

Módulo de Ciencias Aplicadas I

Matemáticas

1

El libro Matemáticas1, para primer curso de Formación Profesional Básica, es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Antonio Brandi Fernández**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:

Blanca Arteaga Martínez

Revisión científica

Angélica Escoredo García
Azucena Zapata Rodríguez

Editor ejecutivo

José María Prada Carrillo

Dirección del proyecto

Mercedes Rubio Cordovés

**Dirección y coordinación editorial
de Secundaria y Formación Profesional**

Teresa Grence Ruiz

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

Formación Profesional Básica

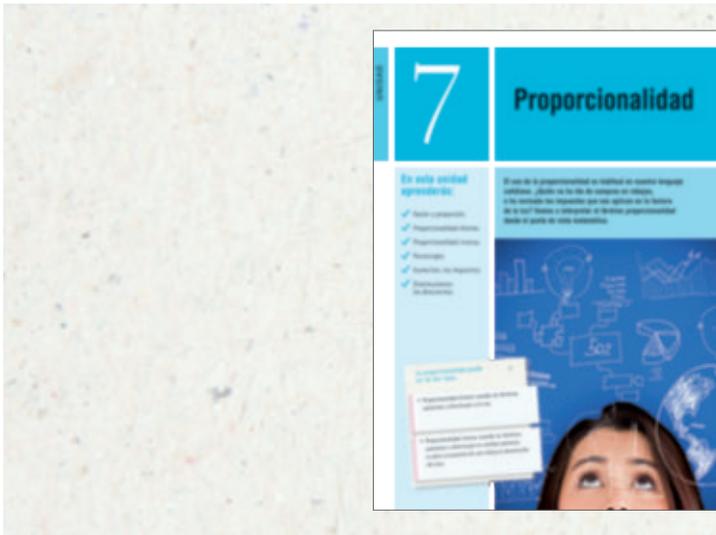
Presentación

La Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) crea los ciclos de Formación Profesional Básica dentro de la Formación Profesional del sistema educativo. Estos ciclos incluyen módulos relacionados con las ciencias aplicadas y la sociedad y la comunicación, que permitirán al alumnado alcanzar y desarrollar las competencias del aprendizaje permanente y/o proseguir estudios de enseñanza postobligatoria.

Este libro de *Matemáticas 1* responde al currículo de Matemáticas Aplicadas al Contexto Personal y de Aprendizaje incluido dentro del módulo profesional de Ciencias Aplicadas I y está diseñado y elaborado para ser una eficaz herramienta de trabajo en el aula. Todos sus elementos han sido cuidadosamente trabajados y revisados con el objeto de crear un material riguroso, pero asequible a la comprensión de los alumnos.

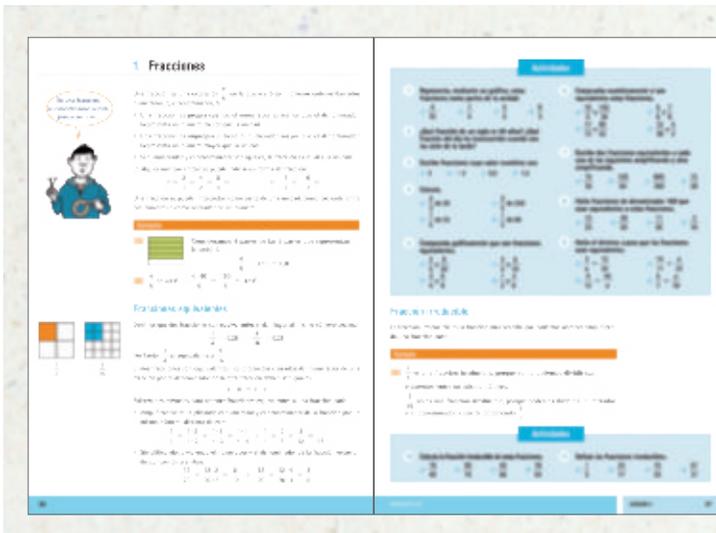
Los contenidos desarrollados en este libro se han secuenciado de acuerdo al Real Decreto 127/2014, de 28 de febrero de 2014, por el que se regulan aspectos específicos de esta nueva etapa: la Formación Profesional Básica.

Esquema de la unidad



Página inicial

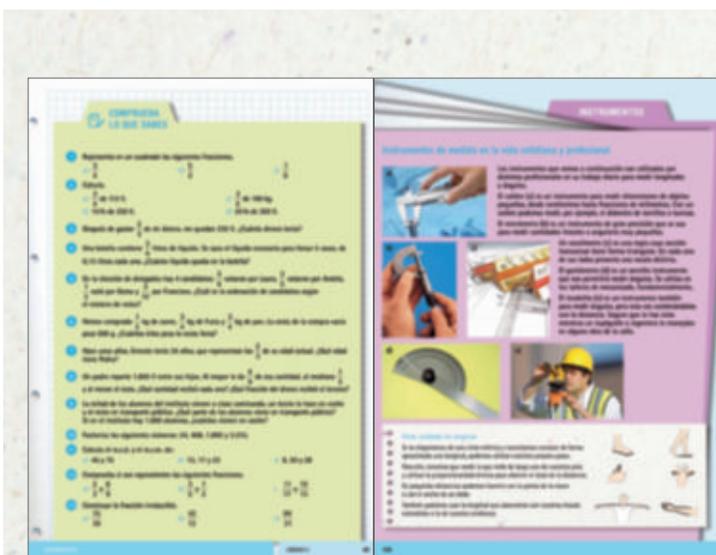
Esta página contiene el índice de contenidos de la unidad en el lateral junto a un breve texto introductorio.



Páginas de contenido y actividades

En las páginas centrales se desarrollan los contenidos de cada unidad, a través de textos expositivos, sencillos y cuidadosamente estructurados, apoyados en numerosos ejemplos.

Todos los epígrafes van seguidos de una serie de actividades que serán esenciales para practicar y afianzar lo aprendido.



Páginas finales

El objetivo del apartado COMPRUEBA LO QUE SABES es acreditar los conocimientos adquiridos mediante una serie de ejercicios que incluyen todos los aspectos conceptuales y procedimentales explicados en la unidad correspondiente.

Todas las unidades terminan con una página cuya información pretende acercar al estudiante a una forma de aprender práctica, mediante la manipulación, la observación de su entorno o el trabajo en pequeños grupos.

