

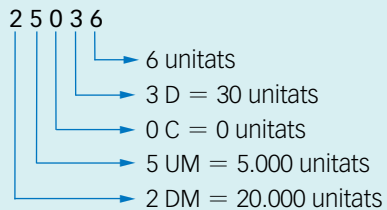


Valor d'una xifra en un nombre

El **valor** de cada xifra en un nombre depèn de la posició que ocupa dins del nombre.

EXEMPLE

Calcula el valor de cada xifra en el nombre 25.036.



ACTIVITATS

1 Determina el valor de la xifra 3 en aquests nombres:

- a) 1.256.003 b) 237.215 c) 4.231

Operacions combinades de sumes i restes

Aquestes operacions es poden presentar amb parèntesis o sense.

- Per calcular una sèrie de **sumes i restes sense parèntesis**, fem les operacions en l'ordre en el qual apareixen, d'esquerra a dreta.
- Per calcular una sèrie de **sumes i restes amb parèntesis**, fem primer les operacions que hi ha dins dels parèntesis.

EXEMPLE

$15 + 23 - 2 - 12 + 8 =$ $= 38 - 2 - 12 + 8 =$ $= 36 - 12 + 8 =$ $= 24 + 8 =$ $= 32$	$(95 - 32) - (39 - 16) - 21 =$ $= 63 - 23 - 21 =$ $= 40 - 21 =$ $= 19$
--	--

ACTIVITATS

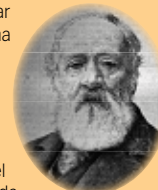
2 Resol les operacions següents:

- a) $87 - 13 + 42 - 4 + 92$
 b) $34 - 23 + 11 - (8 - 6) + 21$
 c) $27 + 34 + 6 - (41 - 5 - 17)$
 d) $(26 - 14) + 45 - (27 - 9) + 14$
 e) $18 + (26 - 14) - 5 + 26 - (26 - 19 + 12) - 9$



1857

Antonio Meucci va construir el primer telèfon, per connectar la seva oficina amb el dormitori de casa seva, situat al segon pis, per causa del reumatisme de la seva muller.



1876

Alexander Graham Bell va construir i patentar poques hores abans que el seu compatriota Elisha Gray el que fins fa pocs anys es pensava que era el primer telèfon.



Nombres naturals

1



SABER

- Sistemes de numeració
- Aproximació de nombres naturals
- Propietats de les operacions amb nombres naturals
- Potències. Operacions amb potències
- Arrel quadrada
- Operacions combinades

SABER FER

- Expressar productes i quocients de potències com una sola potència
- Calcular l'arrel quadrada d'un nombre
- Efectuar operacions combinades amb potències i arrels



? INTERPRETA LA IMATGE

El telèfon

Fa més de 150 anys que es va inventar el telèfon i només hi ha una cosa que no ha canviat des de l'origen: cada línia telefònica té un número associat.

- Les línies de la xarxa fixa tenen nou dígit i els primers indiquen a quina província pertanyen. Si el 972 indica que el telèfon és de Girona, quantes línies hi pot haver en aquesta demarcació?

1878

Als EUA s'estableix la primera connexió per mitjà d'una centraleta de funcionament manual que feia possible distribuir les trucades entre els usuaris.



Marcació per pulsació

Els telèfons incorporen un disc rotatori per prescindir de l'operadora manual, d'aquesta manera augmenten la rapidesa i la privacitat.



Marcació per tons

Els telèfons incorporen un teclat que conté els dígit del 0 al 9 i algunes tecles especials: *, #, ...

Aquestes tecles amb combinacions numèriques donen accés a funcions com ara el contestador, la retrucada, etc.



2002

L'11 de juny de 2002 el Congrés dels Estats Units va aprovar una resolució per la qual es reconeix que l'inventor del telèfon va ser Antonio Meucci.



1

Sistemes de numeració

1.1. Sistema de numeració decimal



La xifra 0 s'utilitza per indicar que un nombre no té unitats de l'ordre que ocupa.

107 → No té desenes

En el **sistema de numeració decimal** s'utilitzen deu xifres diferents: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. A més, és un **sistema posicional**, cada xifra té un valor segons la seva posició dins del nombre.

Cada 10 unitats formen una unitat de l'ordre immediatament superior.

Centena de milió	Desena de milió	Unitat de milió	Centena de miler	Desena de miler	Unitat de miler	Centena	Desena	Unitat
------------------	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	-----------------	---------	--------	--------

EXEMPLE

1. Descompon el nombre 13.460.090 en els ordres d'unitats.

$$13.460.090 = 1 \text{ D. de milió} + 3 \text{ U. de milió} + 4 \text{ CM} + 6 \text{ DM} + 9 \text{ D}$$

1.2. Sistema de numeració romà

El **sistema de numeració romà** utilitza set lletres diferents:

$$I = 1 \quad V = 5 \quad X = 10 \quad L = 50 \quad C = 100 \quad D = 500 \quad M = 1.000$$

És un **sistema additiu**, és a dir, cada lletra val sempre el mateix.

Per escriure un nombre romà en el sistema de numeració decimal, sumem el valor de les lletres, excepte si una xifra de menys valor està situada a l'esquerra d'una altra de més valor; en aquest cas, restem.

EXEMPLE

2. Escriu el valor de cada nombre.

$$\text{a) MDXXIII} = 1.523 \quad \text{b) CDXLI} = 441 \quad \text{c) CXCIX} = 199$$



HO ESCRIVIM AIXÍ

Regla de la multiplicació en els nombres romans

Si un nombre romà té una ratlla a sobre, llavors el seu valor es multiplica per mil.

$$\overline{\text{LI}} = 51.000$$

ACTIVITATS

1 **PRACTICA.** Descompon en ordres d'unitats.

$$\text{a) } 342.531 \quad \text{b) } 7.100.203 \quad \text{c) } 7.345.000$$

2 **PRACTICA.** Escriu aquests nombres romans en el sistema de numeració decimal:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \text{XXII} & \text{c) } \text{DCLXIII} & \text{e) } \text{XXIX} & \text{g) } \text{CMX} \\ \text{b) } \text{CXVI} & \text{d) } \overline{\text{IV}} & \text{f) } \text{XCII} & \text{h) } \text{XLIX} \end{array}$$

3 **APLICA.** Escriu en nombres romans.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 11 & \text{c) } 74.000 & \text{e) } 115 & \text{g) } 987 \\ \text{b) } 22 & \text{d) } 93 & \text{f) } 646 & \text{h) } 1.899 \end{array}$$

4 **REFLEXIONA.** Escriu cinc nombres que tinguin 9 desenes de milió, 4 unitats de miler, 1 centena, 6 desenes i 7 unitats.

2 Aproximació de nombres naturals

Aproximar un nombre és substituir-lo per un altre de proper. El podem obtenir per dos mètodes diferents: truncament i arrodoniment.

2.1. Aproximació per truncament

Truncar un nombre a un cert ordre consisteix a substituir per zeros les xifres dels ordres inferiors.

EXEMPLE

3. Aproxima 5.178.463 per truncament a les unitats de miler. Substituïm per zeros les xifres a partir de les unitats de miler.

$$5.178.463 \xrightarrow{\text{TRUNCAMENT}} 5.178.000$$

2.2. Aproximació per arrodoniment

Per **arrodonir** un nombre a un cert ordre, ens fixem en la xifra de l'ordre següent:

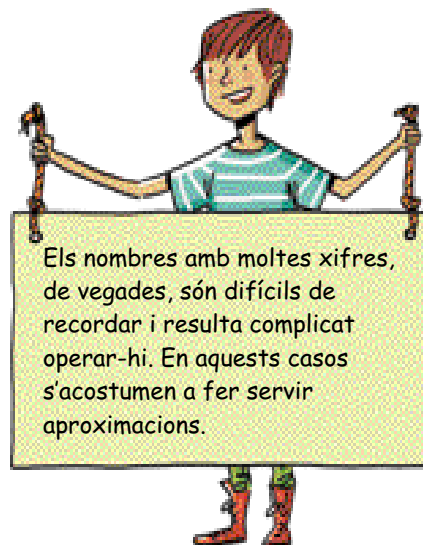
- Si és més gran o igual que 5, sumem una unitat a la xifra que volem arrodonir i trunquem la resta.
- Si és més petita que 5, mantenim la xifra com està i trunquem la resta.

EXEMPLE

4. Aproxima 5.178.463 per arrodoniment a les unitats de miler i a les centenes de miler.

$$\text{Unitats de miler: } 5.178.463 \xrightarrow{4 < 5} \text{Arrodoniment} = 5.178.000$$

$$\text{Centenes de miler: } 5.178.463 \xrightarrow{7 > 5} \text{Arrodoniment} = 5.200.000$$



ACTIVITATS

- 5 **PRACTICA.** Trunca i arrodoneix aquests nombres a les centenes i a les unitats de miler:

a) 3.729 b) 653.497 c) 25.465 d) 1.324.532

- 6 **APLICA.** Digues si és truncament o arrodoniment.

a) 3.256 → 3.200 c) 18.462 → 18.000
b) 497 → 500 d) 986.492 → 986.500

- 7 **REFLEXIONA.** Escriu tots els nombres que tinguin com a aproximació 25.560 quan fem:

a) Un arrodoniment a les desenes
b) Un truncament a les desenes

Quina et sembla que és la millor aproximació, la que fem per arrodoniment o la que fem per truncament?

