} < \frac{18}{48} < \frac{28}{48} \to \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{7}{12}$$

RECUERDA

Existen infinitos

denominadores comunes.

El menor de ellos es el m.c.m. de los denominadores.

Cuando dos fracciones tienen el mismo numerador, es mayor la que tiene el denominador menor. 7/15 < 7/9.

ACTIVIDADES

4 Reduce a común denominador estas fracciones y ordénalas de mayor a menor.

a)
$$\frac{2}{5}$$
, $\frac{5}{4}$ y $\frac{3}{8}$

a)
$$\frac{2}{5}$$
, $\frac{5}{4}$ y $\frac{3}{8}$ b) $\frac{4}{15}$, $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{16}$



5 Ordena de menor a mayor.

$$\frac{4}{5}$$
 $\frac{-10}{4}$ $\frac{-21}{6}$ $\frac{-15}{9}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{7}{9}$

Operaciones con fracciones

3.1. Suma y resta de fracciones

Para sumar fracciones con el mismo denominador, se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Para sumar fracciones con distinto denominador, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se suman o restan los numeradores.

Para restar dos fracciones, a la primera le sumamos la opuesta de la segunda.

RECUERDA

La fracción opuesta de la fracción $\frac{a}{b}$ es la fracción $-\frac{a}{b}$

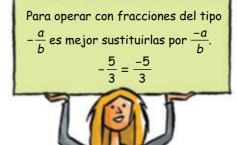
EJEMPLOS

7. Calcula la siguiente suma.

$$\frac{5}{12} + 2 = \frac{5}{12} + \frac{2}{1} = \frac{5}{12} + \frac{24}{12} = \frac{5 + 24}{12} = \frac{29}{12}$$

8. Calcula la siguiente resta.

m.c.m. (10, 14) = 70
$$\frac{-8}{14} - \frac{6}{10} = \frac{-40}{70} - \frac{42}{70} = \frac{-40 - 42}{70} = \frac{-82}{70} = \frac{-41}{35} = -\frac{41}{35}$$



3.2. Multiplicación de fracciones

El **producto de dos fracciones** es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador, el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

NO TE OLVIDES

Al operar con fracciones hay que simplificar siempre que se pueda.

EJEMPLO

Calcula estos productos:

a)
$$\frac{-2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{10} = \frac{(-2) \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 10} = \frac{-48}{150} = \frac{-8}{25} = -\frac{8}{25}$$

b)
$$\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \frac{4}{7} = \frac{-5}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{(-5) \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{-20}{21} = -\frac{20}{21}$$

ACTIVIDADES

6 Calcula el resultado de estas operaciones.

a)
$$\frac{5}{9} + \frac{3}{10} - 3$$

a)
$$\frac{5}{9} + \frac{3}{10} - 3$$
 b) $\frac{25}{6} - \frac{11}{8} + \frac{1}{3}$

7 Efectúa estas operaciones.

a)
$$\frac{-4}{5} \cdot \frac{20}{8}$$
 b) $\frac{8}{12} \cdot \left(-\frac{20}{38}\right)$

3.3. División de fracciones

Para dividir dos fracciones se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

EJEMPLO

10. Resuelve las siguientes divisiones.

a)
$$\left(-\frac{4}{5}\right)$$
: $\frac{6}{3} = \frac{-4}{5}$: $\frac{6}{3} = \frac{-4}{5}$: $\frac{3}{6} = \frac{(-4) \cdot 3}{5 \cdot 6} = \frac{-12}{30} = \frac{\cancel{4}}{5} = -\frac{\cancel{2}}{5}$

b)
$$\frac{7}{2}$$
: $3 = \frac{7}{2}$: $\frac{3}{1} = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{7}{6}$

SABER HACER

Realizar operaciones combinadas con fracciones

Pasos a seguir

- 1. Transformamos las fracciones negativas en fracciones con el numerador negativo y añadimos el denominador 1 a los números enteros.
- 2. Realizamos las operaciones que hay entre paréntesis y corchetes.
- 3. Calculamos las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
- 4. Resolvemos las sumas y las restas, también de izquierda a derecha.