UNIDAD 1. Los números naturales	5	UNIDAD 7. Proporcionalidad	73
1. Los sistemas de numeración	6	1. Razón y proporción	74
2. Los números naturales: utilidad y orden	6	2. Proporcionalidad directa	76
3. Suma y multiplicación de números naturales	8	3. Proporcionalidad inversa	77
4. Potencias de números naturales	10	4. Porcentajes	78
Anexo: Cuadrados mágicos	12	5. Aumentos: los impuestos	79
UNIDAD 2. Los números enteros	13	6. Disminuciones: los descuentos	80
1. Los números enteros	14	Anexo: Trabajando con <i>Excel</i>	82
2. El orden de los números enteros	16	UNIDAD 8. Sucesiones y progresiones	83
3. Las operaciones con números enteros	17	1. Sucesiones	84
Anexo: Los números romanos	22	2. Progresiones aritméticas	86
UNIDAD 3. Los números decimales	23	3. Progresiones geométricas	89
1. Los números decimales	24	4. Interés simple	91
2. Comparación de números decimales	26	5. Interés compuesto	92
3. Aproximación de números decimales	27	Anexo: El ajedrez	94
4. Operaciones básicas con decimales	28	UNIDAD 9. Unidades de medida	95
5. Tipos de números decimales	32	1. Longitud	97
Anexo: Lecturas	34	2. Masa	100
UNIDAD 4. Los números racionales	35	3. Capacidad	101
1. Fracciones	36	4. Temperatura	102
2. Paso de decimal a fracción y viceversa	38	5. Tiempo	103
3. Múltiplos y divisores	40	6. Operaciones con medidas de tiempo	105
4. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo	42	Anexo: Instrumentos	108
5. Los números racionales	45	UNIDAD 10. Medidas de superficie y volumen	109
6. Operaciones con números racionales	47	1. Superficie y área	110
Anexo: Música y Matemáticas	50	2. Unidades de superficie	111
UNIDAD 5. Los números reales	51	3. Unidades agrarias	113
1. Operaciones con potencias	52	4. Unidades de volumen	114
2. Cálculo de la raíz cuadrada	53	5. Relación entre las unidades de volumen y capacidad	115
3. La raíz de orden n	54	6. Volumen, masa y capacidad	116
4. Operaciones con raíces	55	Anexo: El <i>tangram</i>	118
5. Los números reales	57	Unidad 11. Lenguaje algebraico	119
6. Aproximaciones y errores	58	1. Expresión algebraica	120
7. Representación de los números reales	59	2. Monomios	121
8. Notación científica	60	3. Polinomios	124
Anexo: El número de oro	62	4. Igualdades notables	127
UNIDAD DE REPASO		5. Identidades y ecuaciones	129
6. Los números en mi entorno	63	Anexo: <i>Wiris</i> y el álgebra	134
1. La cesta de la compra	64		
2. La dieta	65		
3. La nómina	66		
4. Números en la cocina	67		
5. Las rebajas	68		
6. La EPA	69		
7. El ahorro y sus beneficios	70		
8. Distribución de gastos en el hogar	71		

1

Los números naturales

En esta unidad aprenderás:

- ✓ Los sistemas de numeración.
- ✓ Los números naturales: utilidad y orden.
- ✓ Suma y multiplicación de números naturales.
- ✓ Potencias de números naturales.

«Dios ha creado los números naturales, el resto es obra del hombre» (Kronecker).

El ser humano ha construido los sistemas de numeración porque necesita cuantificar el entorno que le rodea. El primer conjunto de números con el que vamos a trabajar es el de los números naturales.

Un sistema de numeración es el conjunto de cifras y reglas que nos permiten expresar números.

- Si una cifra tiene valor distinto según la posición que ocupa, esto indica que el sistema es posicional.

- Nuestro sistema de numeración es decimal, con diez cifras que, dependiendo de su posición, son: unidades, decenas, centenas...



1. Los sistemas de numeración

Nuestro sistema de numeración se utiliza para escribir cualquier número mediante diez cifras, que son las siguientes:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

- Se llama decimal, porque diez unidades de un orden forman una unidad del orden siguiente.
- Es posicional, ya que cada cifra cambia de valor según el lugar que ocupa en el número.

Los nueve primeros órdenes de unidades son:

Centena de millón	Decena de millón	Unidad de millón	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U



2. Los números naturales: utilidad y orden

Los números naturales nos sirven para contar y ordenar.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Es un conjunto de números con infinitos elementos.

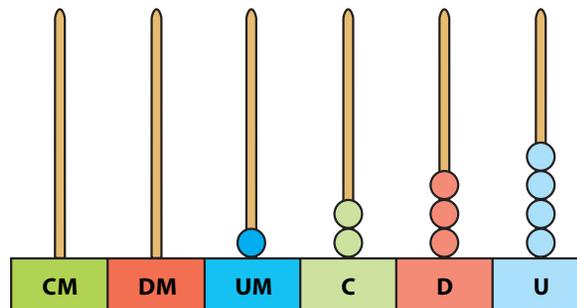
Ejemplos

1 En el número 333, empezando por la izquierda:

- El primer número 3 indica 3 centenas o, lo que es lo mismo, 300 unidades.
- El segundo número 3 indica 3 decenas o, lo que es lo mismo, 30 unidades.
- El tercer número 3 indica 3 unidades.

2 Si descomponemos el número 1.234, obtenemos:

$$1.234 = 1.000 + 200 + 30 + 4 = 1 \cdot 1.000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$



Podemos utilizar 10 símbolos, que, según la posición que tengan, nos indicarán las unidades, decenas, centenas...



Hay dos signos que indican el orden entre números: $<$ (menor que) y $>$ (mayor que).

Podemos representar gráficamente los números naturales sobre una recta numérica, lo cual nos permitirá compararlos.

Los números mayores estarán situados a la derecha, y los menores, a la izquierda. Cuanto mayor sea un número, más a la derecha estará situado sobre la recta.



$3 < 5$ indica que 3 es menor que 5.

$7 > 4$ indica que 7 es mayor que 4.

5 está situado más a la derecha en la recta que 3.

4 está situado más a la izquierda que 7.