3

Propietats de les operacions amb nombres naturals



La propietat distributiva també es compleix respecte de la resta.

$$3 \cdot (12 - 4) = 3 \cdot 12 - 3 \cdot 4$$

3.1. Propietats de la suma i de la multiplicació

- **Propietat commutativa.** L'ordre dels sumands o dels factors no en varia el resultat.
- **Propietat associativa.** L'ordre en què es facin les sumes no n'afecta el resultat. Passa el mateix en les multiplicacions.
- **Propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma.** Un nombre per una suma és igual a la suma dels productes d'aquest nombre per cadascun dels sumands.

EXEMPLE

5. Identifica la propietat que hem utilitzat en cada cas.
- $8 + 9 = 9 + 8 \rightarrow$ Propietat commutativa de la suma
 - $(6 \cdot 2) \cdot 4 = 6 \cdot (2 \cdot 4) \rightarrow$ Propietat associativa de la multiplicació
 - $5 \cdot (3 + 9) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 9 \rightarrow$ Propietat distributiva



T'HI ATREVEIXES?

Per quina raó Bart Simpson diu:

«Multiplica't per zero!»

3.2. Propietats de la resta i de la divisió

En una resta: el subtrahend més la diferència és igual al minuend.

En una divisió: el dividend és igual al divisor pel quocient més el residu i el residu ha de ser més petit que el divisor.

$$D = d \cdot q + r \quad r < d$$

EXEMPLE

6. Calcula i comprova que has fet bé l'operació.
- $170 - 90 = 80$ Comprovació: $90 + 80 = 170$
 - $32 \begin{array}{r} \underline{5} \\ 2 \ 6 \end{array}$ Comprovació: $\blacktriangleright q = 6, r = 2 \rightarrow 32 = 5 \cdot 6 + 2$
I a més, $2 < 5$

ACTIVITATS

- 8 **PRACTICA.** Completa a la llibreta i indica les propietats aplicades en cada igualtat.

a) $14 + 35 = \square + 14$ b) $7 \cdot (\square \cdot 5) = (\square \cdot 4) \cdot 5$

- 9 **APLICA.** Calcula el dividend d'una divisió en què el divisor és 14, el quocient és 23 i el residu és 2.

- 10 **REFLEXIONA.** Dóna valors a d fins que calculis el divisor d'aquestes divisions:

a) $34 \begin{array}{r} \underline{d} \\ 0 \ 17 \end{array}$ b) $89 \begin{array}{r} \underline{d} \\ 1 \ 22 \end{array}$ c) $102 \begin{array}{r} \underline{d} \\ 2 \ 20 \end{array}$

Fes-ho amb l'ajuda de la prova de la divisió.

4

Potències de nombres naturals

Una **potència** és una forma abreujada d'escriure una multiplicació de factors iguals.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ vegades}}$$

a → S'anomena **base** i és el factor que es repeteix.

n → S'anomena **exponent** i indica el nombre de vegades que es repeteix la base.

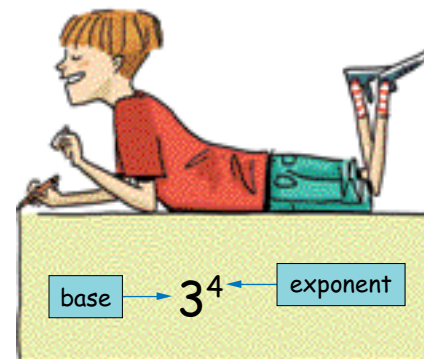
Les potències es llegeixen així:

- Les potències amb exponent 2 es llegeixen «al quadrat».

$$3 \cdot 3 = 3^2 \rightarrow \text{Es llegeix 3 al quadrat.}$$
- Les potències amb exponent 3 es llegeixen «al cub».

$$7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3 \rightarrow \text{Es llegeix 7 al cub.}$$
- Si l'exponent és més gran que 3, es llegeix «a la quarta», «a la cinquena»...

$5^4 \rightarrow 5$ a la quarta	$7^5 \rightarrow 7$ a la cinquena
$12^6 \rightarrow 12$ a la sisena	$4^{10} \rightarrow 4$ a la desena



EXEMPLES

7. Expressa en forma de potència aquests productes:

- | | |
|--|------------------------------|
| a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ | c) $8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$ |
| b) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^7$ | d) $13 \cdot 13 = 13^2$ |

8. Calcula el valor de les potències següents:

- | | |
|---|--|
| a) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ | c) $6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1.296$ |
| b) $9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$ | d) $8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4.096$ |

9. Escriu aquestes potències:

- | | |
|--|--|
| a) Set a la cinquena $\rightarrow 7^5$ | c) Cinc a la setena $\rightarrow 5^7$ |
| b) Nou al cub $\rightarrow 9^3$ | d) Dotze al quadrat $\rightarrow 12^2$ |

CALCULADORA

Per calcular potències amb la calculadora utilitzem la tecla x^y .

$$4^6 \rightarrow 4 \quad x^y \quad 6 \quad = \quad 4096$$

ACTIVITATS

11 **PRACTICA.** Expressa en forma de potència i indica'n la base i l'exponent.

- | | |
|---------------------|----------------------|
| a) Quatre al cub | c) Dos a la vuitena |
| b) Tres a la sisena | d) Sis a la cinquena |

12 **APLICA.** Calcula.

- a) 2^4 b) 3^3 c) 5^4 d) 7^2 e) 4^4 f) 2^{10}

13 **APLICA.** Expressa com a potència i calcula el resultat.

- | | |
|---------------------------|--|
| a) $10 \cdot 10 \cdot 10$ | b) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ |
|---------------------------|--|

14 **REFLEXIONA.** Escriu com a potència, si es pot.

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------|
| a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ | d) $5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$ |
| b) $5 \cdot 5 \cdot 4$ | e) $3 \cdot 4 \cdot 4$ |
| c) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$ | f) $9 \cdot 9$ |

5

Potències de base 10. Descomposició polinòmica d'un nombre

5.1. Potències de base 10

Una **potència de base 10 i exponent un nombre natural** és igual a la unitat seguida de tants zeros com indica l'exponent.



EXEMPLES

10. Calcula el valor de les potències següents:

a) $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underbrace{100.000}_{5 \text{ zeros}}$

b) $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underbrace{1.000.000}_{6 \text{ zeros}}$

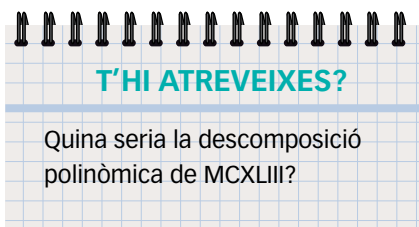
11. Expressa com a potència.

a) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000.000 = 10^7$

b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000 = 10^4$

5.2. Descomposició polinòmica d'un nombre

La **descomposició polinòmica** d'un nombre és igual a la suma dels productes de les seves xifres per la potència de base 10 corresponent al seu ordre.



EXEMPLE

12. Determina la descomposició polinòmica del nombre 5.064.209.

$$5.064.209 = 5 \cdot 1.000.000 + 6 \cdot 10.000 + 4 \cdot 1.000 + 2 \cdot 100 + 9 = 5 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9$$

ACTIVITATS

15 **PRACTICA.** Expressa en forma de potència i calcula el valor.

a) $10 \cdot 10 \cdot 10$

b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

16 **PRACTICA.** Troba la descomposició polinòmica.

a) 7.854

b) 11.111

c) 123.456

17 **APLICA.** Són correctes les descomposicions?

a) $10^4 + 7 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 2$

b) $10^5 + 8 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1$

18 **REFLEXIONA.** Completa a la llibreta.

a) $(2 \cdot \square)^\square = 10.000$

b) $(2 + 5 + \square)^\square = 1.000$

6

Operacions amb potències

6.1. Producte i quocient de potències amb la mateixa base

- Per **multiplicar** dues o més **potències amb la mateixa base**, mantenim la mateixa base i sumem els exponents.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- Per **dividir** dues **potències amb la mateixa base**, mantenim la mateixa base i restem els exponents.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

EXEMPLES

13. Calcula aquests productes:

a) $7^4 \cdot 7^2 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^{4+2} = 7^6$

b) $8^3 \cdot 8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^{3+5} = 8^8$

14. Calcula aquests quocients:

a) $9^5 : 9^3 = (9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9) : (9 \cdot 9 \cdot 9) = 9^{5-3} = 9^2$

b) $6^7 : 6^2 = (6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6) : (6 \cdot 6) = 6^{7-2} = 6^5$

Abans de fer les operacions, comprova si les dues potències tenen la mateixa base.



6.2. Potències d'exponent 1 i 0

- Una **potència d'exponent 1** és igual a la base $\rightarrow a^1 = a$.
- Una **potència d'exponent 0** és igual a 1 $\rightarrow a^0 = 1$.

EXEMPLE

15. Calcula.

a) $2^3 : 2^2 = \frac{8 : 4 = 2}{= 2^{3-2} = 2^1} \left. \vphantom{\frac{8 : 4 = 2}{= 2^{3-2} = 2^1}} \right\} 2^1 = 2$

b) $3^4 : 3^4 = \frac{81 : 81 = 1}{= 3^{4-4} = 3^0} \left. \vphantom{\frac{81 : 81 = 1}{= 3^{4-4} = 3^0}} \right\} 3^0 = 1$

ACTIVITATS

19 **PRACTICA.** Resol aquestes operacions i escriu-ne el resultat amb una sola potència:

a) $2^7 \cdot 2^4$

d) $5^6 : 5$

b) $3^5 : 3^2$

e) $4^6 \cdot 4^4$

c) $10^4 \cdot 10$

f) $7^3 : 7$

20 **APLICA.** Quants bolígrafs hi ha en 36 estoigs amb 6 bolígrafs a cadascun? Expressa-ho en forma de potència.