$$-\frac{1}{3} - \left[\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{10}\right)\right] : 4 + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \left(\frac{2}{5} + \frac{-3}{10}\right) : \frac{4}{1} + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \left(\frac{4}{10} + \frac{-3}{10}\right) : \frac{4}{1} + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{10} : \frac{4}{1} + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1 \cdot 1}{10 \cdot 4} + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{10 \cdot 4} + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{40} + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{40} + \frac{7}{12} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{7}{3} =$$

Para realizar operaciones combinadas entre fracciones tenemos que seguir el orden de prioridad entre las operaciones:

- 1.º Efectuamos las operaciones que hay entre paréntesis.
- 2.º Hacemos las multiplicaciones (y las divisiones) de izquierda a derecha.
- 3.º Realizamos las sumas (y las restas) de izquierda a derecha.

Recuerda la regla de los signos:

$$+ \cdot + = +$$
 $+ : + = +$
 $- \cdot - = +$ $- : - = +$
 $+ \cdot - = + : - = -$

$$= \frac{-40}{120} - \frac{3}{120} + \frac{70}{120} = \frac{-40 - 3 + 70}{120} = \frac{27}{120} = \frac{9}{40}$$

ACTIVIDADES

8 Calcula y simplifica el resultado.

a)
$$(-8):(-\frac{6}{28})$$

b)
$$\left(-\frac{2}{90}\right)$$
: (-26)

Realiza las siguientes operaciones.

a)
$$\frac{5}{3}$$
: $\frac{1}{9} + \frac{1}{6}$

a)
$$\frac{5}{3} : \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$$
 b) $\frac{3}{5} - \frac{7}{2} - \frac{8}{5} : \left(-\frac{6}{4}\right)$



Números decimales

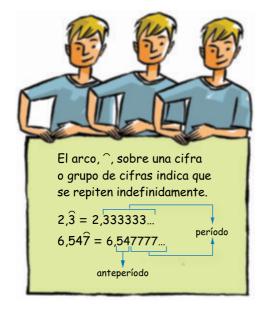
Un **número decimal** tiene una parte entera, situada a la izquierda de la coma, y una parte decimal, situada a la derecha.

PARTE DECIMAL

PARTE ENTERA

Decenas	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas	Diezmilésimas
3	7,	0	9	0	7

37,0907 → Treinta y siete unidades novecientas siete diezmilésimas



4.1. Tipos de números decimales

- Un **número decimal** es **exacto** si tiene una cantidad finita de cifras decimales.
- Un **número decimal** es **periódico** si tiene una cantidad ilimitada de cifras decimales y, además, una o más cifras se repiten indefinidamente. Esas cifras se llaman período.
 - Si toda la parte decimal se repite indefinidamente, decimos que es **periódico puro**. En caso contrario, es **periódico** mixto y las cifras que no se repiten forman el anteperíodo.
- Un **número decimal** es **no exacto y no periódico** si tiene una cantidad ilimitada de cifras decimales y ninguna de ellas se repite indefinidamente.

EJEMPLO

- 11. Escribe unos cuantos ejemplos de cada tipo de número decimal.
 - a) Decimales exactos: 6,75; -9,123456; 4,6678
 - b) Decimales periódicos puros: 7,6; 4,18; 0,316
 - c) Decimales periódicos mixtos: $8.0\hat{4}$; $5.82\hat{3}$; $-1.234\hat{5}$
 - d) Decimal no exacto ni periódico: 0,123456789101112...

ACTIVIDADES



Clasifica estos números decimales.

a) 9.090909...

d) 1,121122111222...

b) -45.7

e) 5,24678678...

c) 2,3333...

f) -3,65

11 Completa hasta 10 números decimales.

a) 23.234234...

b) -0.34333...

Escribe un número decimal no exacto y no periódico

con las cifras 3, 5 y 8.

RECUERDA

Para expresar una fracción como número decimal hay que buscar el decimal de su fracción irreducible.

24/36 = 2/3 = 0,6666...

!

NOTE OLVIDES

Si el denominador de una fracción irreducible está compuesto por 2 y/o 5, el decimal será exacto.

Si está compuesto de números primos distintos de los anteriores, será decimal periódico puro.

En los otros casos obtendremos un decimal periódico mixto.

4.2. Expresion de una fracción mediante un número decima

Cualquier fracción puede expresarse mediante un número entero, un número decimal exacto o un número decimal periódico.