Actividades

1 Escribe en tu cuaderno cómo se leen estos números.

- | | |
|----------|--------------|
| a) 69 | e) 19.006 |
| b) 121 | f) 200.705 |
| c) 1.215 | g) 1.305.216 |
| d) 7.534 | h) 505.505 |

2 Escribe en tu cuaderno los números con cifras.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) Cuatro mil cuatro. | e) Siete mil setecientos diecisiete. |
| b) Seiscientos treinta y siete. | f) Quinientos sesenta y dos. |
| c) Cinco millones doscientos mil quince. | g) Mil ochocientos nueve. |
| d) Trescientos mil treinta y tres. | h) Ochocientos mil ochocientos. |

3 Copia la tabla siguiente en tu cuaderno, añádele filas vacías y descompón estos números, escribiendo cada cifra en su posición correcta.

MILLONES (MM)			MILLARES (M)			UNIDADES (U)		
Centena de millón	Decena de millón	Unidad de millón	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U

- | | |
|--------------|--------------|
| a) 27.345 | e) 2.456 |
| b) 1.206 | f) 52.782 |
| c) 3.589.014 | g) 476.723 |
| d) 673.451 | h) 2.022.022 |

4 Representa en una recta numérica los números 2, 5, 1 y 8, teniendo en cuenta su ordenación.

5 Ordena los siguientes números.

- | | |
|---------------|-------------------------------|
| a) 2, 5, 1, 8 | c) 1.202, 1.022, 2.012, 1.220 |
| b) 7, 0, 5, 8 | d) 57, 75, 557, 775 |

3. Suma y multiplicación de números naturales

Propiedades de la suma y la multiplicación

- **Conmutativa:** el orden de los sumandos o factores no cambia el resultado.

$$14 + 12 = 12 + 14 = 26$$

$$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15$$

- **Asociativa:** el orden en el que agrupemos los sumandos o factores, no cambia el resultado.

$$(15 + 14) + 12 = \\ = 15 + (14 + 12) = 41$$

$$(3 \cdot 5) \cdot 4 =$$

$$= 3 \cdot (5 \cdot 4) = 60$$

- **Elemento neutro:** es aquel que, tras realizar la operación, no cambia el resultado.

El elemento neutro para la suma es cero (0) y para la multiplicación es uno (1):

$$7 + 0 = 0 + 7 = 7$$

$$5 \cdot 1 = 1 \cdot 5 = 5$$

- **Distributiva:** si tenemos que realizar un producto por una suma de dos o más sumandos, podemos operar de dos maneras: haciendo los productos y después sumando, o primero sumando y después multiplicando por el resultado de la suma:

$$5 \cdot (3 + 7) = \\ = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 7 = \\ = 15 + 35 = 50$$

$$5 \cdot (3 + 7) = \\ = 5 \cdot 10 = 50$$

Con los números naturales podemos realizar fundamentalmente dos operaciones, la suma y la multiplicación.

Ejemplo

3	$5 \ 2 \ 3$ sumando	$3 \ 2$ factor
	$+ \ 4 \ 5 \ 1$ sumando	$\times \ 5$ factor
	<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/> $9 \ 7 \ 4$ suma	<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/> $1 \ 6 \ 0$ producto

Quando tenemos que hacer varias operaciones seguidas, hemos de distinguir si es la misma operación, o si son distintas. Por ejemplo, si tenemos que sumar $5 + 3 + 7$, podríamos hacer:

$5 + 3 + 7$	o	$5 + 3 + 7$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
$8 + 7$		$5 + 10$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
15		15

De la misma manera, si lo que tenemos son multiplicaciones:

$5 \cdot 3 \cdot 7$	o	$5 \cdot 3 \cdot 7$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
$15 \cdot 7$		$5 \cdot 21$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
105		105

Si hay varias operaciones distintas, estas han de hacerse en un orden determinado: primero, las multiplicaciones y, después, las sumas.

$5 \cdot 3 + 7$	o	$5 + 3 \cdot 7$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
$15 + 7$		$5 + 21$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
22		26

Quando hay paréntesis, la situación cambia, y hemos de comenzar por las operaciones que están dentro de los paréntesis:

$(5 \cdot 3) + 7$	o	$5 \cdot (3 + 7)$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
$15 + 7$		$5 \cdot 10$
$\swarrow \quad \searrow$		$\swarrow \quad \searrow$
22		50

¿Por qué no podemos restar y dividir con números naturales? La respuesta es sencilla: porque el resultado no siempre será un número natural.

Por ejemplo, si restamos $15 - 3 = 12$, vemos que 15 y 3 son dos números naturales, que al restarlos dan como resultado 12, que también es un número natural. Pero si restamos $3 - 15$, no podemos encontrar un número natural que dé como resultado esta operación.

Esto mismo ocurre con la división. Si dividimos $15 : 3 = 5$, vemos que el resultado de dividir 15 entre 3 es 5, un número natural. Pero si dividimos $3 : 15$, no da como resultado un número natural.

Actividades

6 Realiza las operaciones, fijándote en el orden en que deben hacerse.

a) $27 \cdot 2 + 3$

b) $5 + 4 \cdot 5$

c) $3 \cdot 2 + 8 \cdot 5$

d) $5 \cdot 3 + 8$

e) $5 + 3 \cdot 7 + 5 \cdot 1$

f) $7 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5$

7 Efectúa las siguientes operaciones.

a) $12 \cdot (5 + 7)$

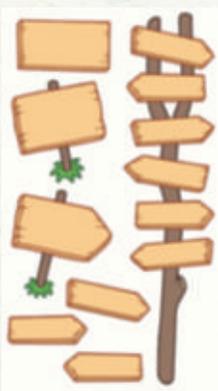
b) $12 \cdot 5 + 7 + (8 + 9)$

c) $3 \cdot (4 + 5) + 2 \cdot (7 + 1)$

d) $12 \cdot (5 + 7) + 8 \cdot 9$

e) $12 + (5 + 7) \cdot (8 + 9)$

f) $(2 + 7) \cdot 3 + (4 + 1) \cdot (3 + 2)$



Para resolver un problema debes tener en cuenta:

- ✓ Hazlo con calma.
- ✓ Léelo tranquilamente una primera vez.
- ✓ Puedes anotar las cantidades o aquello que comprendes tras una segunda lectura.
- ✓ Te puede ayudar hacer un esquema, o incluso, un pequeño dibujo con la situación.
- ✓ Reflexiona sobre qué relación tienen los datos y la pregunta que te hacen.
- ✓ Realiza las operaciones una a una, comprobando el resultado.
- ✓ Coloca la solución en un sitio visible, y refleja las unidades de medida.
- ✓ Comprueba que el resultado obtenido es coherente.