21 **REFLEXIONA.** Completa a la llibreta.

a) $8^3 \cdot 8^\square = 8^7$

b) $8^6 : 8^\square = 8$



T'HI ATREVEIXES?

Quin és el nombre més gran que es pot escriure amb tres xifres?



Utilitzant aquestes propietats podem simplificar els càlculs:

$$5^4 \cdot 2^4 = (5 \cdot 2)^4 = 10^4$$

$$6^3 \cdot 2^3 = (6 \cdot 2)^3 = 3^3$$

6.3. Potència d'una potència

Per elevar una **potència a una altra potència**, mantenim la mateixa base i multipliquem els exponents.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EXEMPLE

16. Calcula.

a) $(6^5)^3 = 6^5 \cdot 6^5 \cdot 6^5 = 6^{5+5+5} = 6^{3 \cdot 5} = 6^{15}$

b) $(8^2)^4 = 8^2 \cdot 8^2 \cdot 8^2 \cdot 8^2 = 8^{2+2+2+2} = 8^{2 \cdot 4} = 8^8$

6.4. Producte i quocient de potències amb el mateix exponent

- La **potència d'una multiplicació** és igual al producte de les potències dels seus factors.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- La **potència d'una divisió** és igual al quocient de les potències del dividend i el divisor.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

EXEMPLES

17. Expressa com a producte de dues potències.

a) $(7 \cdot 2)^3 = (7 \cdot 2) \cdot (7 \cdot 2) \cdot (7 \cdot 2) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 7^3 \cdot 2^3$

b) $(12 : 4)^2 = (12 : 4) \cdot (12 : 4) = 12^2 : 4^2$

18. Expressa aquestes operacions com una sola potència i calcula:

a) $15^3 : 5^3 = (15 : 5)^3 = 3^3 = 27$

b) $2^6 \cdot 5^6 = (2 \cdot 5)^6 = 10^6 = 1.000.000$

ACTIVITATS

22 **PRACTICA.** Expressa com una sola potència.

a) $(2^2)^3$

d) $(7^6)^4$

b) $(3^4)^5$

e) $(9^2)^4$

c) $(5^3)^3$

f) $(10^{10})^5$

23 **APLICA.** Escriu com una sola potència.

a) $(8 \cdot 5)^2 \cdot (8 \cdot 5)^7$

b) $(5 \cdot 3)^8 : (5 \cdot 3)^4$

c) $(9 : 2)^6 \cdot (9 : 2)^3$

d) $(15 : 4)^9 : (15 : 4)^6$

24 **REFLEXIONA.** Completa a la llibreta.

a) $18^5 : \square^5 = 6^\square$

b) $\square^6 \cdot 5^6 = 15^\square$

c) $5^3 \cdot \square^3 = 20^\square$

d) $\square^2 : 4^2 = 4^2$

25 **REFLEXIONA.** Completa a la llibreta.

a) $(2^4)^3 \cdot (3^3)^\square = \square^6$

b) $3^4 \cdot \square^4 : 27^4 = 1$

c) $125^3 : 25^3 \cdot \square^\square = 5^6$

 SABER FER


Expressar productes i quocients de potències com una sola potència

Expressa-ho com una sola potència, si es pot.

- a) $7^3 \cdot 7^6$ c) $5^8 \cdot 2^8$ e) $4^9 \cdot 3^6$
 b) $8^6 : 8^3$ d) $9^4 : 3^4$ f) $5^6 : 4^3$

Passos que cal seguir

1. Analitzem si les bases o els exponents coincideixen.

- a) $7^3 \cdot 7^6 \rightarrow$ Mateixa base
 b) $8^6 : 8^3 \rightarrow$ Mateixa base
 c) $5^8 \cdot 2^8 \rightarrow$ Base diferent però exponent igual
 d) $9^4 : 3^4 \rightarrow$ Base diferent però exponent igual
 e) $4^9 \cdot 3^6 \rightarrow$ Base i exponent diferents
 f) $5^6 : 4^3 \rightarrow$ Base i exponent diferents

2. Si les bases coincideixen, sumem o restem els exponents.

- a) $7^3 \cdot 7^6 = 7^{3+6} = 7^9$
 b) $8^6 : 8^3 = 8^{6-3} = 8^3$

3. Si són els exponents els que coincideixen, multipliquem o dividim les bases.

- c) $5^8 \cdot 2^8 = (5 \cdot 2)^8 = 10^8$
 d) $9^4 : 3^4 = (9 : 3)^4 = 3^4$

4. Si no coincideixen ni les bases ni els exponents, no es pot expressar com una sola potència.

- e) $4^9 \cdot 3^6 \rightarrow$ No es pot expressar com una sola potència.
 f) $5^6 : 4^3 \rightarrow$ No es pot expressar com una sola potència.

En un producte o en una divisió de potències, si la base o l'exponent coincideixen, has d'operar amb el terme que és diferent.

ACTIVITATS

26 Expressa com una sola potència, si es pot.

- a) $8^5 : 4^5$ c) $14^6 \cdot 2^3$ e) $18^3 : 3^6$
 b) $7^4 \cdot 7^3$ d) $21^4 \cdot 2^4$ f) $123^{11} : 123^5$

27 Expressa com una sola potència, si es pot, i calcula.

- a) $8^2 : 2^2$ e) $4^3 \cdot 7^3$
 b) $9^5 : 3^5$ f) $12^2 : 4^2$
 c) $7^4 \cdot 5^4$ g) $15^6 \cdot 2^6$
 d) $10^8 : 5^8$ h) $5^7 \cdot 7^7$

28 Expressa com una sola potència.

- a) $(4^5 \cdot 4^3) \cdot (4^4 \cdot 4^2)$
 b) $(5^2 \cdot 5^4) : (5^3 \cdot 5)$
 c) $(7^8 : 7^2) \cdot (7^4 : 7^3)$
 d) $(3^9 : 3) : (3^5 : 3^3)$

29 Escriu el resultat en forma de potència.

- a) $(2^3)^4 \cdot 2^5$ d) $(6^4)^5 : (6^{10})^0$
 b) $3^5 \cdot (3^2)^4$ e) $4^8 : (4^3)^2$
 c) $(7^4)^2 \cdot (7^3)^4$ f) $(3^5)^2 : (3^2)^4$

30 Expressa el resultat com una potència i indica'n la base i l'exponent.

- a) $(3^5)^3 : (6^3 \cdot 6^2)$
 b) $(3^5 : 3^2) \cdot 3^4 \cdot (3^3)^2$
 c) $(7^4)^2 : (7 \cdot 7)^3$

31 Expressa com una sola potència i calcula.

- a) $3^2 \cdot (18 : 6)^4$
 b) $(14 : 7)^2 : (18 : 9)^3$
 c) $(8^2 : 2^3) \cdot (2^4 \cdot 2) : 2^5$
 d) $(3^3 \cdot 3^2) : (18^4 : 6^4)$

7

Arrel quadrada

CALCULADORA

Per calcular l'arrel d'un nombre utilitza la tecla $\sqrt{\quad}$.

$$\sqrt{169} \rightarrow \sqrt{\quad} 169 = 13$$

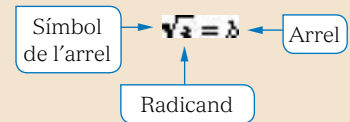
7.1. Arrel quadrada exacta

L'**arrel quadrada exacta** d'un nombre a és un nombre b tal que, si l'elevem al quadrat, obtenim el nombre a .

$$\sqrt{a} = b, \text{ quan } b^2 = a$$

El **radicand** és el nombre a ,

$\sqrt{\quad}$ és el símbol de l'arrel i diem que b és l'arrel quadrada de a .



Els nombres amb arrel quadrada exacta són **quadrats perfectes**.

EXEMPLE

19. Calcula les arrels d'aquests quadrats perfectes:

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt{1} = 1$, ja que $1^2 = 1$ | f) $\sqrt{36} = 6$, ja que $6^2 = 36$ |
| b) $\sqrt{4} = 2$, ja que $2^2 = 4$ | g) $\sqrt{49} = 7$, ja que $7^2 = 49$ |
| c) $\sqrt{9} = 3$, ja que $3^2 = 9$ | h) $\sqrt{64} = 8$, ja que $8^2 = 64$ |
| d) $\sqrt{16} = 4$, ja que $4^2 = 16$ | i) $\sqrt{81} = 9$, ja que $9^2 = 81$ |
| e) $\sqrt{25} = 5$, ja que $5^2 = 25$ | j) $\sqrt{100} = 10$, ja que $10^2 = 100$ |

7.2. Arrel quadrada entera

Si el radicand no és un quadrat perfecte, l'arrel quadrada és entera.

L'**arrel quadrada entera** d'un nombre a és el nombre b més gran el quadrat del qual és més petit que a . El **residu** de l'arrel entera és la diferència entre el radicand a i el quadrat de l'arrel entera b .

$$\text{Residu} = a - b^2$$

L'arrel quadrada d'un nombre i elevar al quadrat aquest nombre són operacions inverses.

Si $\sqrt{49} = 7$ llavors $7^2 = 49$

Si $7^2 = 49$ llavors $\sqrt{49} = 7$



ACTIVITATS

32 **PRACTICA.** Calcula les arrels quadrades exactes.

- a) $\sqrt{121}$ b) $\sqrt{144}$ c) $\sqrt{10.000}$ d) $\sqrt{14.400}$

33 **APLICA.** Determina el valor de a en aquestes arrels quadrades no exactes:

- a) $\sqrt{a} \approx 5$ i el residu és 7.
 b) $\sqrt{a} \approx 7$ i el residu és 3.
 c) $\sqrt{a} \approx 8$ i el residu és 5.