DEBES SABER HACER...

¿Cómo se expresa una fracción como número decimal?

Para expresar una fracción como número decimal se divide el numerador entre el denominador.

EJEMPLO

12. Clasifica los números decimales.

a)
$$\frac{5}{3} \rightarrow \begin{array}{c} 5 & 3 \\ 20 & 1,666... \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \text{Decimal periódico puro} \\ 20 & 20 \end{array}$$

b)
$$\frac{7}{5} \rightarrow \begin{array}{ccc} 7 & \boxed{5} \\ 20 & 1.4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \text{Decima} \\ \text{exacto} \end{array}$$

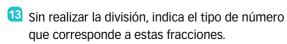
c)
$$\frac{16}{15} \rightarrow \frac{16}{100} \xrightarrow[]{10} \frac{15}{1,066...} \rightarrow \text{Decimal periódico mixto}$$

No hay ninguna fracción con numerador y denominador enteros que tenga como resultado un número decimal no exacto y no periódico.

15 Indica las cifras que forman el período

y el anteperíodo, cuando exista, de los números que se expresan con las siguientes fracciones.

ACTIVIDADES



$$-\frac{5}{9}$$
 $\frac{14}{20}$ $\frac{18}{300}$ $\frac{-35}{10}$

Determina los números que expresan estas fracciones y di cuántas cifras decimales tienen.

c)
$$\frac{25}{45}$$
d) $\frac{1}{90}$
e) $\frac{37}{12}$
f) $\frac{49}{18}$

5

Números racionales

El conjunto de todos los números que se pueden expresar mediante fracciones se llama conjunto de los **números** racionales y se representa por \mathbb{Q} .

Los números naturales (\mathbb{N}), los enteros (\mathbb{Z}), los decimales exactos y los decimales periódicos se pueden expresar mediante fracciones.

Números racionales $\begin{cases} \text{Números naturales: 1, 2, 3...} \\ \text{El número cero: 0} \\ \text{Enteros negativos: } -1, -2, -3... \\ \text{Números decimales} \end{cases}$ Decimales exactos: 1,35; 0,079... Decimales periódicos: 9,64; 8,123...

Q Z

Los números decimales no exactos y no periódicos no se pueden expresar mediante una fracción y, por tanto, no son racionales. Se llaman **números irracionales**.

EJEMPLO

13. Completa la tabla con estos números. Ten en cuenta que un número puede estar colocado en más de una casilla.

 $0,345\widehat{1}$ 34,02 -2 $-0,33\widehat{1}$ $0,\widehat{1234}$ 4 2,1020304050...

Número natural	Número entero	Número decimal exacto	Número decimal periódico	Número decimal no exacto y no periódico	Número racional
4	4	34,02	0,3451	2,1020304050	4
	-2		-0,331		-2
			0,1234		34,02
					0,3451
					-0,331
					0,1234

ACTIVIDADES

- 16 Clasifica los siguientes números e indica todos los grupos a los que pertenecen.
 - a) -4,562
- e) 5,875

b) $\frac{-4}{9}$

- f) $\frac{10}{5}$
- c) 24,0923
- g) -76,43333333...
- d) 1,2322322232223...
- h) 4,9

Número natural	Número entero	Número decimal exacto	Número decimal periódico	Número decimal no exacto y no periódico	Número racional

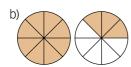
ACTIVIDADES FINALES

Fracciones

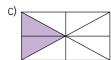
- 17 Expresa estos enunciados como una fracción.
 - a) Ocho de cada quince personas utilizan diariamente el teléfono móvil.
 - b) Juan pide tres trozos de una pizza de diez raciones.
 - c) De los treinta alumnos de una clase, diecinueve saben tocar un instrumento musical.
 - d) Mario ha encestado tres de cada cinco lanzamientos.
- 18 Escribe la fracción que representa la parte coloreada de estas figuras.

