8 María gasta a diario 1 € en comprar el periódico. ¿Cuánto ahorraría si se apuntara a una suscripción mensual de 25 €? (1 mes = 30 días)

9 En una peluquería femenina han atendido a 30 mujeres por la mañana, 23 en el turno de mediodía y 37 en el turno de tarde. ¿Cuántas mujeres han sido atendidas?

10 La tarifa del taxi es de 3 € por la bajada de bandera y 1 € por cada 250 metros recorridos. ¿Cuánto me costará recorrer 5 kilómetros? (1 kilómetro = 1.000 metros)

11 Para prevenir del contagio tras un brote de varicela, se va a vacunar a los niños entre 5 y 8 años de una ciudad que no lo hubiese hecho antes.
Si un centro de salud recibió 2.300 cajas con 16 vacunas cada una, ¿a cuántos niños puede vacunar?

12 El alquiler de una bicicleta cuesta 10 € la primera hora, y 3 € más cada nueva hora. ¿Cuál es el precio total por cinco horas?

13 Juan es electricista y cobra 22 € la hora de trabajo. Además, cobra 9 € por cada traslado al domicilio donde va a trabajar.
El lunes estuvo trabajando 3 horas, pero olvidó una pieza importante. Tuvo que regresar el martes y trabajó 1 hora. ¿Cuánto dinero cobrará en total?

14 En un taller de peluquería han recibido un pedido de 7 cajas de tinte, con 20 botes cada una. ¿Cuántos botes han recibido en total?

15 En un supermercado se compran las manzanas por cajas de 50 kilogramos. ¿Cuántos kilogramos de manzanas habrá en total si ayer descargaron 370 cajas por la mañana y 65 por la tarde?



COMPRUEBA LO QUE SABES

- 1 Copia en tu cuaderno esta tabla y realiza las operaciones.

a	b	c	$a + b + c$	$a \cdot b \cdot c$	$a + b \cdot c$	$a \cdot b + c$
6	7	8	_____	_____	_____	_____
2	3	4	_____	_____	_____	_____
1	3	5	_____	_____	_____	_____
4	6	8	_____	_____	_____	_____

- 2 Copia en tu cuaderno y coloca un número natural en cada uno de los huecos.

a) _____ + 3 + _____ = 12

c) _____ + 3 \cdot _____ = 16

b) _____ \cdot 2 + _____ = 14

d) _____ \cdot 2 \cdot _____ = 18

- 3 Escribe en tu cuaderno los siguientes números.

a) 8 unidades de millar + 4 centenas + 7 unidades

b) 7 decenas de millar + 5 centenas + 6 decenas + 3 unidades

c) 6 centenas de millar + 8 decenas de millar + 5 unidades de millar + 2 unidades

- 4 Ordena, de mayor a menor, según su extensión en kilómetros cuadrados (km^2), los siguientes países:

Chipre: 9.250 km^2 ; España: 504.782 km^2 ; Italia: 301.230 km^2 ; Portugal: 92.391 km^2

- 5 El Gobierno va a conceder 900 becas para montar laboratorios en centros de Iniciación Profesional. Cada beca permitirá un ahorro de 340 € por centro. ¿Cuánto dinero se ahorrará anualmente?

- 6 María y Carmen coleccionan postales de sus viajes. María tiene 123 postales y Carmen tiene 57 más que María.

a) ¿Cuántas postales tiene Carmen?

b) ¿Cuántas postales tienen entre las dos?

- 7 Cada alumno debe traer al colegio 35 € este año para material escolar. ¿Cuánto dinero se recogerá en total si somos 27 alumnos en clase?

- 8 En un concurso de resolución de problemas matemáticos en el colegio participan los delegados de cada clase. Hay en total 39 clases. Los cuatro primeros clasificados tendrán como premio 5 libros para su aula y el resto recibirán 2. ¿Cuántos libros se darán en total?

- 9 En un edificio, el primer piso se encuentra situado a 180 centímetros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos es de 200 centímetros. ¿A qué altura se encuentra el octavo piso?

- 10 Para comprar un torno para el colegio se paga una entrada de 1.300 € y seis mensualidades de 350 €. ¿Cuál es el precio total del torno?

CUADRADOS MÁGICOS

Observa el cuadrado con números de la derecha:

Sumando los tres números que aparecen en cada horizontal, en cada vertical o en cada diagonal, se obtiene siempre la misma cantidad: 15, su número mágico. Este tipo de cuadrados se llaman **cuadrados mágicos**.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

El objetivo de esta actividad es que construyas distintos cuadrados mágicos.

Puedes utilizar los números que quieras, grandes o pequeños, pares o impares...

Tendrás que colocarlos en un cuadrado, de 3×3 , 4×4 , 5×5 ..., o del orden que quieras, pero siempre siendo ¡mágico!

En general, si el cuadrado mágico tiene n filas y n columnas, es decir, $n \times n$ casillas y $n \times n$ números, se llamará cuadrado mágico de orden n .

¡Más difícil todavía! El **cuadrado diabólico** es un cuadrado mágico de 4×4 , como el de la derecha.

Debe sumar 34, el número de Júpiter. Los elementos de cada uno de los pequeños grupos de 2×2 que forman las esquinas suman 34. Los cuatro números centrales también.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

- Busca en Internet este cuadrado mágico, que aparece en la obra *Melancolía* de Durero. ¿En qué año se hizo?

Los cuadrados mágicos han sido objeto de curiosidad a lo largo de la historia. Se utilizaron como juegos, como objetos de superstición, amuletos o grabados en obras muy conocidas.

En Barcelona, en una de las fachadas del templo de la Sagrada Familia, el escultor Josep Maria Subirachs realizó un grabado de un cuadrado mágico de orden 4, con una particularidad: la constante mágica es 33, la edad con la que murió Jesucristo. Únicamente pudo conseguir esa constante repitiendo en el cuadrado dos números, el 14 y el 10.



El cuadrado mágico de Subirachs en la Sagrada Familia de Barcelona.

- Construye un cuadrado mágico de orden 3×3 (con los números del 4 al 12) y, si te atreves, otro de orden 5×5 (de constante mágica 65).