34 **APLICA.** De quin nombre és arrel quadrada el nombre 15?

35 **APLICA.** Podem formar un quadrat amb 42 monedes?

36 **REFLEXIONA.** Hi ha algun quadrat perfecte que acabi en 2? I en 3? I en 7?

37 **REFLEXIONA.** Hi ha cap nombre que tingui 6 d'arrel entera? Quants nombres compleixen aquesta condició?

SABER FER

Calcular l'arrel quadrada d'un nombre

Calcula l'arrel quadrada d'aquests nombres:

- a) $\sqrt{169}$ b) $\sqrt{39}$

Passos que cal seguir

1. Busquem el nombre més gran que tingui de quadrat un nombre més petit o igual que el radicand.

2. Si el quadrat d'aquest nombre és igual que el radicand, l'arrel quadrada és exacta.

3. Si el quadrat és més petit, aquest nombre és l'arrel entera. El residu és la diferència entre el nombre i el quadrat d'aquest nombre.

a) $\sqrt{169}$
 $11^2 = 121 \rightarrow 121 < 169$
 $12^2 = 144 \rightarrow 144 < 169$
 $13^2 = 169$

a) $\sqrt{169} = 13$ ja que $13^2 = 169$

b) $6^2 = 36 \rightarrow 36 < 39$
 6 és el nombre més gran que té com a quadrat un nombre més petit que 39.

L'arrel entera és 6 i el residu és:

$39 - 6^2 = 39 - 36 = 3$

b) $\sqrt{39}$
 $5^2 = 25 \rightarrow 25 < 39$
 $6^2 = 36 \rightarrow 36 < 39$
 $7^2 = 49 \rightarrow 49 > 39$

Si intentem determinar amb la calculadora l'arrel quadrada d'un nombre que no és un quadrat perfecte, obtindrem un nombre decimal. El nombre de l'esquerra del punt és l'arrel quadrada entera.

$187 \rightarrow \sqrt{} 187 = 13.6794794$

L'arrel entera de 187 és 13.

ACTIVITATS

38 Calcula l'arrel quadrada entera i el residu d'aquests nombres:

- a) 125 c) 243 e) 160
 b) 96 d) 72 f) 355

39 Completa a la llibreta.

a) $\sqrt{85} = \sqrt{\square^2 + \square}$

b) $\sqrt{77} = \sqrt{\square^2 + \square}$

c) $\sqrt{93} = \sqrt{\square^2 + \square}$

d) $\sqrt{138} = \sqrt{\square^2 + \square}$

e) $\sqrt{154} = \sqrt{\square^2 + \square}$

f) $\sqrt{2.347} = \sqrt{\square^2 + \square}$

40 Determina el radicand i escriu-lo a la llibreta.

a) $\sqrt{\square} \approx 6$ i el residu és 8.

b) $\sqrt{\square} \approx 9$ i el residu és 9.

c) $\sqrt{\square} \approx 8$ i el residu és 6.

d) $\sqrt{\square} \approx 13$ i el residu és 15.

e) $\sqrt{\square} \approx 30$ i el residu és 26.

41 En Lluís ha calculat $\sqrt{292}$ i assegura que el residu és 36. Ha fet els càlculs correctament?

42 Entre totes aquestes arrels n'hi ha una que té el residu diferent de les altres. Quina és?

a) $\sqrt{52}$ d) $\sqrt{408}$

b) $\sqrt{124}$ e) $\sqrt{173}$

c) $\sqrt{228}$ f) $\sqrt{199}$

43 Quin és el nombre de monedes que hi ha en el costat d'un quadrat format per les monedes següents?

- a) 64 b) 121 c) 144 d) 324

44 Troba un nombre natural inclòs entre 100 i 121, de manera que la seva arrel quadrada tingui per residu:

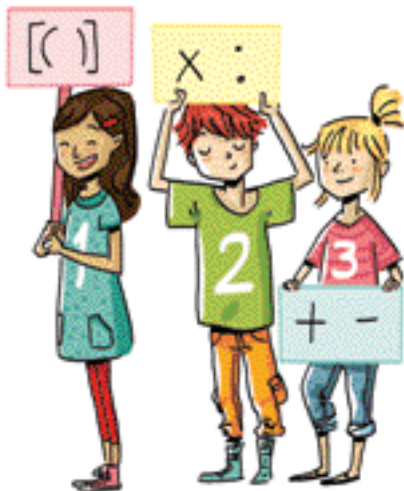
- a) 8 b) 10 c) 12 d) 15

Quin és el residu més gran que podem tenir en aquest cas?

45 Escriu tots els nombres que tinguin com a arrel entera 5. Quants nombres hi ha? Quants nombres tenen com a arrel entera 6? I 7?

Quan en una expressió apareixen operacions de suma, resta, multiplicació i divisió, l'ordre en el qual hem de fer les operacions és el següent:

- 1r Les operacions que hi ha entre parèntesis i claudàtors.
- 2n Les multiplicacions i les divisions, d'esquerra a dreta.
- 3r Les sumes i les restes, d'esquerra a dreta.



EXEMPLES

20. Calcula aquestes expressions:

$$\begin{aligned} \text{a) } & 9 - 5 : 5 + 3 \cdot 6 = \\ & = 9 - 1 + 18 = \\ & = 8 + 18 = \\ & = 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 4 \cdot 9 + (9 - 8) - 12 : 6 = \\ & = 4 \cdot 9 + 1 - 12 : 6 = \\ & = 36 + 1 - 2 = \\ & = 37 - 2 = \\ & = 35 \end{aligned}$$

21. Resol.

- a) $8 + 16 : 2 - 9 = 8 + 8 - 9 = 16 - 9 = 7$
- b) $3 \cdot (8 + 2) : 2 - 9 = 3 \cdot 10 : 2 - 9 = 30 : 2 - 9 = 15 - 9 = 6$
- c) $36 : 4 : 3 - (8 + 2) : 5 = 36 : 4 : 3 - 10 : 5 = 9 : 3 - 2 = 3 - 2 = 1$
- d) $100 - [12 - (11 - 5)] : 3 \cdot 15 : 5 = 100 - (12 - 6) : 3 \cdot 15 =$
 $= 100 - 6 : 3 \cdot 15 =$
 $= 100 - 2 \cdot 15 =$
 $= 100 - 30 = 70$

ACTIVITATS

46 **PRACTICA.** Calcula.

- | | |
|---------------------------------|------------------------------|
| a) $9 : 3 + 5 \cdot 7$ | d) $12 \cdot 8 - 5 \cdot 10$ |
| b) $7 + 8 \cdot 6 - 19$ | e) $7 \cdot 9 + 4 + 6 : 3$ |
| c) $35 - 2 \cdot 4 - 3 \cdot 5$ | f) $26 + 9 : 3 - 4 \cdot 5$ |

47 **APLICA.** Resol aquestes operacions:

- a) $17 + (4 \cdot 2 - 7) \cdot 3$
- b) $(22 - 5 \cdot 3) \cdot 2$
- c) $(4 + 4 \cdot 5) \cdot 5 - 4$
- d) $(29 - 3 \cdot 5) : 7 + 5$
- e) $7 \cdot 4 - 12 + 3 \cdot 6 - 2$
- f) $(11 - 7) \cdot 4 + 2 \cdot (8 + 2)$
- g) $3 \cdot (14 + 12 - 20) : 9 + 2$

48 **APLICA.** Calcula el valor d'aquestes expressions:

- a) $9 \cdot (100 - 90) - 12 \cdot (5 + 2)$
- b) $7 \cdot (26 : 2) - (6 : 3) \cdot 6 + 4$
- c) $66 : (15 - 9) + 7 \cdot (6 : 2) - 12 : 2$
- d) $7 \cdot (4 + 8 - 5) : (12 - 5) + 7 \cdot (8 - 6 + 1)$
- e) $8 \cdot (28 - 14 : 7 \cdot 4) : (22 + 5 \cdot 5 - 31)$
- f) $[200 - 3 \cdot (12 : 4 - 3)] - 6 + 37 - 35 : 7$

49 **REFLEXIONA.** Fes aquestes operacions:

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 4 - 2 + 12 : 6 - 4 - 8 \\ & 3 \cdot (4 - 2) + 12 : (6 - 4) - 8 \end{aligned}$$

Per què no obtens el mateix resultat si els nombres i els signes de les dues operacions són els mateixos?

SABER FER

Efectuar operacions combinades amb potències i arrels

Calcula el resultat d'aquesta operació:

$$10 - (4 + 2)^2 : \sqrt[3]{18} + 5 \cdot (7 - 4) + 2^3$$

Passos que cal seguir

1. Efectuem les operacions que hi ha entre parèntesis.
2. Calculem les potències i les arrels.
3. Resolem les multiplicacions i les divisions, d'esquerra a dreta.
4. Efectuem les sumes i les restes, d'esquerra a dreta.

$$\begin{aligned}
 & 10 - (4 + 2)^2 : \sqrt[3]{18} + 5 \cdot (7 - 4) + 2^3 = \\
 & = 10 - 6^2 : \sqrt[3]{18} + 5 \cdot 3 + 2^3 = \\
 & = 10 - 36 : 4 + 5 \cdot 3 + 8 = \\
 & = 10 - 9 + 15 + 8 = \\
 & = 1 + 15 + 8 = \\
 & = 16 + 8 = \\
 & = 24
 \end{aligned}$$

Per poder treballar amb potències i arrels, primer n'hem de calcular el valor.