SABER HACER

Comprobar si dos fracciones son equivalentes

19 Comprueba si son equivalentes.

a)
$$\frac{-2}{5}$$
 y $\frac{-6}{15}$

a)
$$\frac{-2}{5} y \frac{-6}{15}$$
 b) $\frac{-3}{7} y \frac{-9}{4}$

PRIMERO. Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y el denominador de la primera por el numerador de la segunda.

a)
$$-2 \cdot 15 = -30$$
 $5 \cdot (-6) = -30$

$$5 \cdot (-6) = -30$$

b)
$$-3 \cdot 4 = -12$$

$$7 \cdot (-9) = -63$$

SEGUNDO. Se determina si el resultado de ambos productos es el mismo. Si es el mismo, las fracciones son equivalentes.

a)
$$-30 = -30 \rightarrow \text{Son equivalentes}$$
.

b)
$$-12 \neq -63 \rightarrow \text{No son equivalentes}$$
.

20 CÁLCULO MENTAL. Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes.

a) $\frac{3}{10}$ y $\frac{21}{70}$

c) $\frac{3}{10}$ y $\frac{21}{70}$

b) $\frac{3}{7}$ y $\frac{21}{70}$

d) $\frac{-7}{5}$ y $\frac{-28}{40}$

21 Calcula el valor de x para que estas fracciones sean equivalentes.

a) $\frac{x}{12} = \frac{6}{9}$ b) $\frac{9}{x} = \frac{6}{4}$ c) $\frac{-4}{x} = \frac{32}{16}$ d) $\frac{-1}{7} = \frac{x}{98}$

22 CÁLCULO MENTAL. Completa los elementos que faltan para que se cumpla la igualdad.

a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{100} = \frac{10}{400} = \frac{10}{1000} = \frac{10}{1000}$

b) $\frac{-5}{6} = \frac{-75}{10} = \frac{1}{42} = \frac{-25}{100} = \frac{1}{60}$

23 CÁLCULO MENTAL. Obtén, por amplificación, tres fracciones equivalentes a cada una de estas.

Obtén, por simplificación, tres fracciones equivalentes a cada una de estas.

25 Calcula tres fracciones equivalentes a estas con

denominador comprendido entre los números 200 y 300.

26 Halla la fracción irreducible.

- a) $\frac{20}{8}$

- d) $\frac{-54}{92}$

SABER HACER

Simplificar una fracción factorizando su numerador y denominador

27 Calcula la fracción irreducible de $\frac{180}{168}$

PRIMERO. Se descomponen el numerador y el denominador en factores primos.

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$

SEGUNDO. Se simplifican los factores comunes.

$$\frac{180}{168} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^3 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 7} = \frac{15}{14}$$
 Fracción irreducible

- 28 Calcula la fracción irreducible descomponiendo numerador y denominador en factores primos.
- a) $\frac{36}{60}$ b) $\frac{108}{48}$ c) $\frac{-225}{125}$ d) $\frac{252}{441}$
- 22) Escribe una fracción equivalente a $\frac{1}{6}$ y otra a $\frac{4}{7}$ que tengan el mismo denominador
- 30 Ordena estas fracciones de menor a mayor.
 - a) $\frac{10}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{16}{3}$ $\frac{5}{3}$ y $\frac{2}{3}$
 - b) $\frac{5}{4}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{9}{4}$, $\frac{7}{4}$ y $\frac{1}{4}$
- 31 Ordena estas fracciones de mayor a menor.
- a) $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{7}$ y $\frac{5}{8}$
 - b) $\frac{7}{3}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{7}{6}$ y $-\frac{7}{9}$

SABER HACER

Hallar una fracción comprendida entre otras dos fracciones dadas

32 Escribe una fracción comprendida entre las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$

PRIMERO. Se suman las dos fracciones.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

SEGUNDO. Se divide el resultado de la suma entre un número natural distinto de 1, como por ejemplo el 2.

$$\frac{5}{6}$$
: 2 = $\frac{5}{12}$

La fracción $\frac{5}{12}$ está comprendida entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$

- 33 Escribe una fracción comprendida entre estas dos.
 - a) $\frac{4}{5}$ y $\frac{7}{8}$ C) $\frac{7}{6}$ y $\frac{8}{6}$

- b) $\frac{9}{7}$ y $\frac{11}{9}$ d) $-\frac{3}{7}$ y $-\frac{2}{5}$
- 34 Completa.
- a) $\frac{1}{2} < \frac{\square}{8} < \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{7} < \frac{3}{\square} < \frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{6} < \frac{\square}{\square} < \frac{7}{8}$