2

Los números enteros

En esta unidad aprenderás:

- ✓ Los números enteros.
- ✓ El orden de los números enteros.
- ✓ Las operaciones con números enteros.

Los números naturales que estudiamos en la unidad anterior no son suficientes para expresar todas las situaciones numéricas de nuestro entorno. Por ello, aparecen los números enteros, que amplían el número de operaciones que podemos realizar.

Los números enteros van siempre acompañados de un signo:

- El signo nos aporta una información del número que dependerá del contexto en que trabajemos.

- Para comprender las reglas de los signos tenemos que practicarlas habitualmente.

ANTES, DEBES SABER...

Hay situaciones en las que es necesario utilizar números negativos.

Comparamos, por ejemplo, el balance económico de dos hogares durante el mes de mayo de 2013:

BALANCE EN EUROS (MAYO DE 2013)	
(JUAN SÁNCHEZ)	
INGRESOS	GASTOS
Nómina: 1.677	Seguro dental: 28
	Luz: 32
	Teléfono: 57
	Colegio: 255
	Alimentación: 621
	Transporte: 89
	Comunidad: 28
	Ropa: 96
	TOTAL 1.206
	Ahorro 471

BALANCE EN EUROS (MAYO DE 2013)	
(MARCELINA LUJÁN)	
INGRESOS	GASTOS
Nómina: 2.312	Seguro sanitario: 132
	Luz: 32
	Teléfono: 73
	Colegio: 420
	Alimentación: 663
	Transporte: 158
	Comunidad: 130
	Hipoteca: 950
	TOTAL 2.558
	Ahorro -246

En casa de Juan han conseguido ahorrar 471 €, que podrán dejar en el banco y utilizarlos si lo necesitan otro mes. Sin embargo, en casa de Marcelina han gastado 246 € más de lo que tenían, lo que supone que deben 246 € al banco.

Tener 471 € se indica: +471.

Deber 246 € se indica: -246, que no es un número natural.

1. Los números enteros

El cero es el único número entero que no es positivo ni negativo.



Acabamos de ver que utilizando los números naturales no siempre podemos expresar todas las situaciones que se producen a nuestro alrededor. Por ello, necesitamos aumentar el conjunto de los números naturales:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

añadiéndole estos mismos números, pero con el signo menos delante:

-1, -2, -3, -4, -5, -6, ...

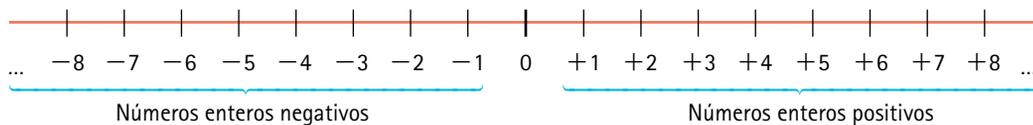
Este nuevo conjunto de números se llama **conjunto de los números enteros**.

El símbolo que representa al conjunto de los números enteros es:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Representación de los números enteros

Podemos representar los números enteros en una recta numérica, colocando el cero en el centro, los números negativos a la izquierda y los positivos a la derecha.



Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número entero es el valor que tiene prescindiendo del signo. Para expresarlo se utilizan dos barras verticales:

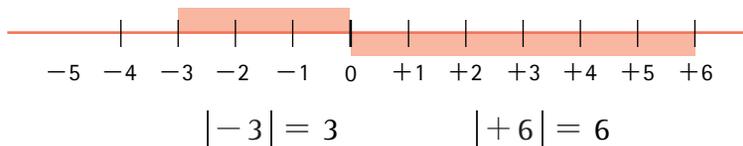
$$|+5| = 5 \quad |-5| = 5 \quad |0| = 0$$

El valor absoluto de un número entero indica la distancia (en unidades) que lo separa del cero en la recta numérica.

El opuesto de un número entero es otro número que tiene el mismo valor absoluto, pero con el signo contrario.

Ejemplo

1 Calcula el valor absoluto de -3 y $+6$.



RECUERDA

Los números enteros positivos se escriben habitualmente sin el signo $+$ que los precede:

$$+7 = 7 \quad +23 = 23$$

Los números enteros negativos se deben escribir siempre con el signo menos delante. Incluso, a veces, se escriben entre paréntesis:

$$(-3) = -3$$

Para calcular el opuesto de un número se le cambia de signo.

$$\text{Op}(-2) = +2$$

$$\text{Op}(+3) = -3$$



Actividades

1 Una situación en la que utilizamos números enteros es cuando usamos un termómetro y hablamos de grados de temperatura.

Señala tres posibles situaciones de cambios de temperatura, donde debas usar números positivos y negativos.

2 Escribe con números positivos o negativos estas expresiones.

- Treinta grados positivos o sobre cero.
- Pierdes 10 €.
- La quinta planta del colegio.
- El segundo sótano del centro comercial.
- Ganas 5 €.

3 Escribe cuatro números enteros comprendidos:

- Entre -4 y $+2$.
- Entre $+2$ y $+10$.
- Entre -5 y $+5$.

4 Calcula.

- a) $|+7|$ b) $|-1|$ c) $|+22|$ d) $|-41|$

5 Escribe el opuesto en cada caso.

- a) $+3$ c) -11 e) -9 g) $+24$
b) -5 d) $+7$ f) -1 h) -7

2. El orden de los números enteros

Utilizamos los símbolos $<$ y $>$ para expresar el orden entre varios números.