ACTIVITATS

50 Calcula el resultat d'aquestes operacions:

- | | |
|------------------------------|------------------------------------|
| a) $4 \cdot 9 - 2^3 \cdot 3$ | d) $8 - (2^4 - 3 \cdot 4) \cdot 2$ |
| b) $5 \cdot (6 + 2^2) - 3^3$ | e) $13 + 6 : (2^2 - 2) \cdot 3^2$ |
| c) $25 : (6^2 - 11) + 18$ | f) $(2^2 \cdot 7 - 3) \cdot 4$ |

51 Calcula.

- $(15 - 3^2) \cdot 2^3 + \sqrt{9} : 2$
- $(\sqrt{25} + \sqrt{36} - 3^2) \cdot \sqrt{4} + 2$
- $(4^3 - \sqrt{169}) : (2^4 + 1)$
- $\sqrt{16} + \sqrt{25} : (2^3 - 3)$

52 Resol aquestes operacions. Per què obtens resultats diferents?

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $8 \cdot \sqrt{144} : 2^3 - 2$ | c) $8 \cdot (\sqrt{144} : 2^3) - 2$ |
| b) $8 \cdot \sqrt{144} : (2^3 - 2)$ | d) $8 \cdot (\sqrt{144} : 2^3 - 2)$ |

53 Determina els errors que s'hi han comès.

$$\begin{aligned}
 (5 + \sqrt{16}) \cdot \sqrt{81} + 3 \cdot \sqrt{4} &= (5 + 4) \cdot 9 + 3 \cdot 2 = \\
 &= 9 \cdot 12 + 6 = 9 \cdot 12 + 9 \cdot 2 = 108 + 18 = 126
 \end{aligned}$$

54 Resol aquestes operacions:

- $(12 + \sqrt{9}) : \sqrt{25}$
- $(\sqrt{9} - \sqrt{4}) \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{4})$
- $(5^2 - 1) : \sqrt{144}$
- $\sqrt{16} \cdot (2^3 - 1)$
- $5^2 + \sqrt{81} : 2$
- $4^2 - \sqrt{25} : 5$
- $\sqrt{81} : (\sqrt{16} + 5)$
- $\sqrt{196} : (2^2 + 3)$
- $(\sqrt{81} - 3) : (\sqrt{25} + 1)$
- $(\sqrt{49} - 4) + (1 + \sqrt{25}) \cdot \sqrt{4}$

55 Determina el resultat.

- $\sqrt{25} + 3^2 \cdot 2 - 2^4 : 4$
- $16^2 : \sqrt{16} \cdot 8 - 2^6$
- $(\sqrt{5^2 + 2^3 \cdot 3 + 2^2}) : 2$
- $\sqrt{36} : 3 \cdot (3^2 - 5) + 4^2 \cdot (\sqrt{16} - 2) : 2$

ACTIVITATS FINALS

Sistemes de numeració

- 56** Indica el valor posicional de la xifra 3.
 a) 5.396 b) 12.463 c) 303.030 d) 3.532.001
- 57** Indica el valor posicional de totes les xifres.
 a) 4.596 b) 35.702 c) 17.890 d) 252.525
- 58** Escriu, en cada cas, tres nombres que compleixin les condicions següents:
 a) Té vuit unitats, nou centenars i dues unitats de miler.
 b) Té set desenes, cinc unitats de miler i és capicua de quatre xifres.
- 59** Quants nombres compresos entre 200 i 300 compleixen que la xifra de les desenes és igual o més gran que la xifra de les unitats?
- 60** Transforma al sistema de numeració decimal.
 a) XVIII b) LXXI c) XCVII d) MDCXXVIII

SABER FER



Escriure nombres romans

- 61** Expressa en nombres romans.
 a) 511 b) 49 c) 827 d) 65.306
- Si el nombre és més petit que 4.000.
PRIMER. Descomponem el nombre.
 a) $511 = 500 + 10 + 1$
 b) $49 = 40 + 9$
 c) $827 = 800 + 20 + 7$
SEGON. Transformem cada sumand de la descomposició en nombres romans.
 – Si la xifra és 1 o 5, hi ha una lletra.
 a) $511 \rightarrow D + X + I \rightarrow DXI$
 – Si la xifra és 4 o 9, apliquem la regla de la resta.
 b) $49 \rightarrow XL + IX \rightarrow XLIX$
 – Si és una altra xifra, apliquem la regla de la suma.
 c) $827 \rightarrow DCCC + XX + VII \rightarrow DCCCXXVII$
 - Si el nombre és més gran o igual que 4.000.
PRIMER. Escrivim el nombre en dues parts: unitats, desenes i centenars d'una banda, i la resta de l'altra.
 d) $65.306 \rightarrow 65 \quad 306$
SEGON. Transformem els dos nombres en nombres romans i apliquem al primer la regla de la multiplicació.
 d) $65 \quad 306 \rightarrow \overline{LXV} \quad CCCVI \rightarrow \overline{LXV}CCCVI$

- 62** Escriu en nombres romans.
 a) 148 c) 462 e) 57
 b) 99 d) 614 f) 9.999
- 63** Expressa en el sistema de numeració decimal aquests nombres romans:
 a) XXVII c) DXXX e) CMXXIV
 b) DCXLVI d) XLVIII f) MXXIX
- 64** Quins nombres són aquests nombres romans en el sistema decimal?
 a) \overline{XIX} c) \overline{MMCIV} e) \overline{MMCI}
 b) \overline{CDXL} d) \overline{IVCDXX} f) $\overline{MMMDLXXX}$

Aproximació de nombres naturals

- 65 CÀLCUL MENTAL.** Aproxima per truncament a les unitats de miler i a les centenars:
 a) 24.536 c) 200.664 e) 456 283
 b) 656.419 d) 19.864 f) 6.332
- 66 CÀLCUL MENTAL.** Aproxima per arrodoniment a les desenes de miler i a les desenes:
 a) 33.675 c) 34.544 e) 105.538
 b) 674.323 d) 87.554 f) 220.551
- 67** Completa a la llibreta la taula amb les aproximacions per truncament i arrodoniment a les centenars, i tria la millor aproximació.

	Truncament	Arrodoniment
4.356		
66.724		
200.443		
84.351		
79.884		

- 68** Completa a la llibreta la taula amb les aproximacions per truncament de 37.894.

	Truncament	37.894
A les unitats		
A les desenes		
A les centenars		
A les unitats de miler		
A les desenes de miler		

- 69** Escriu tres nombres amb aquestes característiques:
 a) L'arrodoniment a les unitats de miler ha de ser el mateix.
 b) El truncament a les centenars ha de ser el mateix.
 c) L'arrodoniment i el truncament a les desenes han de coincidir.

Propietats de les operacions amb nombres naturals

70 CÀLCUL MENTAL. Aplica la propietat distributiva i calcula.

- a) $2 \cdot (5 - 3)$ d) $(12 - 7 + 3) \cdot 8$
- b) $(14 - 6) \cdot 4$ e) $16 \cdot (5 + 6)$
- c) $5 \cdot (9 + 4 - 2)$ f) $(8 - 6 + 9) \cdot 6$

71 Detecta l'error d'aquestes expressions:

- a) $4 \cdot (9 - 6) = 4 \cdot 9 + 4 \cdot 6$
- b) $(7 + 8) \cdot 5 = 7 \cdot 8 + 7 \cdot 5$
- c) $(3 + 12) \cdot 2 = 3 + 12 \cdot 2$
- d) $5 \cdot (10 - 3) = 5 \cdot 10 - 5 - 3$

72 Si D és el dividend, d , el divisor, q , el quocient i r , el residu, són correctes les divisions següents?

- a) $D = 436$ $d = 7$ $q = 61$ $r = 9$
- b) $D = 10.583$ $d = 28$ $q = 37$ $r = 27$

73 Sense fer la divisió, indica quines d'aquestes divisions tenen residu igual a 0:

- a) $D = 6.099$ $d = 19$ $q = 321$ $r = ?$
- b) $D = 986$ $d = 17$ $q = 58$ $r = ?$

74 Calcula el dividend d'aquestes divisions si saps que el seu residu és igual a 0:

- a) Quocient: 14 Divisor: 8
- b) Quocient: 25 Divisor: 12
- c) Quocient: 363 Divisor: 42
- d) Quocient: 148 Divisor: 17
- e) Quocient: 4.020 Divisor: 10

75 Quantes unitats hem d'afegir al dividend de la divisió $412 : 26$ perquè el residu sigui igual a 0?

SABER FER

Calcular el divisor d'una divisió de la qual coneixem el dividend, el quocient i el residu

76 Calcula el divisor d'una divisió de la qual el dividend és 324, el quocient, 21 i el residu, 9.

PRIMER. Restem el dividend menys el residu.

$$D - r = 324 - 9 = 315$$

SEGON. Dividim el resultat pel quocient i obtenim el divisor.

$$315 : 21 = 15$$

El quocient de la divisió és 15.