Operaciones con fracciones

- 35 Realiza las siguientes operaciones.
- a) $\frac{3}{4} \frac{1}{8} + \frac{5}{2} 1$
 - b) $3 \frac{8}{3} \frac{1}{6} + \frac{2}{9}$
 - c) $5 \frac{5}{6} + \frac{5}{12} \frac{5}{3}$
- 36 Calcula el resultado de estas operaciones.
 - a) $\left(1 \frac{1}{3}\right) \left(4 + \frac{2}{7}\right)$
 - b) $\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{6} \frac{1}{10}\right)$
 - c) $-\frac{3}{7} \left(4 + \frac{7}{8} \frac{9}{4}\right)$

ACTIVIDADES FINALES

Halla el resultado de estas operaciones.
a)
$$-\frac{4}{25} - \left(\frac{9}{2} + 5\right) - 3$$

b)
$$-3 - \left(-\frac{6}{5}\right) - \frac{5}{3}$$

c)
$$\frac{11}{16} - \left(4 - \frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{8}\right)$$

SABER HACER

Hallar el término desconocido de una operación con fracciones

38 Copia y completa los huecos.

a)
$$+\frac{2}{5} = \frac{3}{4}$$

a)
$$1 + \frac{2}{5} = \frac{3}{4}$$
 b) $1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$

PRIMERO. Se despeja el término desconocido en un miembro, pasando el resto de forma «inversa» al otro.

a)
$$\boxed{+\frac{2}{5} = \frac{3}{4} \rightarrow \boxed{} = \frac{3}{4} - \frac{2}{5}}$$

b)
$$\frac{2}{5} = \frac{8}{15} \rightarrow = \frac{8}{15} : \frac{2}{5}$$

Está multiplicando, pasa dividiendo.

SEGUNDO. Se resuelve la operación resultante.

a)
$$=\frac{3}{4}-\frac{2}{5}=\frac{7}{20}$$

b)
$$\frac{8}{15}: \frac{2}{5} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$$

39 Resuelve estas operaciones.

a)
$$6 - \frac{1}{2} : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10}\right)$$

a)
$$6 - \frac{1}{2} : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10}\right)$$
 c) $\frac{1}{4} + \left(-\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) : \frac{1}{6}$

b)
$$\frac{6}{7} - 2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$$

b)
$$\frac{6}{7} - 2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$$
 d) $\left(-\frac{3}{5} + \frac{7}{6}\right) \cdot \left(3 - \frac{2}{5}\right)$

40 Halla el resultado de estas operaciones entre fracciones.

a)
$$\left(-\frac{10}{3} + 3\right) \cdot (-3) + \frac{1}{4}$$

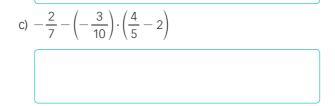
b)
$$1 - 2: \left(\frac{5}{3} - \frac{7}{4}\right) \cdot \frac{1}{3}$$

c) $\left(\frac{9}{2} - \frac{1}{6}\right)$: $\left[8 + \frac{1}{3}: \left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

Resuelve las siguientes operaciones.

a) $\left(1 + \frac{5}{3}\right) - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) - 2$

b)
$$\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$$



42 Realiza las siguientes operaciones.

a)
$$-\frac{1}{6} + \frac{1}{4} : \left(\frac{5}{9} - 3\right) : \frac{3}{2}$$

b) $\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{5}{9} - 3\right) : \frac{3}{2}$

c)
$$-\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{4} : \frac{5}{9} - 3\right) : \frac{3}{2}$$

43 Calcula el resultado de estas operaciones con fracciones.

a)
$$\left[\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)\right] : \left(4 - \frac{2}{3}\right)$$

b)
$$\left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) : 4 - \frac{2}{3}$$

c)
$$\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left[\left(-\frac{2}{9} \right) : 4 - \frac{2}{3} \right]$$

Números decimales

44 Indica la parte entera y la parte decimal de estos números. En el caso de los decimales periódicos, señala el período y el anteperíodo.

e) -5,678678678

b) -24,777...

f) 4,8456767...

c) 0,08999...

g) 1,010011000111...