En este conjunto de números enteros, \mathbb{Z} , ¿cuál es mayor?, ¿y cuál es menor? Veámoslo con un ejemplo. Transformamos en números estas situaciones:

María tiene 5 euros $\rightarrow +5$	Juan tiene 7 euros $\rightarrow +7$
Carmen debe 5 euros $\rightarrow -5$	Pablo debe 7 euros $\rightarrow -7$

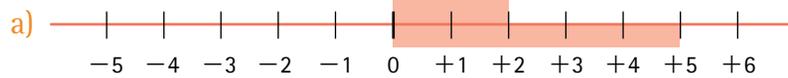
Si los ordenamos, de menor a mayor: $-7 < -5 < +5 < +7$

Reglas del orden entre dos números enteros

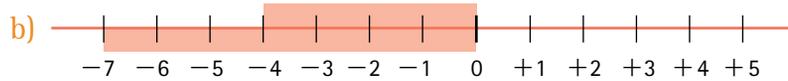
- Dados dos números positivos, es mayor el que está más lejos del cero. $+5 > +2$
- Dados dos números negativos, es mayor el que está más cerca del cero. $-1 > -5$
- Dados un número positivo y otro negativo, el positivo siempre será el mayor. $+6 > -8$

Ejemplo

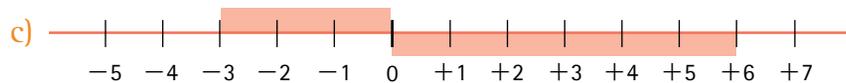
2 Compara estos números. a) $+5$ y $+2$ b) -4 y -7 c) $+6$ y -3



$$\left. \begin{array}{l} |+5| = 5 \\ |+2| = 2 \end{array} \right\} \rightarrow |+5| > |+2| \rightarrow +5 > +2$$



$$\left. \begin{array}{l} |-4| = 4 \\ |-7| = 7 \end{array} \right\} \rightarrow |-4| < |-7| \rightarrow -4 > -7$$



$+6 > -3$, ya que cualquier número positivo es mayor que otro negativo.

Actividades

6 Ordena, de menor a mayor:

a) $-10, -2, 0, -7, 5, 2$

b) $-4, -6, -2, -3, -7, 3$

7 Escribe un número entero que sea:

a) Mayor que -11 y menor que -8 .

b) Mayor que -5 y menor que 0 .

3. Las operaciones con números enteros

Vamos a sumar, restar y multiplicar números enteros, distinguiendo si los números son positivos o negativos.

La suma

Si queremos sumar dos números enteros con el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo.

$$(+3) + (+8) = +11 \quad (-3) + (-8) = -11$$

Y si queremos sumar dos números enteros con distinto signo, se restan sus valores absolutos y se pone el signo del sumando de mayor valor absoluto.

$$(+3) + (-8) = -5 \quad (-3) + (+8) = +5$$

También podemos sumar eliminando los paréntesis antes de realizar la operación, y teniendo en cuenta la regla de los signos.

Así, si el paréntesis viene precedido por el signo +, se suprime, y si viene precedido por el signo -, se cambia el signo de los sumandos del interior.

$$(+3) + (+8) = +3 + 8 = +11$$

$$(-3) - (+8) = -3 - 8 = -11$$

$+2 + 3 = +5$

$-2 + 5 = +3$

Actividades

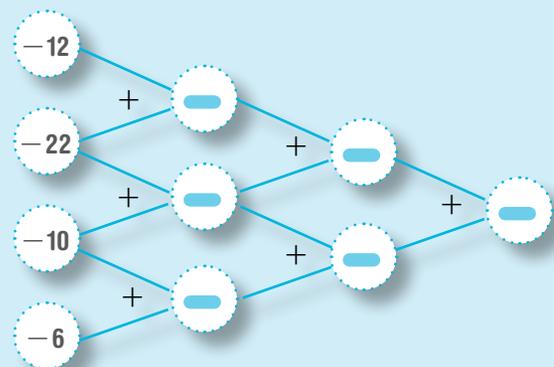
8 Efectúa en tu cuaderno estas sumas de números enteros.

- a) $(+5) + (+8)$ d) $(-5) + (+8)$
- b) $(+5) + (-8)$ e) $(-5) + (-8)$
- c) $(+7) + (-8)$ f) $(+7) + (+8)$

9 Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala.

+	-4	-2	-1	2
-3	_____	_____	_____	_____
-1	_____	_____	_____	_____
+2	_____	_____	_____	_____
+5	_____	_____	_____	_____
+1	_____	_____	_____	_____

10 Copia en tu cuaderno el siguiente esquema, y complétalo sumando.



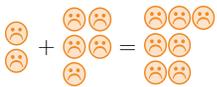
11 Elimina los paréntesis y efectúa las sumas.

- a) $(+3) + (-5) + (-7) + (-4) + (+9)$
- b) $(+2) + (+6) + (+5) + (-9) + (+6)$
- c) $(+6) + (-9) + (-4) + (-2) + (-4)$
- d) $(-3) + (-2) + (+7) + (-5) + (+1)$

Para restar es conveniente quitar primero los paréntesis y luego aplicar la regla de los signos.

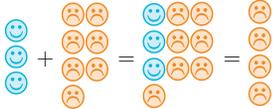


$$-2 - 5 = -7$$



Debes 2 € y te gastas 5 € → Debes 7 €.

$$+3 - 7 = -4$$



Tienes 3 € y te gastas 7 € → Debes 4 €.

La resta

Restamos dos números enteros con el mismo signo:

$$(+3) - (+8) = +3 - 8 = -5$$

$$(-3) - (-8) = -3 + 8 = +5$$

$$(+8) - (+3) = +8 - 3 = +5$$

$$(-8) - (-3) = -8 + 3 = -5$$

Restamos dos números enteros con distinto signo:

$$(+3) - (-8) = +3 + 8 = +11$$

$$(-3) - (+8) = -3 - 8 = -11$$

$$(+8) - (-3) = +8 + 3 = +11$$

$$(-8) - (+3) = -8 - 3 = -11$$

La suma y la resta de varios números enteros

A continuación, efectuamos sumas y restas de varios números enteros:

$$(+4) - (-3) + (-5) - (+2) = +4 + 3 - 5 - 2$$

Ahora podemos seguir efectuando la operación de dos maneras:

- Sumando todos los números positivos, por un lado, y todos los números negativos, por otro, y restando los resultados a continuación:

$$+4 + 3 - 5 - 2 = +(4 + 3) - (5 + 2) = +7 - 7 = 0$$

- Operando con los sumandos de dos en dos, es decir:

$$+4 + 3 - 5 - 2 = (+4 + 3) - 5 - 2 = (+7 - 5) - 2 = +2 - 2 = 0$$

Actividades

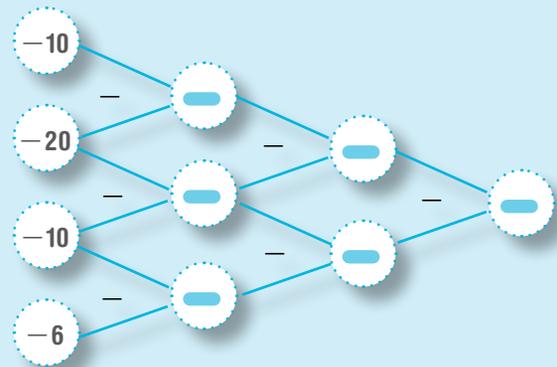
- 12 Efectúa en tu cuaderno estas restas de números enteros.