77 Troba el divisor.

- a) $D = 279$ $q = 23$ $r = 3$
- b) $D = 1320$ $q = 47$ $r = 4$
- c) $D = 1.160$ $q = 36$ $r = 8$
- d) $D = 8.035$ $q = 55$ $r = 5$
- e) $D = 17.310$ $q = 84$ $r = 6$

78 Completa la taula a la llibreta.

Dividend	Divisor	Quocient	Residu
195	42		
7.582		56	22
	25	14	9
	5	156	0

Potències

79 Indica la base i l'exponent de les potències següents:

- a) 23^3 b) 34^5 c) 5^4 d) 7^3

80 Escriu com a producte de factors aquestes potències i calcula'n el resultat:

- a) 3^4 b) 6^5 c) 8^4 d) 7^6

81 Escriu les expressions següents en forma de potència, si és possible:

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ c) $49 \cdot 49 \cdot 50 \cdot 50$
- b) $4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 7$ d) 17

82 Expressa amb nombres.

- a) Disset a la quarta c) Dos a la cinquena
- b) Tretze al cub d) Quinze a la sisena

83 Escriu com es llegeixen les potències següents:

- a) 3^2 b) 7^5 c) 4^3 d) 14^{17}

84 CÀLCUL MENTAL. Calcula les potències següents:

- a) 3^4 b) 7^1 c) 5^3 d) 6^0

85 Completa la taula a la llibreta i calcula.

	Al quadrat	Al cub	A la quarta
7			
8			
10			
11			

86 Completa a la llibreta.

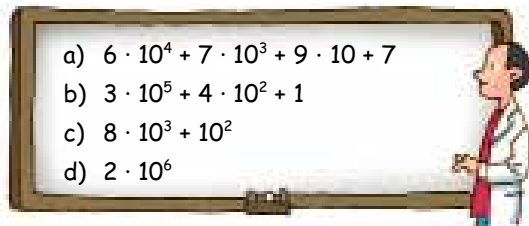
- a) $2^{\square} = 32$ b) $7^{\square} = 1$ c) $\square^4 = 81$ d) $\square^3 = 343$

87 Escriu l'expressió polinòmica d'aquests nombres:

- a) 347 b) 10.286 c) 400.658 d) 5.338.655

ACTIVITATS FINALS

- 88** Determina, en cada cas, el nombre que correspon a aquestes descomposicions polinòmiques:



- 89** Fes aquestes operacions amb potències:

a) $5^3 \cdot 5^8$ c) $10^6 \cdot 10^3$ e) $2^5 \cdot 2^5$
 b) $3^6 \cdot 3^4$ d) $10^5 \cdot 10$ f) $7^4 \cdot 7^8$

- 90** Calcula les operacions següents:

a) $3^8 : 3^2$ c) $10^8 : 10^8$ e) $2^6 : 2^4$
 b) $5^7 : 5^3$ d) $7^4 : 7$ f) $10^5 : 10^2$

- 91** Escriu el resultat amb una sola potència.

a) $2^4 \cdot 2^6 : 2^7$ d) $10^2 \cdot 10^6 : 10^3$
 b) $3^5 : 3^3 \cdot 3^2$ e) $7^6 : 7^3 \cdot 7^4$
 c) $5^3 \cdot 5^6 : 5^2$ f) $10^9 : 10 \cdot 10^5$

- 92** Escriu com una sola potència.

a) $5^2 \cdot 3^2$ d) $8^6 : 2^6$ g) $2^{10} \cdot 10^{10}$
 b) $4^7 \cdot 2^7$ e) $20^7 : 10^7$ h) $12^4 : 4^4$
 c) $10^3 \cdot 10^3$ f) $3^8 \cdot 2^8$ i) $15^7 : 3^7$

- 93** Detecta l'error.

a) $2^3 \cdot 4^3 = 8^6$ c) $5^4 \cdot 5^3 = 5^{12}$
 b) $8^5 : 2^3 = 4^3$ d) $7^6 : 7^4 = 7^{10}$

- 94** Expressa com una sola potència.

a) $5^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7$ c) $16^3 : 4^3 : 2^3$
 b) $20^4 : 5^4 \cdot 2^4$ d) $21^5 : 7^5 \cdot 2^5$

- 95** Escriu a la llibreta els exponents que hi falten.

a) $8^3 = 2^\square$ b) $27^4 = 3^\square$ c) $125^6 = 5^\square$

- 96** Esbrina el nombre que falta.

a) $\square^7 : 5^3 = 5^4$ c) $9^5 : 9^\square = 9^3$
 b) $12^\square : 12^6 = 12^9$ d) $3^9 : 3^\square = 3^2$

- 97** Completa a la llibreta.

a) $3^4 \cdot \square^2 \cdot 3^7 = 3^\square$ c) $(\square^7 : 10^\square) \cdot 10 = 10^\square$
 b) $(5^8 : 5^\square) \cdot 5^3 = \square^4$ d) $6^8 \cdot (\square^7 : 6^\square) = 6^{12}$

- 98** Completa a la llibreta amb una potència.

a) $7^6 = 7^4 \cdot \square$ e) $11^6 = \square \cdot 11^5$
 b) $5^2 = \square : 5^4$ f) $3^4 = 3^7 : \square$
 c) $28^2 = 7^3 \cdot \square$ g) $45^4 = \square \cdot 5^4$
 d) $8^2 = \square : 5^2$ h) $3^6 = \square : 6^4$

- 99** Calcula el resultat.

a) $(2^4)^3$ b) $(5^2)^5$ c) $(3^4)^6$ d) $(7^5)^3$

- 100** Completa.

a) $(3^2)^\square = 3^6$ c) $(11^\square)^3 = 11^{12}$
 b) $(4^5)^\square = 4^{25}$ d) $(15^\square)^2 = 15^{18}$

- 101** Completa a la llibreta amb nombres perquè les igualtats siguin certes.

a) $9^\square \cdot 9^6 = 9^{11}$ d) $31^\square : 31^4 = 31^6$
 b) $12^5 \cdot 12^\square = 12^9$ e) $(7^\square)^4 = 7^{16}$
 c) $8^8 : 8^\square = 8^5$ f) $(5^2)^\square = 5^{32}$

- 102** Expressa com una sola potència.

a) $(2^3)^2 \cdot 2^4$ b) $(3^4)^3 : 3^8$ c) $4^5 \cdot (4^2)^3$ d) $6^9 : (6^2)^2$

- 103** Calcula.

a) $(3^5 \cdot 3^2) : 3^3$ c) $(8^5 : 8^3) \cdot 8^2$
 b) $4^3 \cdot (4^7 : 4^4)$ d) $7^5 : (7^2 \cdot 7^2)$

- 104** Escriu com una sola potència.

a) $(3^5)^2 \cdot (3^2)^4$ c) $(9^5)^3 \cdot (9^4)^3$
 b) $(7^3)^3 \cdot (7^2)^4$ d) $(11^6)^2 \cdot (11^3)^4$

- 105** Indica com una sola potència.

a) $(6^2)^5 : (6^3)^3$ c) $(10^8)^3 : (10^4)^5$
 b) $(8^7)^2 : (8^3)^4$ d) $(2^9)^2 : (2^3)^5$

- 106** Calcula les expressions següents:

a) $3^9 : ((3^2)^5 : 3^7) \cdot 3^3$ b) $(7^2)^3 \cdot (7^5 : 7^2) : (7^2)^4$

- 107** Calcula i expressa com una potència.

a) $7^{13} \cdot 7^9 \cdot 7^{20}$ d) $(52^4 \cdot 52^{21}) : 52^{13}$
 b) $(13^6)^8 \cdot 13^{30}$ e) $10^{18} : (10^6)^2$
 c) $(10^8)^8 : 10^{44}$ f) $(9^{15} \cdot 9^5) : (9^6 : 9^3)$

- 108** Calcula aquestes potències i completa a la llibreta:

a) $10^2 \cdot 20^6 \cdot 25^4 = 10^\square$
 b) $8^4 \cdot 16^2 = 2^\square$
 c) $27^4 : 81^4 = 3^\square$
 d) $10^2 \cdot 40 \cdot 5^2 = 10^\square$
 e) $25^2 : 125^2 = 5^\square$

- 109** Redueix aquestes expressions:

a) $3 \cdot (3 \cdot 5)^3$ c) $4^5 \cdot (4^6 : 4^4) \cdot (5 \cdot 4)^5$
 b) $(7^7 : 7^4) \cdot (7 \cdot 3)^5$ d) $(2 \cdot 9)^{12} : (9 \cdot 2)^5 \cdot 9^3$

- 110** Expressa com una sola potència.

a) $2^4 \cdot 8^3$ c) $5^6 \cdot 125^2$
 b) $3^7 \cdot 27^4$ d) $49^3 \cdot 7^5$

Arrel quadrada

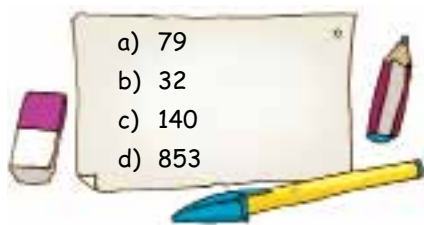
111 Completa a la llibreta.

- a) $\sqrt{225} = \square$, ja que $\square^2 = 225$
- b) $\sqrt{729} = \square$, ja que $\square^2 = 729$
- c) $\sqrt{1.296} = \square$, ja que $\square^2 = 1.296$
- d) $\sqrt{2.304} = \square$, ja que $\square^2 = 2.304$

112 Completa.

- a) $\sqrt{1.024} = \square$
- b) $\sqrt{\square} = 12$
- c) $\sqrt{361} = \square$
- d) $\sqrt{\square} = 25$

113 Calcula l'arrel quadrada entera i el residu dels nombres que l'Anna ha escrit a la nota.



SABER FER

Calcular el radicand d'una arrel si en sabem l'arrel entera i el residu

114 L'arrel entera d'un nombre és 5 i el residu és 10. Calcula'n el radicand.

PRIMER. A la fórmula que dona el residu d'una arrel entera, substituïm cada terme pel seu valor.

$$\begin{aligned} \text{RESIDU} &= \text{RADICAND} - (\text{ARREL ENTERA})^2 \\ 10 &= \text{RADICAND} - 5^2 \\ 10 &= \text{RADICAND} - 25 \end{aligned}$$

SEGON. Busquem un nombre tal que, si n'hi restem 25, doni 10.

$$\text{RADICAND} = 10 + 25 = 35$$

El nombre 35 té com a arrel entera 5 i de residu 10.