- d) 19,353535...
- h) -752,5

45 Justifica qué tipo de número (entero, decimal exacto o periódico) expresan las siguientes fracciones.

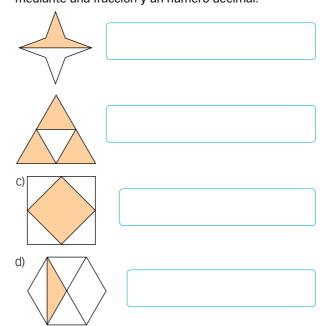
- a) $\frac{27}{36}$
- b) $-\frac{44}{11}$

46 Clasifica estos números decimales en racionales e irracionales.

- a) 4,565656...
- d) 0,040044000...
- b) −3,123456...
- e) -1,285

- 47 Expresa en forma decimal las siguientes fracciones.
 - a) $\frac{1}{30}$
- b) $\frac{-2}{9}$ e) $\frac{-3}{8}$

- f) $\frac{25}{99}$
- 48 Expresa la parte coloreada de estas figuras mediante una fracción y un número decimal.



Problemas con fracciones

SABER HACER

Calcular una parte de un total

49 Un taxista ha llevado hoy a 40 pasajeros. De ellos, $\frac{5}{8}$ eran hombres. ¿Cuántos pasajeros eran mujeres?

PRIMERO. Se calcula la parte que no sabemos.

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$
 eran mujeres.

SEGUNDO. Se halla lo que representa esa parte en el total de pasajeros.

$$\frac{3}{8}$$
 de $40 = \frac{3}{8} \cdot 40 = \frac{3 \cdot 40}{8} = \frac{120}{8} = 15$

Del total de pasajeros, 15 eran mujeres.

ACTIVIDADES FINALES

Cuatro de cada cinco electrodomésticos que se venden son de color blanco y una décima parte son metalizados. Calcula cuántos electrodomésticos blancos y cuántos metalizados ha vendido un establecimiento de un total de 140 aparatos.

Se han vendido	blancos v	metalizados

- Unos amigos recorren 105 km en bicicleta.

 El primer día realizan $\frac{1}{3}$ del camino; el segundo día,
 - 4/15, dejando el resto para el tercer día. ¿Cuántos kilómetros recorren cada día?

El primer dia recorren	km,	
el segundo,	km y el tercero	km.

SABER HACER

Calcular el total conociendo una parte

52 En un teatro han quedado libres 50 butacas. Si se han ocupado los $\frac{4}{9}$ de las butacas, ¿cuántas butacas tiene el teatro en total?

PRIMERO. Calculamos la fracción que representa el dato entero que nos dan.

En este caso, sabemos la cantidad de butacas libres.

$$1 - \frac{4}{9} = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$
 de las butacas quedan libres.

SEGUNDO. Se llama x al total y se establece la relación entre la fracción que se ha calculado y el dato entero que da el problema.

$$\frac{5}{9}$$
 de $x = 50 \rightarrow \frac{5 \cdot x}{9} = 50$

TERCERO. Se despeja *x*.

$$\frac{5x}{9} = 50 \rightarrow 5x = 50.9 \rightarrow x = \frac{50.9}{5} = 90$$

El teatro tiene 90 butacas.

Una piscina que está llena hasta los $\frac{10}{13}$ de su capacidad necesita 720 litros para estar completamente llena. ¿Cuál es la capacidad de la piscina?

La capacidad de la piscina es de litros.

Un trozo de tela mide 5,4 m y representa las tres séptimas partes del total. ¿Cuál es la longitud total de la tela?

La longitud total es de m.	

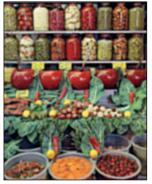
Se vacía una bota de 12 000 litros de capacidad hasta que quedan sus tres décimas partes. ¿Cuántos litros se han extraído?

Se han extraído litros.

Los cinco doceavos del total de los alumnos de un instituto son hijos únicos. Si 322 tienen algún hermano, ¿cuántos son hijos únicos?

Hay	alumnos que son hijos únicos.

En un almacén de fruta, verdura y conservas se utilizan cinco octavas partes del espacio para almacenar fruta y dos terceras partes para almacenar verdura. Las conservas ocupan todo el espacio restante. ¿Qué fracción del total ocupan?



·
Las conservas ocupan partes del total.