- $(+5) - (+8)$
- $(-5) - (+8)$
- $(+5) - (-8)$
- $(-5) - (-8)$
- $(-4) - (-9)$
- $(+7) - (-8)$
- $(+9) - (-8)$

- 13 Aristóteles murió en el año 322 a.C. y nació en el año 384 a.C. ¿Con qué edad murió?

- 14 El Titánic está hundido en el fondo del océano Atlántico a 3.784 metros de profundidad, y Felix Baumgartner ha saltado desde un globo a 39.068 metros de altura. ¿Qué distancia hay entre el globo y el barco?

- 15 Copia en tu cuaderno el siguiente esquema y complétalo restando de arriba abajo.



- 16 Realiza en tu cuaderno las siguientes operaciones.

- $+13 - 5 + 4 - 11$
- $-6 - 11 - 4 + 4$
- $+9 - 5 + 11 - 12 + 14$
- $+6 - 2 + 4 - 1 - 16$

La multiplicación

Para multiplicar dos números enteros, multiplicamos sus valores absolutos. Si los dos signos son iguales será un resultado positivo, y si son distintos, negativo.

Observa estos casos:

$$(-2) \cdot (+9) = \text{tienen signos distintos} = -18 = (+2) \cdot (-9)$$

$$(-2) \cdot (-9) = \text{tienen signos iguales} = +18 = (+2) \cdot (+9)$$

Recuerda la regla de los signos

$$(+)\cdot(+)=+$$

$$(-)\cdot(-)=+$$

$$(+)\cdot(-)=-$$

$$(-)\cdot(+)= -$$

La regla de los signos

Utilizamos la regla de los signos cuando hay dos signos seguidos que debemos convertir en uno, tal y como hemos estudiado antes.

$$2 \cdot 3 = 3 + 3 = +6$$

$$2 \cdot (-3) = (-3) + (-3) = -6$$

$$3 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$$

$$(-2) \cdot (-3) = +6$$



Actividades

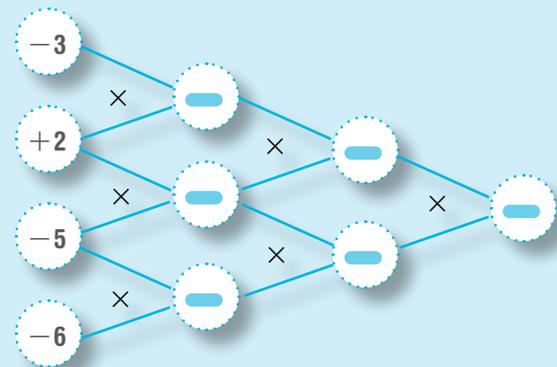
17 Calcula en tu cuaderno.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $(+3) + (+11)$ | j) $(-50) - (-10)$ |
| b) $(-4) - (-5)$ | k) $(-50) - (-75)$ |
| c) $(+30) + (-45)$ | l) $(+7) + (-7)$ |
| d) $(-3) - (-4)$ | m) $(-8) + (+6)$ |
| e) $(-18) - (+10)$ | n) $(+25) + (-8)$ |
| f) $(-14) + (-2)$ | ñ) $(+8) - (+6)$ |
| g) $(+6) + (-3)$ | o) $(+8) - (+12)$ |
| h) $(+12) + (+15)$ | p) $(-14) + (+16)$ |
| i) $(-14) + (+4)$ | q) $(-2) + (+2)$ |

18 Opera en tu cuaderno.

- $10 + (-3 + 1 - 9) - (5 - 7)$
- $(4 - 7) + (5 - 3 - 2 + 4)$
- $20 + (-3 + 2) - (-1 - 2 + 3)$
- $2 - (-3 - 4) - (-5 - 6)$
- $4 + (5 - 6) - (-7 + 8)$
- $(4 + 2 - 7) - (-3 - 5 - 7)$

19 Copia en tu cuaderno el siguiente esquema, y complétalo multiplicando.



20 Copia y completa la siguiente tabla.

\cdot	-7	+5	-1	+10
+6	—	—	—	—
-1	—	—	—	—
+2	—	—	—	—

21 Averigua el factor que falta en cada una de las operaciones.

a) $(-3) \cdot \text{—} = +18$

b) $(+7) \cdot \text{—} = +63$

PASO A PASO

Jerarquía de las operaciones

Al realizar varias operaciones con números enteros debemos pensar cuál de ellas tenemos que hacer en primer lugar.

Si hay sumas y restas:

- a) Agrupamos los números que tienen delante el mismo signo:

$$+5 - 4 + 2 =$$

- b) Sumamos los números positivos, por un lado, y los negativos, por otro:

$$= +7 - 4 =$$

- c) Ahora operamos como si fuese una suma o una resta:

$$= +3$$

Si hay sumas, restas y multiplicaciones:

- a) Primero realizamos las multiplicaciones:

$$+5 - 4 \times 7 + 2 = +5 - 28 + 2 =$$

- b) Seguimos los pasos del apartado anterior: sumamos todos los números que tienen el mismo signo, y mantenemos este signo:

$$= +7 - 28 =$$

- c) Ahora operamos como si fuese una suma o una resta:

$$= -21$$

Si hay paréntesis, primero realizamos las operaciones de los paréntesis, siguiendo las instrucciones de los dos apartados anteriores:

$$\begin{aligned} 30 - (12 + 3 - 4) + 10 &= \\ = 30 - (15 - 4) + 10 &= \\ = 30 - (11) + 10 &= \\ = 30 - 11 + 10 &= \\ = 40 - 11 &= \\ = 29 & \end{aligned}$$

En la unidad anterior vimos que si hay una operación con una multiplicación y una suma, primero hacemos la multiplicación