115 Calcula el radicand en cada cas.

- a) Arrel entera = 8 Residu = 12
- b) Arrel entera = 17 Residu = 5
- c) Arrel entera = 11 Residu = 15
- d) Arrel entera = 21 Residu = 6

116 Determina el residu d'aquestes arrels:

- a) Arrel entera = 13 Radicand = 175
- b) Arrel entera = 24 Radicand = 579
- c) Arrel entera = 29 Radicand = 852

Operacions combinades

117 CÀLCUL MENTAL. Efectua les operacions següents:

- a) $10 + 4 \cdot 8$
- b) $12 : 3 - 3$
- c) $7 + 5 \cdot 6$
- d) $3 \cdot 2 + 5 \cdot 9$
- e) $9 : 3 - 6 : 2$
- f) $4 \cdot 9 - 7 \cdot 5$

118 Calcula.

- a) $(9 + 13) \cdot 4$
- b) $26 : (5 - 3)$
- c) $(7 + 15) : 2$
- d) $7 - (7 + 2) : 3$
- e) $10 : (6 - 4) + 14$
- f) $(6 - 3) \cdot 5 - 2$

119 Fes aquestes operacions:

- a) $28 - 3 \cdot 2 \cdot 4$
- b) $5 \cdot 9 : 3 + 7$
- c) $25 + 4 \cdot 2 - 7 \cdot 3$
- d) $14 : 2 + 3 \cdot 9 - 5$
- e) $(42 + 6) : 6 + 5 \cdot 3$
- f) $15 \cdot (7 - 3) : (3 - 1)$
- g) $25 - 5 \cdot (10 - 6) : 10$
- h) $15 \cdot 3 - 2 \cdot (8 + 4)$

120 Calcula el resultat.

- a) $2 \cdot 3^2 + 5^2 - 6$
- b) $4^2 - (2^3 + 1)$
- c) $(19 - 2^2) : 5$
- d) $3^2 + 5 \cdot (8 - 6)$
- e) $2^3 + 2^2 \cdot (5 - 2)$
- f) $10 + 4 \cdot (3^2 - 5)$
- g) $5^2 \cdot (4^2 - 3^2) - 2^2$
- h) $5 \cdot (1 + 3^2) - 4 \cdot (2^3 - 6)$

121 Troba els errors, corregeix-los i resol.

- a) $7 + 7 \cdot 7 = 7 \cdot 7 + 7 \cdot 7 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$
- b) $7 \cdot 7 + 7 = 7 \cdot 7 + 7 = 7^2 + 7^2$
- c) $7 + 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7 \cdot 7 + 7 \cdot 7 + 7 \cdot 7 = 3 \cdot 7^2$
- d) $7 + 7^2 + 7 \cdot 7 = 7 \cdot 7 + 7 \cdot 7^2 + 7 \cdot 7 = 7^2 + 7^3 \cdot 7^2$
- e) $7 \cdot 7 + 7^2 + 7^3 = 7 \cdot 7^2 = 7^3$
- f) $7^2 \cdot (7 + 7^2) = 7^2 \cdot 7 + 7^2 \cdot 7 = 7^3 + 7^3 = 7^4$

122 Calcula el resultat d'aquestes operacions:

- a) $2^3 \cdot (\sqrt{25} - 2 - 1)$
- b) $(\sqrt{81} + 3 \cdot 2) : 5 + 7^0$
- c) $\sqrt{64} + 4 \cdot (11 - 5)$
- d) $9 - \sqrt{9} \cdot 2 - \sqrt{16} : 4$

123 Calcula.

- a) $3^2 \cdot \sqrt{9} - 3^2 - 3^2$
- b) $(12 + 3 \cdot \sqrt{25}) : 3^2 + \sqrt{49}$
- c) $7^2 + \sqrt{64} - 5^2 : 5$
- d) $\sqrt{81} : \sqrt{9} - (\sqrt{16} - \sqrt{4})$
- e) $180 : \sqrt{4} - 3^2 + 4 \cdot \sqrt{121}$

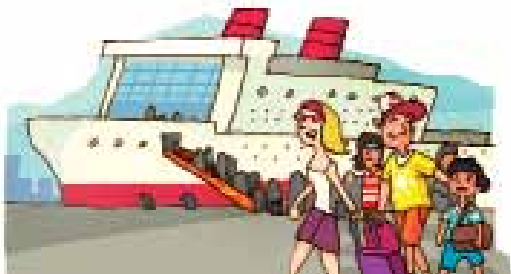
124 Efectua aquestes operacions:

- a) $2^4 - 2^3 + 2^2 - 2$
- b) $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : 3$
- c) $7 \cdot (5 + 3) - 5^2 \cdot \sqrt{4}$
- d) $12 - 18 : 2 + 4 \cdot \sqrt{121}$
- e) $7^2 : (\sqrt{36} + 1) - 2^2$
- f) $(3^2 - \sqrt{25}) : (4^2 - 12)$
- g) $2^5 : [(\sqrt{81} - 3^2) + 4^2]$
- h) $5 \cdot 4^3 - (10^2 : 5^2) + \sqrt{100}$

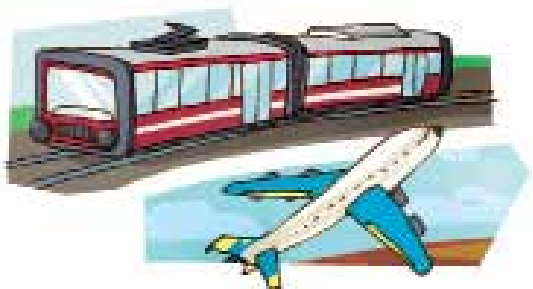
ACTIVITATS FINALS

Problemes amb nombres naturals

- 125 Un edifici té planta baixa i quatre pisos. La planta baixa té 5 m d'altura i cadascun dels pisos fa 3 m. Quina és l'altura de l'edifici?
- 126 Un vaixell portava 502 passatgers i ha fet parades en tres ports. En el primer han baixat 256 passatgers, en el segon han pujat 162 passatgers i en el tercer n'han baixat 84. Quants passatgers queden a bord del vaixell després de les tres parades?



- 127 Per fer un pastís gran de poma es necessiten 3 pomes i per fer-ne un de petit calen 2 pomes. Quantes pomes són necessàries per fer quatre pastissos grans i sis de petits?
- 128 En una guardiola hi ha 246 € i en una altra, 114 €.
- Si tots els diners són en monedes de 2 €, quantes monedes hi ha entre les dues guardioles?
 - I si tot fos en bitllets de 5 €, quants bitllets hi hauria?
- 129 En una sala de cinema hi ha 36 files amb 15 butaques a cada fila. Si hi ha 146 persones assegudes a la sala, quantes butaques buides hi ha?
- 130 Al taller han de canviar les rodes de 4 motos, 5 camions de 6 rodes i 6 cotxes. Quantes rodes han de canviar en total?
- 131 Quants diners hi ha en una cartera que conté 2 bitllets de 20 €, 3 de 10 €, 6 de 5 € i 4 monedes de 2 €?
- 132 Sis persones tenen 1.000 € per a despeses d'un viatge. Han de viatjar en tren i en avió. El bitllet de tren costa 38 € i el d'avió, 125 €. Tenen prou diners per fer el viatge?



SABER FER

Resoldre problemes en els quals les dades estan relacionades

- 133 En una botiga de regals hi ha tres quadres. El primer val 38 €, el segon costa 17 € més que el primer i l'últim val 19 € menys que el segon.



Si venen els tres quadres, quants diners obtindran?

PRIMER. Prenem la dada coneguda.

«El primer quadre val 38 €.»

SEGON. Calculem les altres dades a partir de la dada coneguda.

«El segon costa 17 € més que el primer.»

$$38 + 17 = 55 \text{ €}$$

«El tercer val 19 € menys que el segon.»

$$55 - 19 = 36 \text{ €}$$

TERCER. Resolem el problema.

$$38 + 55 + 36 = 129 \text{ €}$$

Obtindran en total 129 €.

- 134 En un festival de música ètnica hi ha músics de tres continents. D'Àsia han arribat 350 músics; de l'Àfrica, 157 músics més que de l'Àsia, i d'Europa, 98 músics menys que de l'Àsia. Determina el nombre total de músics que hi ha.



- 135 En la restauració d'un edifici treballen 45 homes i 37 dones. Al costat restauren un altre edifici en el qual treballen 17 homes menys i 24 dones més que en l'anterior. En quin edifici intervenen més persones?
- 136 Per prevenir intoxicacions alimentàries han organitzat un seguit de conferències en un institut. A la primera xerrada han assistit 125 alumnes de 1r d'ESO, 100 alumnes de 2n d'ESO, 97 de 3r d'ESO, i la resta, de 4t d'ESO, fins a un total de 406 alumnes. Quants estudiants de 4t d'ESO han assistit a la conferència?

137 En Gerard té 6 anys, la seva germana Àngela té 3 anys més i el seu germà Enric té el doble de l'edat d'en Gerard. Quan la seva mare va tenir l'Enric, tenia el triple de l'edat actual de l'Àngela. Quina edat té ara mateix la mare?

138 Un taronger ha produït aquest any 40 kg de taronges i l'any anterior n'havia fet 27 kg. Si el quilo de taronges l'any passat anava a 3 € i aquest any va a 2 €, els guanys respecte de l'any passat han augmentat o han disminuït?



139 La Raquel tenia 12 €. N'ha gastat la meitat en una entrada de cinema i amb l'altra meitat ha comprat una participació de loteria, que ha resultat premiada amb 15 € per cada euro jugat. Quants diners ha guanyat?