Actividades

22 Efectúa en tu cuaderno estas operaciones combinadas.

a) $4 + (4 \cdot 5 + 2) + 3$

b) $-(3 + 4 + 7) \cdot (9 - 2 + 5)$

c) $(-13 + 6 - 5) - (-4) + (-9)$

d) $[5 \cdot (3 - 4) - 2] + 5 - 7$

e) $(-4) \cdot (6 - 7 + 8 - 9)$

f) $-(3 - 2) - (5 + 3) + 2 - 5 \cdot (17 + 1 - 8)$

g) $5 - 7 + 3 \cdot (9 - 3) - 2 \cdot (2 + 6) + 3$

h) $(-3) \cdot (25 - 18 + 2) + 3 + 5 - 2 - (7 - 2)$

i) $3 \cdot 8 - 5 \cdot (2 + 3 - 4)$

j) $(7 - 3) \cdot 5 - (8 - 2) \cdot 3$

k) $3 \cdot (4 - 1 + 3) + 2 \cdot (7 - 8)$

l) $(5 - 7) \cdot (9 - 3 - 7)$

m) $(-1 + 3 - 9) \cdot (2 - 6)$

n) $(5 - 1 + 3) + (4 - 3) \cdot 3$

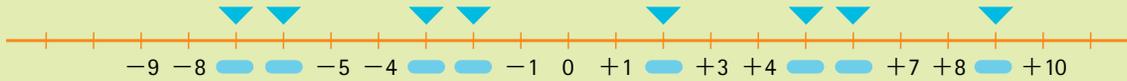
ñ) $(3 - 1) \cdot (5 - 7)$

o) $(7 - 9) \cdot (3 - 5)$



COMPRUEBA LO QUE SABES

- 1 Completa con los números que faltan.



- 2 Copia en tu cuaderno e inserta un signo $<$ o $>$ entre cada par de números.

- a) 4 3 d) -6 0 g) -3 -4
 b) -7 -9 e) 0 -1 h) $+1$ -1
 c) -6 -8 f) -15 -7 i) -3 $+1$

- 3 Escribe todos los números enteros comprendidos entre:

- a) -7 y -12 b) -4 y 0 c) -5 y 3 d) -7 y 0

- 4 Luis compra material de construcción por valor de 1.700 €. Si tiene 2.000 € para pagar y le descuentan 175 €, ¿cuánto dinero le queda?

- 5 El número de alumnos de la ESO en un colegio es:

Curso	Chicos	Chicas
1.º ESO	17	23
2.º ESO	41	25
3.º ESO	30	28
4.º ESO	28	33

- a) ¿Cuántos chicos hay en total?
 b) ¿Cuántas chicas hay en total?
 c) ¿Hay más chicos o más chicas?
 d) ¿En qué curso es mayor la diferencia entre el número de chicos y chicas?

- 6 Copia y opera en tu cuaderno.

- a) $12 - [5 - (4 - 3)]$ d) $[20 + (-3 + 2)] - (-1 - 2)$
 b) $10 + [(-3 + 1) + 4]$ e) $2 - [(3 - 4) - (-5 - 6)]$
 c) $[(4 - 7) - 9] + (5 - 3 - 2)$ f) $(4 + 2) - [7 - (-3 - 5 - 7)]$

- 7 Miguel tiene una deuda y decide pagar 300 € cada mes. ¿Cuál era el importe de la deuda si tarda 7 meses en saldarla?

- 8 El día 8 de enero, el termómetro marcó en Ponferrada una temperatura mínima de -8 °C y en Santa Cruz de Tenerife hubo una temperatura máxima de 20 °C. ¿Cuál fue la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?

- 9 Vicente acaba de llegar al centro comercial a ver a unos amigos. Llega en metro y accede por la planta 0. Monta en el ascensor para subir al cine, pero el ascensor no abre sus puertas. Entonces el ascensor sube 3 plantas, después baja 1, sube 2, baja 6, sube 4, sube 1 y baja 6. ¿En qué planta está al final?

LOS NÚMEROS ROMANOS

El sistema de numeración de los números romanos utiliza siete letras mayúsculas a las que se han asignado distintos valores numéricos:

Letras	I	V	X	L	C	D	M
Valores	1	5	10	50	100	500	1.000

¿Cuándo suelen utilizarse este tipo de números?

- Al nombrar los siglos.
- Para los capítulos y tomos de una obra.
- En los actos y escenas de una obra de teatro.
- Al nombrar reyes, papas y emperadores.

Para utilizarlos de forma correcta hemos de tener en cuenta una serie de reglas:



Reloj de sol con las cifras de las horas escritas en números romanos.

- 1** ESCRIBIR A LA DERECHA. Si a la derecha de una cifra romana se escribe otra igual o menor, el valor de esta se suma a la anterior.

$$VI = 6 \quad XX = 20$$

- 2** DUPLICAR LETRAS. Solo se pueden duplicar cuando no exista otra letra que indique el valor.

$$II = 2 \quad VV \text{ (no) } \neq X = 10 \quad XX = 20 \quad LL \text{ (no) } \neq C = 100 \quad CC = 200$$

$$DD \text{ (no) } \neq M = 1.000 \quad MM = 2.000$$

- 3** TRIPLICAR LETRAS. Como máximo se podrán triplicar letras, pero nunca repetir en un orden mayor que tres.

$$XXXIV = 34$$

- 4** ESCRIBIR A LA IZQUIERDA. Podemos escribir a la izquierda los valores I, X, C de la siguiente forma:

a) I colocada a la izquierda de V o X: resta 1.

$$IV = 4 \quad IX = 9$$

b) X colocada a la izquierda de L o C: resta 10.

$$XL = 40 \quad XC = 90$$

c) C colocada a la izquierda de D o M: resta 100.

$$CD = 400 \quad CM = 900$$

- 5** MULTIPLICAR POR MIL. El valor de un número quedará multiplicado por 1.000 por cada raya horizontal que tenga sobre él.

$$\bar{C} = 100.000 \quad \bar{\bar{C}} = 100.000.000$$

- Copia y practica en tu cuaderno:

$$III = \underline{\hspace{1cm}} \quad XIX = \underline{\hspace{1cm}} \quad CIV = \underline{\hspace{1cm}} \quad MXXIX = \underline{\hspace{1cm}} \quad CXXXIX = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$LXXVIII = \underline{\hspace{1cm}} \quad MCDXCVII = \underline{\hspace{1cm}} \quad DCCCLXXXIV = \underline{\hspace{1cm}}$$

- Escribe en números romanos:

$$2.013 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 1.999 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 525 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 19 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 777 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$909 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 49 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 111 = \underline{\hspace{1cm}}$$