140 Un conductor d'autobús ha conduït des de les 6 del matí fins a les 4 de la tarda, només ha descansat 2 hores per dinar. Si ha anat a una velocitat mitjana de 64 km/h, quants quilòmetres ha recorregut?

141 Una caixa buida pesa 2 kg i plena pesa 7 kg. Quant pesa el contingut de 26 caixes?

142 En una papereria tenen 5 paquets de 24 llapis de colors.

- Quants llapis de colors hi ha?
- Si en cada paquet hi ha la mateixa quantitat de llapis de cada color i sabem que hi ha 8 colors diferents, quants llapis de cada color hi ha en els 5 paquets?

143 Dues flors costen 3 € i un ram té 12 flors.

- Quants rams puc fer amb 90 €?
- Si volem guanyar 40 €, per quant hem de vendre cada ram?

144 Per repoblar un bosc han dividit el terreny en parcel·les i en cada parcel·la han plantat 25 arbres. Si cada arbre ha costat 3 € i s'han invertit 7.500 € en total, quantes parcel·les han plantat?

145 En Joan acaba de rebre 4 caixes quadrades plenes de gots per al seu bar. Una caixa té 4 files i hi ha 4 gots a cada fila. Quants gots ha rebut?

146 En Gerard i la Maria tenen un jardí quadrat de 36 m² i el volen ampliar afegint-hi un metre més a cada costat. Quina superfície afegiran al jardí?



147 Un quadrat té una superfície de 100 m². Quant fa el costat d'un altre quadrat que té la quarta part de la superfície del primer?

148 Tinc 100 monedes i vull formar quadres amb la mateixa quantitat de files i de columnes. Explica de quantes maneres diferents és possible formar-los.

HAS DE SABER FER



Sistemes de numeració

- Escriu un nombre que tingui 6 desenes de miler, la tercera part siguin unitats de miler, 3 centenes i el triple d'unitats que de centenes.
- Escriu aquests nombres romans en el sistema de numeració decimal:
 - XXIV
 - CDXIV
 - M CMI

Operacions amb nombres naturals

- Quantes unitats hem d'afegir al dividend de la divisió $186 : 24$ perquè el residu sigui 0?

Potències i arrels

- Completa a la llibreta.
 - $4^2 = \square : 5^2$
 - $3^5 = 9^2 : \square$
 - $(\square^2)^3 = 2^6$
- Calcula l'arrel quadrada entera i el residu de 462.

Operacions combinades

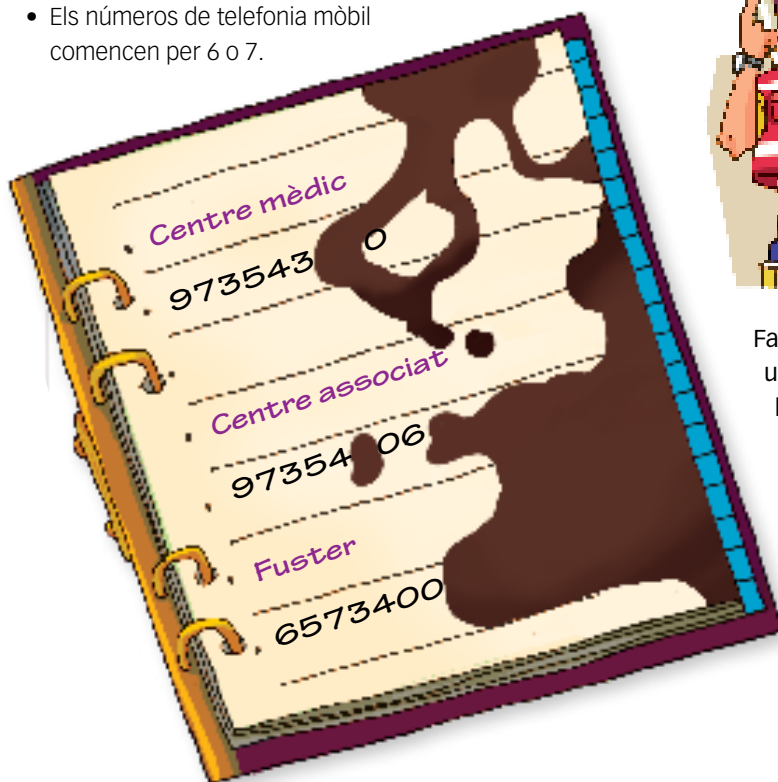
- Calcula el resultat d'aquestes operacions:
 - $6 + 2 \cdot (\sqrt{49} + 5 \cdot \sqrt{1})$
 - $4^2 - \sqrt{16 + 9} : (4 + 5^0)$
 - $(5^2 - 6^2 - 3^0) : \sqrt{16} + (2^3)^2$

En la vida quotidiana

149 Els números de telèfon tenen nou dígit, tret dels números especials com el 112, número únic per a emergències, el 061, per a dubtes i problemes relacionats amb la salut...

Tot i que hi ha diferències entre les numeracions dels telèfons fixos i dels mòbils:

- Els números de la xarxa fixa comencen per 9, tret de dues operadores que també ofereixen el 8.
- Els números de telefonia mòbil comencen per 6 o 7.



Fa uns quants dies, la mare de la Joana va tenir un accident domèstic: va vessar el cafè sobre l'agenda i se li van esborrar algunes xifres dels seus números de telèfon.

- Avui necessita trucar al centre mèdic. Quins són els possibles números del centre mèdic?
- Si el número del centre associat tenia totes les xifres diferents a partir del prefix, quins són els possibles números?
- El número del fuster era un mòbil que acabava en 0 o en 1. Quins són els possibles números del fuster?

Formes de pensar. Raonament matemàtic

150 Completa a la llibreta les xifres que falten perquè es compleixin les igualtats següents:

- $5. \square 39 + 7 \square = 5.517$
- $3. \square 72 - 42 \square = 2.947$
- $6.453 - 7 \square 8 = 5. \square 65$
- $987 \cdot \square 6 = 25.662$
- $24 \square \cdot 23 = 5.635$

151 Raona si les igualtats següents són certes o no:

- $\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4$
- $(\sqrt{9^2})^2 = 9^2$
- $\sqrt{(5 + 1)^2} = 5 + 1$
- $\sqrt{24 \cdot 54} = 2^2 \cdot 3^2$
- $\sqrt{\sqrt{16}} = 2$
- $\sqrt{9} - \sqrt{3+1} = \sqrt{9-(3+1)}$

152 Escribe els 20 primers nombres en forma de suma de com a màxim 4 nombres al quadrat.

Per exemple:

$$7 = 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$

153 Fes servir la calculadora per trobar un nombre que tingui les mateixes propietats que el nombre 24.

- És anterior a un quadrat perfecte (25).
- El seu doble més 1 també és un quadrat perfecte:

$$2 \cdot 24 + 1 = 49$$

Assaja-ho amb els nombres anteriors als quadrats perfectes. Per exemple, $40^2 = 1.600$; el nombre anterior a aquest quadrat perfecte és 1.599:

$$2 \cdot 1.599 + 1 = 3.199$$

$$56^2 = 3.136 < 3.199 < 3.249 = 57^2$$

El nombre 3.199 no és un quadrat perfecte; per tant, 1.599 no compleix la propietat que busquem.



PROJECTE FINAL. Aprenentatge cooperatiu

OBJECTIU: Escollir una consola de videojocs

Un cop formats els grups, seguiu el procés següent:

1a Fase

- Busqueu informació sobre el tipus de consoles existents al mercat i feu una llista de les seves característiques essencials: tipus d'emmagatzematge, capacitat de memòria, sistema d'accés a Internet, unitats de lectura, preu...
- Feu una llista dels vostres videojocs preferits i consulteu per a quins dispositius existeixen.



2a Fase

- Analitzeu la diferència de preus entre les diferents consoles i la possibilitat de poder comprar-ne una de segona mà.
- Determineu quin tipus de consola tenen els vostres amics i la possibilitat d'intercanviar-hi jocs o de poder-hi jugar en línia.
- Analitzeu les diferents funcions dels comandaments de cada consola i els seus accessoris.



3a Fase

- Poseu en comú la informació recollida i acordeu el tipus de consola que respon més bé als vostres interessos.
- Elaboreu un informe que reculli les conclusions a què heu arribat.



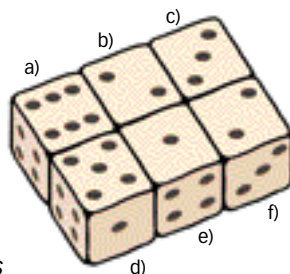
Proves PISA

Cubs

154 En aquest dibuix pots veure sis daus, etiquetats de la a) a la f). Per a tots els daus és vàlida la regla següent:

La suma dels punts de dues cares oposades és sempre set.

Escriu a cada cel·la el nombre de punts que té la cara inferior de cadascun dels daus que surten a la imatge.



a)	b)	c)
d)	e)	f)

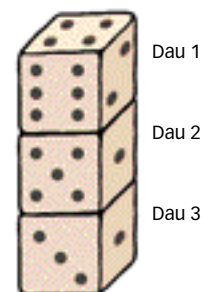
(Prova PISA 2003)

Daus

155 A la dreta es poden veure tres daus col·locats un damunt de l'altre. El dau 1 té quatre punts a la cara de dalt. Quants punts hi ha en total a les cinc cares horitzontals que no es poden veure (cara inferior del dau 1, cares superior i inferior dels daus 2 i 3)?

Recorda la regla que s'aplica als daus:

El nombre total de punts en dues cares oposades és sempre set.



(Prova PISA 2003)